目 录

第一部分 力学综合

专题一 力与直线运动 …… 1
专题二 力与曲线运动 …… 8
专题三 多过程的运动问题 …… 17
专题四 连接体与叠加体 …… 29
专题五 万有引力与航天 …… 36
专题六 功和能 …… 44
专题七 碰撞与动量 …… 54

第二部分 电磁学综合

专题八 电场与磁场 …… 60
专题九 恒定电流电路分析 …… 68
专题十 电磁感应与交变电流 …… 75
专题十一 电磁感应与电路图象 …… 83

第三部分 力电综合

专题十二 带电粒子在电场中的运动 …… 91
专题十三 带电粒子在磁场中的运动 …… 99
专题十四 带电粒子在复合场中的运动 …… 108
专题十五 电磁感应与力学综合 …… 117

第四部分 物理实验

专题十六 力学实验 …… 126
专题十七 电学实验 …… 135

第五部分 选考模块

专题十八 热学综合 …… 149
专题十九 振动与波 …… 155
专题二十 光学综合 …… 163

答案与解析

第一部分　力学综合

专题一　力与直线运动

质点的直线运动是高考的必考内容，其中匀变速直线运动的公式和图象是高考的重要考点，或直接考查、或渗透到多物体多过程的运动中，如追及相遇问题以及板块相对滑动问题. 匀变速直线运动的图象是考试的热点，由于图象具有形象、直观、简明的特点，它将运动学各物理量之间的函数关系转化为图象关系，可使问题化难为易、化繁为简，广泛出现在各类试题中.

相对运动及追及相遇问题通常涉及两个物体的直线运动. 主要利用公式法、图象法，同时结合数学极值法、巧选参照系法等多种方法来解题，考查学生利用数学解决物理问题的能力.

入门导学

难点解读

一、运动图象主要有位移图象（$x-t$ 图）、速度图象（$v-t$ 图）、加速度图象（$a-t$ 图）等.

1. 图象问题要三看.

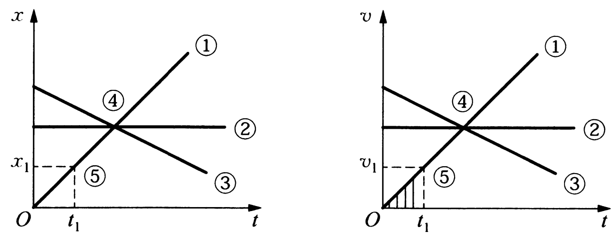
（1）从坐标轴看：明确纵轴表示的物理量（因变量）与横轴表示的物理量（自变量）之间的制约关系.

（2）从图线看：根据两个相关量的变化趋势去分析具体的物理过程.

（3）从交点、斜率、面积看：明确图线与图线的交点、图线与坐标轴的交点（截距）、图线斜率、图线与坐标轴围成的面积的物理意义. 位移图象斜率表示速度，速度图象的斜率表示加速度，速度图象与坐标轴所围面积表示位移，加速度图象与坐标轴所围面积表示速度变化量.

2. $x-t$ 图象与 $v-t$ 图象的比较.

如图所示是形状完全相同的图线，在不同的图象中意义完全不同，下表是对图线形状一样的 $x-t$ 图象与 $v-t$ 图象意义上的比较.



$x-t$ 图象	$v-t$ 图象
① 表示从原点开始的匀速直线运动（斜率表示速度 v）	① 表示初速为零的匀加速直线运动（斜率表示加速度 a）
② 表示物体静止	② 表示物体做匀速直线运动
③ 表示物体向反方向做匀速直线运动	③ 表示物体做匀减速直线运动
④ 交点纵坐标表示三个运动质点相遇时的位移	④ 交点纵坐标表示三个运动质点的速度相同
⑤ t_1 时刻物体位移为 x_1	⑤ t_1 时刻物体的速度为 v_1（图线下方的“阴影面积”表示 $0\sim t_1$ 时间内的位移

3. 运动图象的拓展.

物体运动中还会有其他物理量如力、动能、势能等等的变化，也可利用相应的图象来表达或分析其变化规律. 如 $F-t$ 图、$v-x$ 图、E_k-t 图、E_p-t 图、$E-t$ 图等. 根据物理公式作出相应图象是解决问题的重要方法，也是考生必备的一种能力.

二、追及、相遇问题涉及两个物体的相对运动，与实际生活联系紧密.

其实质就是分析讨论两物体在同一时刻能否到达相同位置的问题. 抓住两个物体的时间关系和位移关系是解决此类问题的关键. 对于同一直线上同向运动的物体的追及问题，速度相等时是否追上是物体能否追上或两者间距离有最大（或最小）的临界点，也是分析判断的切入点. 常用解题方法有：

(1) 物理分析法：抓住“两物体能否同时到达空间某位置”这一关键，认真审题，挖掘题中的隐含条件，建立物体运动关系的情景图.

(2) 数学分析法：设从某物体开始运动到两物体相遇所用时间为 t，根据物体运动情况列出速度关系方程（通常为关于 t 的一次方程）和位移关系方程（通常为关于 t 的二次方程），用判别式 Δ 进行讨论. 若 $\Delta>0$，即有两个解，说明可以相遇两次；若 $\Delta=0$，说明刚好追上或相遇；若 $\Delta<0$，说明追不上或不能相遇.

(3) 图象法：将两者的速度-时间图象在同一坐标系中画出，利用图象求解.

(4) 相对运动法：巧妙地选取参照系（一般以发生相对运动的其中一个物体为参照系），再利用运动学公式结合图象求解.

零点突破——

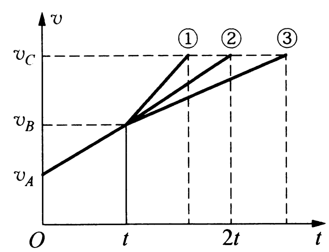
例 1 一物体做加速直线运动，依次通过 A、B、C 三点，$AB=BC$. 物体在 AB 段加速度为 a_1，在 BC 段加速度为 a_2，且物体在 B 点的速度为 $v_B=\dfrac{v_A+v_C}{2}$，则（　　）.

A. $a_1>a_2$

B. $a_1=a_2$

C. $a_1<a_2$

D. 不能确定



例 1 题图

分析 可根据图象进行定性分析而直接作答. 图线下的面积表示位移，根据 $AB=BC$ 知面积相等绘出两阶段速度图象，由两阶段图象斜率判定加速度大小.

解答 依题意作出物体的 $v-t$ 图象，如图所示. 图线下方所围成的面积表示物体的位移，由几何知识知 BC 段图线若是②、③则不满足 $AB=BC$ 的关系. 只能是图线①这种情况. 因为斜率表示加速度，所以 $a_1<a_2$，故选 C.

答案 C.

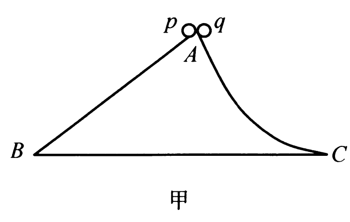
例 2 如图甲所示一个固定在水平面上的光滑物块，其左侧面是斜面 AB，右侧面是曲面 AC. 已知 AB 和 AC 的长度相同. 两个小球 p、q 同时从 A 点分别沿 AB 和 AC 由静止开始下滑，比较它们到达水平面所用的时间，以下说法中正确的是（　　）.

A. p 小球先到

B. q 小球先到

C. 两小球同时到

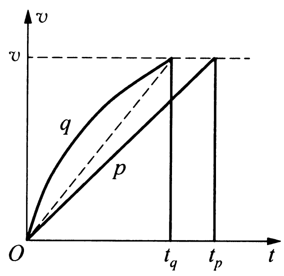
D. 无法确定



甲

例 2 题图

分析　本题不能利用运动学公式准确求解时间，因为在 AC 路径上运动的小球做加速度越来越小的变加速曲线运动. 可以利用 $v-t$ 图象定性地进行比较时间，这里的 v 是速率，图线下的面积表示路程 s，在同一个 $v-t$ 坐标系中作出 p、q 的速率时间图线.



乙

例 2 题图

解答　由 $v-t$ 图象(速率时间图象)定性比较分析，如图乙所示，开始时 q 的加速度较大，斜率较大，由于机械能守恒，末速率应相同，即曲线末端在同一水平直线上，因为路程相同(曲线和横轴所围的面积相同)，显然 q 用的时间较少. 故选 B.

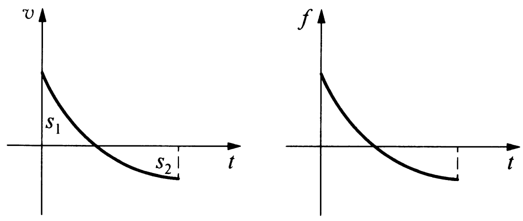
答案　B.

点睛　此题不能用匀变速运动公式来计算比较，但用图象法则非常直观、简洁.

探究提升——

例 3　从地面以速度 v_1 竖直向上抛出一小球，小球落地时速度为 v_2，若小球运动中所受空气阻力的大小与其速度成正比，试求小球在空气中的运动时间.

分析　这是一个变力作用下的变加速运动问题，不能用匀变速运动公式求解. 可用动量定理结合图象法解得时间 t.

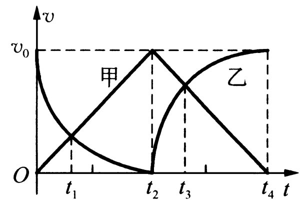


例 3 题图

解答　由于空气阻力的变化引起加速度的变化，物体做变加速运动. 不过物体上升的位移与下降的位移等值反向. 先作 $v-t$ 图象，如图甲所示. 设 s_1 为上升的位移的大小，s_2 为下降的位移大小，有：$s_1+(-s_2)=0$. 设 $f_{上}$、$f_{下}$ 分别为上升和下降时空气阻力大小，再对全过程用动量定理：$mgt+f_{上}t_{上}-f_{下}t_{下}=mv_2-(-mv_1)$(规定向下为正方向)，由于阻力 f 与速度 v 成正比，可作出 $f-t$ 图象如图乙所示，结合图甲有：$f_{上}t_{上}-f_{下}t_{下}=k(v_{上}t_{上}-v_{下}t_{下})=k(s_1-s_2)=0$，可求得小球从抛出到落地所用时间 $t=\dfrac{(v_2+v_1)}{g}$.

答案　$t=\dfrac{(v_2+v_1)}{g}$.

例 4　甲、乙两物体从同一地点开始沿同一方向运动，其速度随时间的变化关系如图所示，图中 $t_2=\dfrac{t_4}{2}$，两段曲线均为 $\dfrac{1}{4}$ 圆弧，则(　　).



例 4 题图

A. 两物体在 t_1 时刻加速度相同

B. 两物体在 t_2 时刻运动方向均改变

C. 两物体在 t_3 时刻相距最远，t_4 时刻相遇

D. $0\sim t_4$ 时间内甲物体的平均速度大于乙物体的平均速度

分析　解题关键是能够从速度时间图线中获取两个物体的运动情况，了解速度时间图线的斜率表示加速度的大小，正负代表方向，图线与时间轴围成的面积表示位移. 结合数学知识进行分析判断.

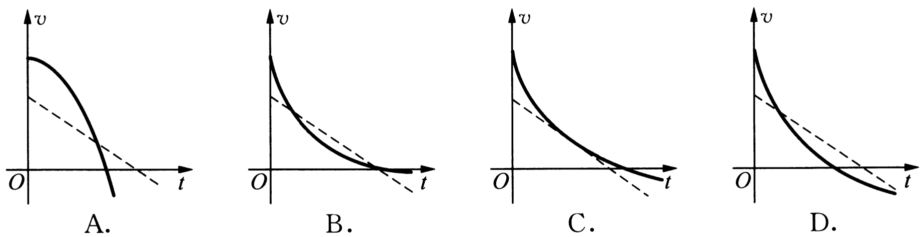
解答　因两段曲线均为 $\dfrac{1}{4}$ 圆弧，由题图知在 t_1 时刻圆弧曲线的切线斜率的绝对值与直线斜率相等，即两者加速度大小相等，但方向相反，A 错；甲、乙的速度图象都在时间轴的上方，速度

都为正,方向没有改变,两物体均做单方向的直线运动,B错;甲先做匀加速再做匀减速运动,乙先做加速度减小的减速运动,再做加速度减小的加速运动,在 t_3 时刻,两物体相距最远;在 t_4 时间内图线与 t 轴所围面积相等,即两物体在 t_4 时刻相遇,在 $0 \sim t_4$ 时间内的平均速度相同,C对D错. 故选C.

答案 C.

压轴精炼——

例5 以不同初速度将两个物体同时竖直向上抛出并开始计时,一个物体所受空气阻力可忽略,另一个物体所受空气阻力大小与物体速率成正比. 下列用虚线和实线描述两物体运动的 v-t 图象中可能正确的是(　　).



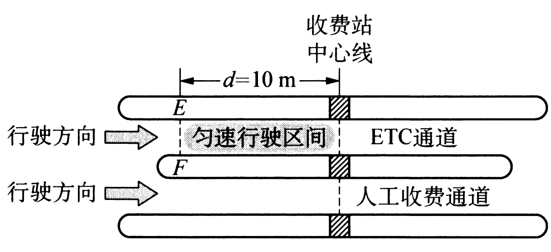
例5题图

分析 空气阻力可忽略时,竖直上抛运动是初速度不为零的匀变速直线运动,加速度恒定不变,故其 v-t 图线是直线;有空气阻力时,根据牛顿第二定律可判断其加速度变化情况,其中速度为零时加速度为 g, v-t 图线的切线斜率的变化代表加速度的变化.

解答 竖直上抛运动不受空气阻力,则先向上做匀减速直线运动至最高点再向下做自由落体运动,v-t 图象是倾斜向下的直线,四个选项(虚线)均正确表示;有阻力 $F_f = kv$ 的上抛运动上升时:$a_上 = \dfrac{mg + kv}{m}$,随着 v 减小,加速度减小,对应的 v-t 图线的斜率减小,A错误;下落时:$a_下 = \dfrac{mg - kv}{m}$,随着 v 增大,加速度减小,在最高点时 $v = 0$, $a = g$,对应的 v-t 图线与 t 轴的交点的切线斜率应该等于 g,即过交点的切线应该与竖直上抛运动的直线(虚线)平行,故选D.

答案 D.

例6 ETC是"电子不停车收费系统"的简称. 汽车分别通过ETC通道和人工收费通道的流程如图所示. 假设汽车以 $v_1 = 15$ m/s朝收费站正常沿直线行驶,如果走ETC通道,需要在到达收费站中心线前 $d = 10$ m处正好匀减速至 $v_2 = 5$ m/s,匀速通过"匀速行驶区间"后,再加速至 v_1 后



例6题图

正常行驶;如果走人工收费通道,需要恰好在中心线处匀减速至零,经过 20 s 缴费成功后,再启动汽车匀加速至 v_1 正常行驶.设汽车加速和减速过程中的加速度大小均为 $1\ \mathrm{m/s^2}$.求:

(1) 汽车走人工收费通道时,开始减速的位置距离收费站中心线是多远;

(2) 汽车走 ETC 通道时,从开始减速到恢复正常行驶过程中的位移大小;

(3) 汽车通过 ETC 通道比通过人工收费通道速度再达到 v_1 时节约的时间 Δt 是多少?

分析 (1) 根据匀变速直线运动的速度位移公式求出过人工收费通道时匀减速行驶过程中的位移大小;

(2) 根据速度位移公式求出过 ETC 通道时匀加速和匀减速直线运动的位移,结合匀速运动的位移得出从开始减速到恢复正常行驶过程中的位移大小;

(3) 计算出过两种通道的总位移大小,结合速度时间公式分别求出通过人工收费通道和 ETC 通道的时间,并计算两种过通道方式下通过相等位移各自所用的总时间,从而得出节约的时间.

解答 (1) 汽车过人工收费通道时,匀减速直线运动的位移:$x_1=\dfrac{v_1^2}{2a}=112.5\ \mathrm{m}$,故开始减速的位置距离收费站中心线应为 112.5 m.

(2) 汽车过 ETC 通道时,匀减速直线运动的位移为:$x_1'=\dfrac{v_1^2-v_2^2}{2a}=100\ \mathrm{m}$,匀加速直线运动的位移为:$x_2'=\dfrac{v_1^2-v_2^2}{2a}=100\ \mathrm{m}$,从开始减速到恢复正常行驶过程中的位移大小为:$x'=x_1'+x_2'+d=(100+100+10)\mathrm{m}=210\ \mathrm{m}$.

(3) 过 ETC 通道所需的时间 $t_2=\dfrac{v_1-v_2}{a}+\dfrac{v_1-v_2}{a}+\dfrac{d}{v_1}=(10+10+2)\mathrm{s}=22\ \mathrm{s}$;过人工通道所需的总时间 $t_1=\dfrac{v_1}{a}+\dfrac{v_1}{a}+t_0=(15+15+20)\mathrm{s}=50\ \mathrm{s}$,过人工通道后做匀加速直线运动的位移为:$x_2=\dfrac{v_1^2}{2a}=112.5\ \mathrm{m}$,故从开始减速到恢复正常行驶过程中的总位移大小 $x=x_1+x_2=(112.5+112.5)\mathrm{m}=225\ \mathrm{m}$.二者在各自过程中的位移差:$\Delta x=x-x'=(225-210)\mathrm{m}=15\ \mathrm{m}$.过 ETC 通道的车通过 15 m 的时间:$t'=\dfrac{\Delta x}{v_1}=1\ \mathrm{s}$,则采用 ETC 通道节约的时间 $\Delta t=t_1-t_2-t'=50\ \mathrm{s}-22\ \mathrm{s}-1\ \mathrm{s}=27\ \mathrm{s}$.

答案 (1) 112.5 m;(2) 212 m;(3) 27 s.

点评 解决本题的关键是理清汽车过两种通道的运动规律,结合匀变速直线运动的位移公式和时间公式进行求解.也可作出各自的 $v-t$ 图象来理清关系.

画龙点睛

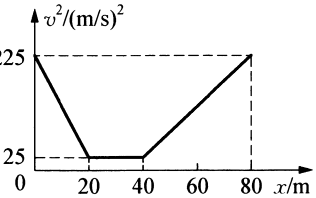
1. $x-t$ 图、$v-t$ 图一般描述的是直线运动而不是曲线运动,图线也不代表运动轨迹而是物理量之间的函数制约关系(矢量的方向体现在坐标轴的正负上).

2. 解追及问题时要充分利用好两个图象:运动的情景示意图和 $v-t$ 图.抓住速度相等时是否追上这一临界状态.审题时关注题目中的关键字眼,充分挖掘题目中的隐含条件,如“恰好”、“最多”、“至少”等,找出对应的临界状态及其满足的临界条件.

变式训练

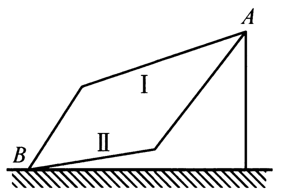
1. 随着经济发展，乡村公路等级越来越高，但汽车超速问题也日益凸显，为此一些特殊路段都设立了各式减速带. 现有一辆汽车发现前方有减速带，开始减速，减至某一速度，开始匀速运动，匀速通过减速带，然后再加速到原来速度，总位移为 80 m. 汽车行驶 80 m 位移的 v^2-x 图象如图所示，其中 v 为汽车的行驶速度，x 为汽车行驶的距离. 求汽车通过 80 m 位移的平均速度.





第 1 题图

2. 如图所示，竖直平面内的轨道Ⅰ和Ⅱ都由两段细直杆连接而成，两轨道长度相等. 用相同的水平恒力将穿在轨道最低点 B 处的静止小球，分别沿Ⅰ和Ⅱ推至最高点 A，所需时间分别为 t_1、t_2；动能增量分别为 ΔE_{k1}、ΔE_{k2}. 假定球在经过轨道转折点前后速度大小不变，且球与Ⅰ、Ⅱ轨道间的动摩擦因数相等，则（　　）.



第 2 题图

A. $\Delta E_{k1}>\Delta E_{k2}$；$t_1>t_2$

B. $\Delta E_{k1}=\Delta E_{k2}$；$t_1>t_2$

C. $\Delta E_{k1}>\Delta E_{k2}$；$t_1<t_2$

D. $\Delta E_{k1}=\Delta E_{k2}$；$t_1<t_2$

3. 在平直道路上，甲汽车以速度 v 匀速行驶. 当甲车司机发现前方距离为 d 处的乙汽车时，立即以大小为 a_1 的加速度匀减速行驶，与此同时，乙车司机也发现了甲，立即从静止开始以大小为 a_2 的加速度沿甲运动的方向匀加速运动. 则（　　）.

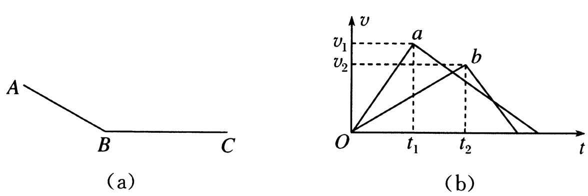
A. 甲、乙两车之间的距离一定不断减小

B. 甲、乙两车之间的距离一定不断增大

C. 若 $v>\sqrt{2(a_1+a_2)d}$，则两车一定不会相撞

D. 若 $v<\sqrt{2(a_1+a_2)d}$，则两车一定不会相撞

4.（多选）如图(a)所示，质量相等的 a、b 两物体，分别从斜面上的同一位置 A 由静止下滑，经 B 点在水平面上滑行一段距离后停下. 不计经过 B 点时的能量损失，用传感器采集到它们的速度-时间图象如图(b)所示，下列说法中正确的是（　　）.



第 4 题图

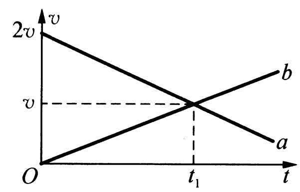
A. a 在斜面上滑行的加速度比 b 的大

B. a 在水平面上滑行的距离比 b 的短

C. a 与斜面间的动摩擦因数比 b 的小

D. a 与水平面间的动摩擦因数比 b 的大

5. a、b 两车在平直公路上沿同一方向行驶，两车运动的 $v-t$ 图象如图所示，在 $t=0$ 时刻，b 车在 a 车前方 s_0 处，在 $0\sim t_1$ 时间内，a 车的位移为 s，则(　　).



第 5 题图

A. 若 a、b 在 t_1 时刻相遇，则 $s_0=\frac{2}{3}s$

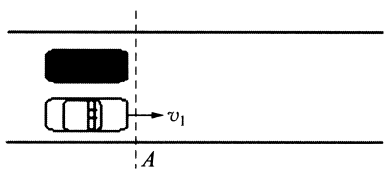
B. 若 a、b 在 $\frac{t_1}{2}$ 时刻相遇，则下次相遇时刻为 $2t_1$

C. 若 a、b 在 $\frac{t_1}{2}$ 时刻相遇，则 $s_0=\frac{1}{2}s$

D. 若 a、b 在 t_1 时刻相遇，则下次相遇时刻为 $2t_1$

6. 警匪之战不仅仅是电影中的情节，现实中警察也会面临相似的挑战. 如图所示，白色警车以 $v_1=30\ \text{m/s}$ 行驶，掠过 A 位置时发现一黑色可疑车辆停在 A 线位置，于是立即以 $a_1=3\ \text{m/s}^2$ 的加速度开始制动减速，将白色警车掠过 A 地时作为计时起点，黑车 3 s 后开始以 $a_2=3\ \text{m/s}^2$ 的加速度开始加速向前逃窜，警车欲在车速减为零的同时斜打车身将黑色车逼停，但疯狂的黑色车一直加速直至撞上警车. 把两车视为质点，问：

(1)什么时刻两车相撞？(2)相撞前瞬间，黑色车的速度多大？



第 6 题图

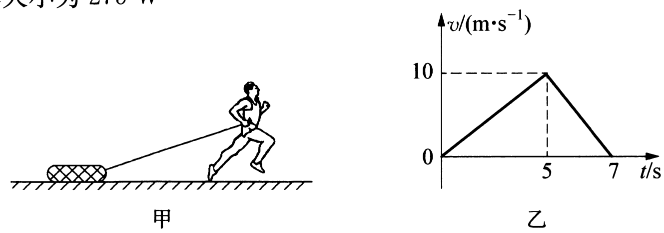
7. 如图甲所示，一次训练中，运动员腰部系着不可伸长的绳拖着质量 $m=11\ \text{kg}$ 的轮胎从静止开始沿着笔直的跑道加速奔跑. 绳与水平跑道的夹角是 37°，5 s 后拖绳从轮胎上脱落，轮胎运动的 $v-t$ 图象如图乙所示，不计空气阻力，已知 $\sin 37°=0.6$，$\cos 37°=0.8$，g 取 $10\ \text{m/s}^2$. 则下列说法中正确的是(　　).

A. 轮胎与水平地面间的动摩擦因数 $\mu=0.2$

B. 拉力 F 的大小为 55 N

C. 在 0～5 s 内，轮胎克服摩擦力做功为 1375 J

D. 在 6 s 末，摩擦力的瞬时功率大小为 275 W



第 7 题图

专题二　力与曲线运动

从动力学角度了解曲线运动的条件、运用运动的合成与分解的思想研究曲线运动是动力学的又一板块.广泛应用于小船渡河、牵连体的速度关系等实际问题的研究.

平抛运动和圆周运动作为曲线运动的两个典型运动，一直是高考命题的热点.考查的重点知识有：平抛运动和匀速圆周运动的基本规律；圆锥摆模型；水平圆盘圆周运动的临界问题；竖直平面圆周运动（线模型和杆模型）的临界问题；平抛运动与圆周运动的多过程组合问题等.

带电粒子在电磁场中的类平抛运动和匀速圆周运动是曲线运动的又一延伸，也是压轴题命题的热点之一.

入门导学

难点解读——

一、绳杆连接模型

绳杆连接模型指物拉绳（杆）或绳（杆）拉物的问题.高中阶段研究的绳或杆的长度改变可忽略.解题原则是把物体的实际速度分解为垂直于绳（或杆）和平行于绳（或杆）两个方向上的分量，根据沿绳（或杆）方向的分速度大小相同求解连接体的速度关系.如图1所示，两根光滑的杆互相垂直地固定在一起.上面各套有一个小球，小球 a、b 间用一细直棒相连.当细直棒与竖直杆夹角为 α 时，两小球实际速度 v_a、v_b 的关系为：$v_a\cos\alpha = v_b\sin\alpha$.

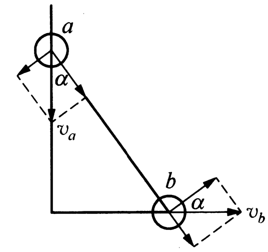


图 1

二、小船渡河模型

船的实际运动即水流的运动和船相对静水的运动的合运动.

1. 区分三种速度：船对地面的速度为实际速度，也是合速度 $v_合$；水流对地的速度 $v_水$ 和船相对静水的速度 $v_船$ 为分速度.

2. 熟悉三种情景：设河宽为 L.

(1) 过河时间最短——如图2所示，船头斜向上游与河岸成任意角 θ，这时船速在垂直于河岸方向的速度分量为 $v_1 = v_船\sin\theta$，渡河所需要的时间为 $t=\dfrac{L}{v_1}=\dfrac{L}{v_船\sin\theta}$. 可以看出：$L$、$v_船$ 一定时，t 随 $\sin\theta$ 增大而减小.当 $\theta = 90°$ 时，$\sin\theta = 1$（最大），即船头与河岸垂直时用时最短，$t_短 = \dfrac{L}{v_船}$.

(2) 过河位移最短（$v_水 < v_船$ 时）—— 合速度垂直于河岸时位移最短，$x_短 = L$.

(3) 过河位移最短（$v_水 > v_船$ 时）—— 合速度不可能垂直于河岸，无法垂直河岸渡河.设 $v_船$（即船头正对的方向）与河岸成 θ 角，合速度 $v_合$ 与河岸成 α 角，如图3所示，可以看出：α 角越大，船行驶的距离 s 越短.以 $v_水$ 的矢尖为圆心，$v_船$ 的速度大小为半径画圆，当 $v_合$ 与圆相切时，α 角最大，此时 $\cos\theta=\dfrac{v_船}{v_水}$，可知船沿河行驶的距离最短为：$s=\dfrac{L}{\cos\theta}=\dfrac{L\cdot v_水}{v_船}$.

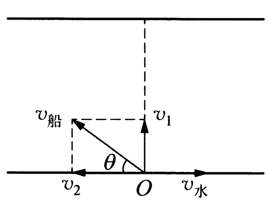


图 2

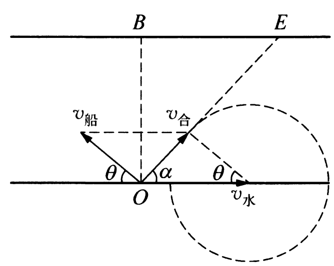


图 3

三、平抛运动模型

平抛运动一般分解为水平方向的匀速直线运动和竖直方向的自由落体运动这两个分运动.也可根据实际情况选择合适方向分解.平抛运动规律有(从抛出点开始计时)：

(1) 速度规律——水平方向：$v_x = v_0$，竖直方向：$v_y = gt$.

(2) 位移规律——水平方向：$x = v_0 t$，竖直方向：$h = \frac{1}{2}gt^2$.

(3) 平抛运动时间 t 与水平射程 x：平抛运动时间 t 由高度 h 决定，与初速度无关；水平射程 x 由初速度和高度共同决定.

(4) 平抛运动中，任何两时刻间的速度变化量 $\Delta v = |\vec{v_t} - \vec{v_0}| = g\Delta t$(方向恒定竖直向下).

(5) 重要推论：做平抛(或类平抛)运动的物体在任一时刻任一位置处，设其速度方向与水平方向的夹角为 θ，位移与水平方向的夹角为 α，则 $\tan\theta = 2\tan\alpha$.如图 4 所示.做平抛(或类平抛)运动的物体任一时刻的瞬时速度的反向延长线一定通过此时水平位移的中点(如图 5 中 B 点).

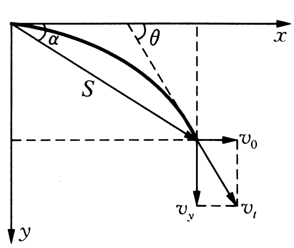


图 4

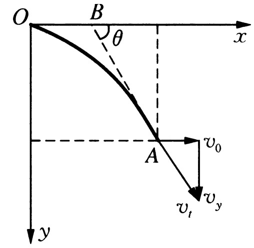


图 5

四、圆周运动模型

圆周运动有匀速圆周运动和非匀速圆周运动两种.

匀速圆周运动常见有圆锥摆模型及水平转盘上物体的匀速圆周运动，其向心力就是合外力.非匀速圆周运动合外力不指向圆心，常见的竖直平面圆周运动就是非匀速圆周运动，主要有轻绳和轻杆两种模型.

1. 轻绳模型

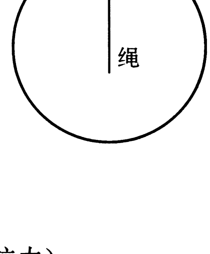
(1) 轻绳模型的特点.

① 轻绳的质量和重力不计；

② 可以任意弯曲，伸长形变不计，只能产生和承受沿绳方向的拉力；

③ 轻绳拉力的变化不需要时间，具有突变性.

(2) 轻绳模型的圆周运动.



① 小球在绳的拉力和重力作用下在竖直平面内做圆周运动的临界条件：小球通过最高点时，绳子对小球刚好没有力的作用，由重力提供向心力：$mg = m\frac{v^2}{R}$，$v_{临界} = \sqrt{gR}$；

② 小球能通过最高点的条件：$v \geqslant \sqrt{gR}$(当 $v > \sqrt{gR}$ 时，绳子对球产生拉力)；

③ 不能通过最高点的条件：$v < \sqrt{gR}$(小球没到最高点前就脱离了轨道，绳对球没有拉力).

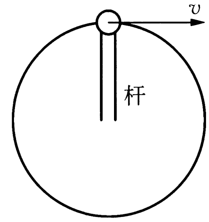
2. 轻杆模型的圆周运动

(1) 轻杆模型的特点.

① 轻杆的质量和重力不计；

② 任意方向的形变不计，能产生和承受各方向的拉力和压力；

③ 轻杆拉力和压力的变化不需要时间，具有突变性.



(2) 轻杆模型在圆周运动中的应用：轻杆的一端连着一个小球在竖直平面内做圆周运动，小球通过最高点时，轻杆对小球产生弹力的情况：

① 小球能通过最高点的临界条件：$v=0$，$N=mg$（N 为支持力）；

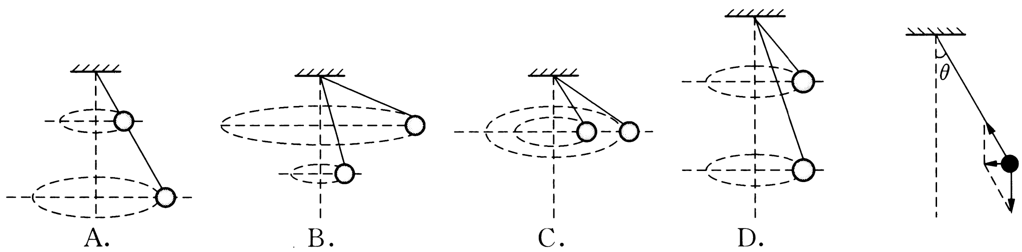
② 当 $0<v<\sqrt{gR}$ 时，有 $mg-N=m\dfrac{v^2}{R}$（N 为支持力）；

③ 当 $v=\sqrt{gR}$ 时，有 $mg=m\dfrac{v^2}{R}$（$N=0$）；

④ 当 $v>\sqrt{gR}$ 时，有 $mg+N=m\dfrac{v^2}{R}$（N 为拉力）.

零点突破——

例 1 两根长度不同的细线下面分别悬挂两个小球，细线上端固定在同一点. 若两个小球以相同的角速度绕共同的竖直轴在水平面内做匀速圆周运动，则两个摆球在运动过程中，下列相对位置关系示意图中可能正确的是（ ）.



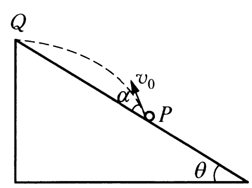
例 1 题图

分析 对小球受力分析，可知重力和绳的拉力的合力即为向心力，根据牛顿第二定律列式寻找两小球的位置高度关系.

解答 小球做匀速圆周运动，如图所示，有：$mg\tan\theta=m\omega^2L\sin\theta$，整理得：$L\cos\theta=\dfrac{g}{\omega^2}$，角速度 ω 相同，即两球处于同一高度，C 图正确. 故选 C.

答案 C.

例 2 如图所示，一物体自倾角为 θ 的固定斜面上某一位置 P 处斜向上抛出，到达斜面顶端 Q 处时速度恰好变为水平方向，已知 P、Q 间的距离为 L，重力加速度为 g，则关于抛出时物体的初速度 v_0 的大小及其与斜面间的夹角 α，以下关系中正确的有（ ）.



例 2 题图

A. $\tan\alpha=\tan\theta$

B. $\tan\alpha=\dfrac{\sin 2\theta}{2(1+\sin^2\theta)}$

C. $v_0=\dfrac{\cos\theta}{\cos 2\theta}\sqrt{\dfrac{L}{2g\sin\theta}}$

D. $v_0=\cos\theta\sqrt{\dfrac{gL}{2\sin\theta}}$

分析 本题是一个斜抛运动，利用逆向思维法，可等效于物体从 Q 点平抛落在了斜面上的 P 点. 将位移分解，结合运动学公式和数学三角函数知识求出初速度 v_0 以及夹角 θ 和 α 关系.

解答 运用逆向思维，物体做平抛运动. 物体初速度 v_0 相当于平抛的末速度. 设 v_0 与水平方

向夹角为β，由图知位移与水平夹角为θ，则有：$\alpha=\beta-\theta$，利用平抛运动的推论：$\tan\beta=2\tan\theta$，结合$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$，有：$\tan\alpha=\tan(\beta-\theta)=\dfrac{(\tan\beta-\tan\theta)}{1+\tan\beta\tan\theta}=\dfrac{\sin 2\theta}{2(1+\sin^2\theta)}$，选项B正确、A错误.

根据$L\sin\theta=\dfrac{1}{2}gt^2$得，$t=\sqrt{\dfrac{2L\sin\theta}{g}}$，则$P$点的竖直分速度$v_y=gt=\sqrt{2gL\sin\theta}$，$P$点的水平分速度$v_x=\dfrac{L\cos\theta}{t}=L\cos\theta\sqrt{\dfrac{g}{2L\sin\theta}}=\sqrt{\dfrac{gL\cos^2\theta}{2\sin\theta}}$，则$v_0=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{\dfrac{gL(1+3\sin^2\theta)}{2\sin\theta}}$.选项C、D错误.故选B.

答案　B.

点睛　采用逆向思维求解平抛运动的末速度(即斜抛运动的初速度)是解题的关键，本题对数学三角函数知识的运用要求较高，平时需加强训练.分析可知，从斜面顶端以初速度v做平抛，其落在斜面上的速度方向与斜面的夹角大小与初速度v无关.

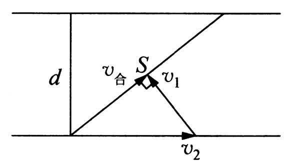
例3　一条河宽100 m，船在静水中的速度为4 m/s，水流速度是5 m/s.下列说法中正确的是(　　).

A. 该船一定能够垂直河岸横渡河流而到达正对岸

B. 当船头垂直河岸横渡时，过河所用的时间最长

C. 当船头垂直河岸横渡时，船的位移最小，是100 m

D. 该船渡到对岸时，船相对岸上出发点的位移必定大于100 m



例3题图

分析　小船同时参与了静水中的运动和水流的运动，船渡河的实际运动就是水流运动与船相对静水运动的合运动.运动时间由垂直河岸的分运动来计算(河宽即垂直河岸的分位移).由于船速小于水速，利用三角形定则可知，无论船如何行使都无法垂直河岸横渡，船相对岸上出发点的位移(即合位移)一定大于河宽.

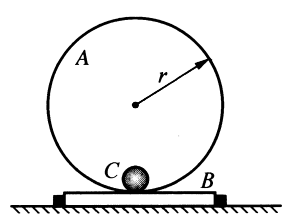
解答　设船在静水中的航速为v_1，水流的速度v_2.由题知，船在静水中的航速小于水流的速度，根据平行四边形定则可知，船的合速度方向不可能垂直于河岸，则船不能到达正对岸.故A错误；将小船的速度分解为垂直河岸和沿河岸方向，在垂直于河岸的方向上，河宽一定，当在该方向上的速度最大时，渡河时间最短，所以当船头方向垂直河岸，在该方向上的速度等于静水中的航速，此时时间最短：$t_{min}=\dfrac{d}{v_1}=25$ s.故B错误；船实际是按合速度方向运动，由于v_1、v_2的大小一定，根据作图法，由三角形定则分析可知，当船相对于水的速度v_1与合速度垂直时，合速度与河岸的夹角最大，船靠岸的地点离船出发点有最小距离，设船靠岸的地点离船出发点的最小距离为s.根据几何知识得：$\dfrac{d}{s}=\dfrac{v_1}{v_2}$，代入解得：$s=125$ m.故C错误、D正确.故选D.

答案　D.

点睛　船渡河问题属于运动的合成问题，运用平行四边形定则对速度进行合成.明确分运动与合运动具有等时性.过河时间由河宽与垂直河岸的分速度决定；分析过河位移时，要看合速度大小和方向.

探究提升

例4　如图所示，A是半径为r的圆形光滑轨道，固定在木板B上，竖直放置；B的左右两侧各有一光滑挡板固定在地面上，使其不能左右运动，小球C静止放在轨道最低点，A、B、C质量相等.现给小球一水平向右的初速度v_0，使小球在圆形轨道的内侧做圆周运动，为保证小球能通过轨道的最高点，且不会使B离开地面，(重力加速度为



例4题图

g).初速度 v_0 必须满足(　　).

A. 最小值为 $\sqrt{4gr}$　　B. 最大值为 $\sqrt{5gr}$

C. 最小值为 $\sqrt{6gr}$　　D. 最大值为 $\sqrt{7gr}$

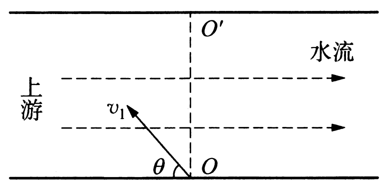
分析　小球在环内侧做圆周运动,通过最高点速度最小时,轨道对球的最小弹力为零,此时小球在最低点对应有最小速度;为了不会使环在竖直方向上跳起,小球在最高点对轨道的弹力不能大于 $2mg$,此时小球在最低点对应有最大速度.根据牛顿第二定律可求出最高点的两个临界速度.再根据机械能守恒定律求出小球在最低点的速度范围.

解答　在最高点,速度最小时有:$mg=m\frac{v_1^2}{r}$,解得:$v_1=\sqrt{gr}$.根据机械能守恒定律,有:$2mgr+\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}mv_1'^2$,解得:$v_1'=\sqrt{5gr}$.在最高点速度最大时有:$mg+F_N=m\frac{v_2^2}{r}$,$F_N=2mg$,解得:$v_2=\sqrt{3gr}$.根据机械能守恒定律有:$2mgr+\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}mv_2'^2$,解得:$v_2'=\sqrt{7gr}$.所以为保证小球能通过轨道的最高点,且不会使 B 离开地面,初速度 v_0 必须满足:$\sqrt{5gr}\leqslant v_0\leqslant\sqrt{7gr}$.故C、D正确,A、B错误.故选CD.

答案　CD.

点睛　本题属于轻绳模型.综合考查了牛顿第二定律和机械能守恒定律.解题关键是找出在最高点的两个临界情况,并求出在最高点的最大速度和最小速度,从而求出小球在最低点的速度范围.

例5　如图所示,小船以大小为 v_1、方向与上游河岸成 θ 角的速度(在静水中的速度)从 O 处过河,经过 t 时间,正好到达正对岸的 O' 处.现要使小船在更短的时间内过河并且也正好到达正对岸 O' 处,在水流速度不变的情况下,可采取下列方法中的哪一种?(　　).



例5题图

A. 只要增大 v_1 大小,不必改变 θ 角

B. 只要增大 θ 角,不必改变 v_1 大小

C. 在增大 v_1 的同时,必须适当增大 θ 角

D. 在增大 v_1 的同时,必须适当减小 θ 角

分析　将小船的运动分解为垂直于河岸方向和沿河岸方向的运动.小船要在更短的时间内过河并且也正好到达正对岸 O' 处,则船在沿河岸方向的分速度不变(与水流速度相同,使沿河岸方向的合速度为零),船在垂直河岸方向的分速度要增大(因为河宽一定),根据平行四边形定则,即可判定.

解答　①若只增大 v_1 大小,不改变 θ 角,则船在沿河岸方向的分速度增大,因此船不可能垂直达到对岸,故A错误;②若只增大 θ 角,不改变 v_1 大小,同理可知,沿河岸方向的分速度在减小,而垂直河岸的分速度在增大,船不可能垂直到达对岸,故B错误;③若在增大 v_1 的同时,也适当增大 θ 角,可以保证沿河岸方向的分速度不变,而垂直河岸的分速度在增大,则船能垂直达到对岸,且时间更短,故C正确;④若增大 v_1 的同时,也适当减小 θ 角,则沿河岸方向的分速度增大,不能垂直到达对岸,故D错误.故选C.

答案　C.

点睛　解题关键是将小船的运动分解,河宽一定即垂直河岸方向的分位移一定,利用分运动与合运动具有等时性的特点,过河时间随垂直河岸的分速度增大而减少.

例6　如图(a)所示,长为 L 的轻直棒一端可绕固定轴 O 转动,另一端固定一质量为 m 的小

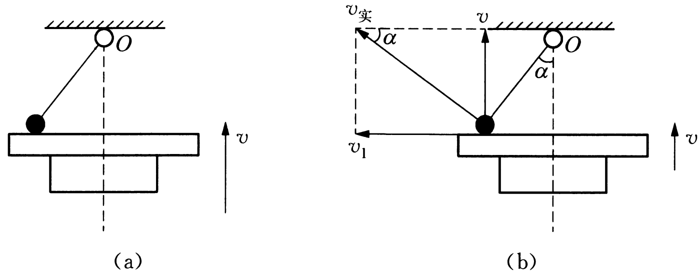
球，小球搁在水平升降台上，升降平台以速度 v 匀速上升，下列说法中正确的是(　　).

A. 小球做匀速圆周运动

B. 当棒与竖直方向的夹角为 α 时，小球的速度为$\frac{v}{\cos\alpha}$

C. 棒的角速度逐渐增大

D. 当棒与竖直方向的夹角为 α 时，棒的角速度为$\frac{v}{L\sin\alpha}$



例 6 题图

分析　棒与平台接触点的实际运动即合运动方向是垂直于棒指向左上方(即圆周运动的线速度)，竖直向上是它的一个分速度，将实际速度分解，根据三角形知识求解.

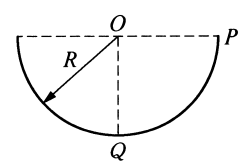
解析　棒与平台接触点(即小球)的运动可视为竖直向上的匀速运动和沿平台向左的运动的合成. 小球的实际运动即合运动方向是垂直于棒指向左上方，如图(b)所示. 设棒的角速度为 ω，则合速度 $v_实=\omega L$，沿竖直方向向上的速度分量等于 v，即 $\omega L\sin\alpha=v$，所以 $v_实=\frac{v}{\sin\alpha}$，$\omega=\frac{v}{L\sin\alpha}$，选项 B 错误、D 正确；由此可知小球的角速度随棒与竖直方向的夹角 α 的增大而减小，小球做角速度越来越小的变速圆周运动，选项 A、C 错误. 故选 D.

答案　D.

点睛　找合速度是本题的关键，应明白实际的速度为合速度. 然后分解速度，利用三角函数求解. 此题难度在于合速度的确定.

压轴精炼——

例 7　如图所示，半径为 R 的光滑半圆轨道放置于竖直平面，质量均为 m 的两小球都从轨道最高点 P 开始运动，小球 a 从静止开始沿轨道下滑，小球 b 以某一初速度水平抛出，一段时间后落到半圆轨道的最低点 Q，不计空气阻力，重力加速度为 g. 下列说法中正确的是(　　).



例 7 题图

A. 小球 b 刚落到 Q 点时的速度大小为$\frac{\sqrt{5gR}}{2}$

B. 小球 b 刚落到 Q 点时重力的瞬时功率为 $mg\sqrt{2gR}$

C. 从 P 到 Q，小球 a 所需时间小于小球 b 所需时间

D. 从 P 到 Q，小球 a 重力做功的最大功率为$\frac{2}{3}mg\sqrt{\sqrt{3}gR}$

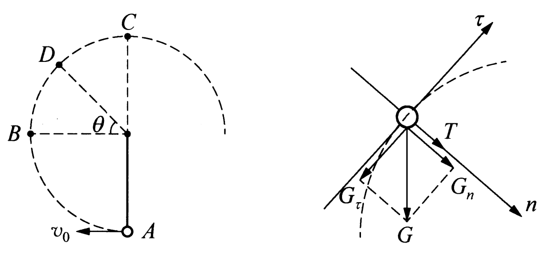
分析　根据高度求出平抛运动的时间，结合水平位移和时间求出初速度，根据速度时间公式求出落到 Q 点的竖直分速度，结合平行四边形定则求出平抛运动落到 Q 点的速度. 根据瞬时功率的公式，结合落到 Q 点的竖直分速度，求出重力的瞬时功率. 对于小球 a，根据动能定理，求出下落 h 时的速度，结合功率公式求出瞬时功率的表达式，结合数学知识求解最大功率.

解答 小球b做平抛运动，平抛运动的时间$t=\sqrt{\frac{2R}{g}}$，则平抛运动的初速度$v_0=\frac{R}{t}=\sqrt{\frac{gR}{2}}$，小球落到$Q$点的竖直分速度$v_y=gt=\sqrt{2gR}$，根据平行四边形定则知，小球落到$Q$点的速度$v_Q=\sqrt{v_0^2+v_y^2}=\sqrt{\frac{5gR}{2}}$，选项A错误；小球$b$落到$Q$点时重力的瞬时功率$P=mgv_y=mg\sqrt{2gR}$，选项B正确；小球$a$由静止下滑做圆周运动，到达$Q$点下降的高度也为$R$，时间一定大于自由落体运动的时间，选项C错误；设小球a沿轨道下滑的高度为h时，速度为v，根据动能定理得：$mgh=\frac{1}{2}mv^2$，解得$v=\sqrt{2gh}$，方向沿切线方向，根据几何关系知，速度方向与竖直方向夹角的余弦$\cos\alpha=\frac{\sqrt{R^2-h^2}}{R}$，则重力的瞬时功率$P=mgv\cdot\cos\alpha=mg\cdot\sqrt{2gh}\cdot\frac{\sqrt{R^2-h^2}}{R}$，根据数学导数求极值的方法可知，当$h=\frac{\sqrt{3}}{3}R$时重力的功率最大，$P_m=\frac{2}{3}mg\sqrt{\sqrt{3}gR}$，选项D正确. 故选BD.

答案 BD.

点睛 本题考查了平抛运动和圆周运动的综合运用，了解平抛运动在水平方向和竖直方向上的运动规律，以及掌握瞬时功率的公式是解题的关键. 对于D选项，对数学能力要求较高，有一定的难度. 另一解法：$mgR\sin\alpha=\frac{1}{2}mv^2$，$P=mgv\cos\alpha$，联立得：$P=mg\sqrt{2gR(\sin\alpha-\sin^3\alpha)}$，令$y=\sin\alpha-\sin^3\alpha$，利用数学求导可知：当$\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$时，此时$y$有最大值，功率最大为$P_m=\frac{2}{3}mg\sqrt{\sqrt{3}gR}$.

例8 如图(a)所示，长为L的细绳一端固定，另一端系一小球. 当小球在最低点A时，给球一个$v_0=2\sqrt{gL}$的水平初速度，试求小球所能到达的最大高度. 不计空气阻力.



例8题图

分析 通过能量关系和圆周运动动力学知识可知，小球运动会越过与圆心等高的B点，但不能到达最高点C($v_C\geqslant\sqrt{gL}$时才能通过C点)，即小球必然在B、C之间的某点D脱离圆弧并做一段斜抛运动.

解答 在BC段，只要小球还在圆弧上，其受力分析必如图(b)所示. 沿轨迹的切向、法向分别建τ、n坐标系，然后将重力G沿τ、n分解为G_τ和G_n分量，T为绳子张力. 法向动力学方程为：$T+G_n=\sum F_n=ma_n=m\frac{v^2}{L}$，由于$T\geqslant0$，$G_n>0$，故$v\neq0$.

设脱离点为D，对应方位角为θ，如图(a)所示. 由于在D点之后绳子就要弯曲，则此时绳子的张力T恰好为零，但仍然在做圆周运动，故动力学方程仍满足：$G_n = mg\sin\theta = m\frac{v_D^2}{L}$①，再对$A\to D$过程分析，小球机械能守恒(选$A$所在的水平面为参考平面)，有：$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = mg(L + L\sin\theta) + \frac{1}{2}mv_D^2$②，联立①、②两式代入$v_0$值解得：$\theta = \arcsin\frac{2}{3}$，$v_D = \sqrt{\frac{2gL}{3}}$. 小球脱离$D$点后将以$v_D$为初速度做斜上抛运动，它所能到达的最高点的最大高度(相对A)可以用两种方法求得.

解法一：运动学方法. 小球斜抛的最大高度$h_m = \frac{(v_D\cos\theta)^2}{2g} = \frac{v_D^2(1-\sin^2\theta)}{2g}$，代入$\theta$和$v_D$的值得：$h_m = \frac{5}{27}L$，小球相对$A$的总高度：$H_m = L + L\sin\theta + h_m = \frac{50}{27}L$.

解法二：能量的方法. 小球在斜抛的最高点仍具有v_D的水平分量：$v_D\sin\theta = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2gL}{3}}$. 对$A\to$最高点的过程用机械能守恒定律(设$A$所在的水平面为参考平面)，有：$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}m(v_D\sin\theta)^2 + mgH_m$，可得：$H_m = \frac{50}{27}L$.

答案 $\frac{50}{27}L$.

点睛 本题利用自然坐标分解来分析变速圆周运动. 根据动力学分析，小球运动到轨道B、C之间时不可能出现速度为零的情况(有向心力)，即小球脱离圆弧后运动的初速度不可能为零(不会做自由落体运动). 若换一个v_0值，使小球在AB段某处脱轨，则$v=0$是可能出现的. 若将绳子换成轻杆，则在BC段$v=0$也可能出现，且无论是绳是杆，此后小球均会在A点左右圆弧区域做往复运动.

画龙点睛

1. 曲线运动的研究方法——运动的合成与分解的两种分解思路

a. 固定坐标系分解(适用于匀变速曲线运动如抛体运动)

建立坐标系的一般模式——沿加速度方向和垂直加速度方向建立直角坐标系；灵活模式——根据解题需要建直角坐标系或非直角坐标系.

b. 自然坐标系分解(适用于变加速曲线运动如变速圆周运动)

基本方法：在考查点沿轨迹建立切向τ、法向n坐标系，所有运动学矢量均沿这两个方向分解. 动力学方程$\begin{cases}\sum F_\tau = ma_\tau \\ \sum F_n = ma_n\end{cases}$，其中$a_\tau$改变速度的大小(速率)，$a_n$改变速度的方向. 且$a_n = m\frac{v^2}{\rho}$，其中$\rho$表示轨迹在考查点的曲率半径. 定量解题一般只涉及法向动力学方程.

2. 抛体运动(或类抛体运动)的研究方法

处理平抛运动问题要抓住两个三角形：有关速度的三角形和有关位移的三角形. 其他抛体(斜抛)或类抛体运动的分析，与平抛运动的分析方法基本相同. 在坐标轴的选取方面，可以灵活处理. 对斜抛运动问题，可将斜抛运动在对称轴(过最高点)处分开，然后对两部分都可按平抛运动处理.

3. 圆周运动的研究方法

(1) 解决圆周运动问题要注意进行受力分析，明确向心力的来源，确定圆心以及半径，列出

正确的动力学方程：$F_n = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2 = m\omega v = mr\frac{4\pi^2}{T^2}$.

(2) 竖直平面内圆周运动的最高点和最低点的速度通常利用牛顿第二定律进行动力学分析. 对于处在两个状态之间的运动过程，则采用动能定理或机械能守恒定律来列式.

变式训练

1. 学校组织“骑车投球”比赛，甲、乙两参赛者沿规定直赛道匀速骑行过程中，将手中网球沿垂直于骑行方向水平抛向地面上的塑料框 O 中，如图所示，A 点是赛道上离框最近的点. 甲以 3 m/s 的速度骑行，在 B 点将网球以速度 v 水平抛出，网球恰好落入筐中；乙以 4 m/s 的速度骑行，要想将球投入筐中，乙参赛者应(不计空气阻力，甲、乙投球点的高度视为相同)(　　).

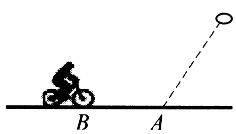
A. 在到达 B 点之后将球抛出　　B. 在到达 B 点之前将球抛出

C. 将球也以速度 v 水平抛出　　D. 将球以大于 v 的速度水平抛出

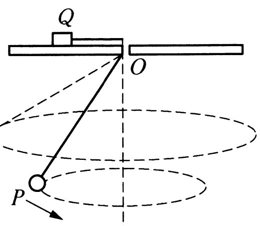
2. 如图所示，一根细线下端拴一个金属小球 P，细线的上端固定在金属块 Q 上，Q 放在带小孔(小孔光滑)的固定水平桌面上，小球在某一水平内做匀速圆周运动(圆锥摆)，现使小球改到一个更高一些的水平面上做匀速圆周运动(图中 P' 位置)，两次金属块 Q 都静止在桌面上的同一点，则后一种情况与原来相比较，下面的判断中正确的是(　　).

A. 细线所受的拉力变小　　B. 小球 P 运动的角速度变小

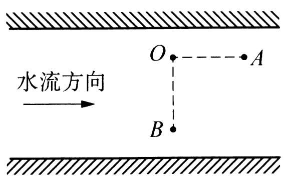
C. 小球 P 运动的线速度变大　　D. Q 受到桌面的静摩擦力变大



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

3. 如图所示，甲、乙两同学从河中 O 点出发，分别沿直线游到 A 点和 B 点后，立即沿原路线返回到 O 点，OA、OB 分别与水流方向平行和垂直，且 $OA=OB$. 若水流速度不变，两人在静水中游速相等，则他们所用时间 $t_{甲}$、$t_{乙}$ 的大小关系为(　　).

A. $t_{甲} < t_{乙}$　　B. $t_{甲} = t_{乙}$　　C. $t_{甲} > t_{乙}$　　D. 无法确定

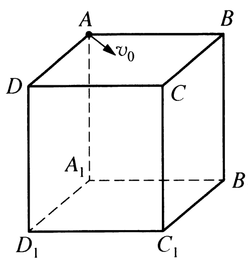
4. (多选)如图所示，空间有一底面处于水平地面上的正方体框架 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$，从顶点 A 沿不同方向平抛一小球(可视为质点). 关于小球的运动，下列说法中正确的是(　　).

A. 落点在 $A_1B_1C_1D_1$ 内的小球，落在 C_1 点时平抛的初速度最大

B. 落点在 B_1D_1 上的小球，平抛初速度的最小值与最大值之比是 $1:\sqrt{2}$

C. 运动轨迹与 AC_1 相交的小球，在交点处的速度方向都相同

D. 运动轨迹与 AC_1 相交的小球，在交点处的速度方向都不同



第 4 题图

5. 如图所示，轻绳的一端固定在 O 点，另一端系一质量为 m 的小球(可视为质点). 当小球在竖直平面内沿逆时针方向做圆周运动时，通过传感器测得轻绳拉力 T、轻绳与竖直线 OP 的夹角 θ 满足关系式 $T = a + b\cos\theta$，式中 a、b 为常数，不计空气阻力. 则下列说法

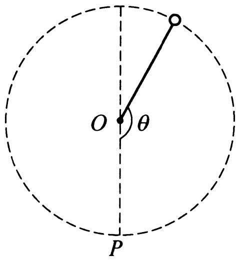
中正确的是(　　).

A. 当地的重力加速度为$\frac{b}{2m}$

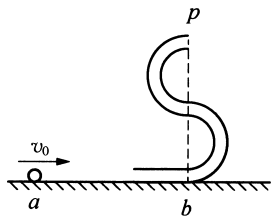
B. 当地的重力加速度为$\frac{b}{3m}$

C. 小球在最低点和最高点处绳的拉力之差与半径大小有关

D. 小球在最低点和最高点处绳的拉力之差与小球质量大小有关



第 5 题图



第 6 题图

6. 如图所示为"S"形玩具轨道,该轨道是用内壁光滑的薄壁细圆管弯成,固定在竖直平面内,轨道弯曲部分由两个半径相等的半圆连接而成,圆半径比细管内径大得多,轨道底端与水平地面相切.某弹射装置将一个小球(可视为质点)从 a 点以速度 v_0 水平射向 b 点并进入轨道,经过轨道后从 p 点水平抛出(抛出后小球不会再碰轨道).已知小球与地面 ab 段间的动摩擦因数 $\mu=0.2$,不计其他机械能损失.ab 段长 $L=1.25\ \text{m}$,圆的半径 $R=0.1\ \text{m}$,小球质量 $m=0.01\ \text{kg}$,轨道质量为 $m'=0.15\ \text{kg}$,$g=10\ \text{m/s}^2$,求:

(1) 若 $v_0=5\ \text{m/s}$,小球从 p 点抛出后的水平射程.

(2) 若 $v_0=5\ \text{m/s}$,小球经过轨道的最高点时,管道对小球作用力的大小和方向.

(3) 设小球进入轨道之前,轨道对地面的压力大小等于轨道自身的重力,当 v_0 至少为多少时,轨道对地面的压力会为零,并指出此时小球的位置.

专题三　多过程的运动问题

物体多过程的运动是高考计算题中的常见内容.综合运用牛顿运动定律、运动学规律和能量转化与守恒定律解此类问题一直是高考命题的热点.此类问题与生产生活实际联系也很多,能否从实际问题中抽象出物理模型并加以解决是解题的关键.

常见类型有：包含有短暂作用过程（如碰撞）的多过程问题；持续作用下按时间依次发生（如多个轨道）的多过程问题；有循环往复运动的多过程问题. 常常与板块模型、传送带模型、碰撞模型相结合，成为压轴题的热点题型. 有时又与临界值问题、分类讨论问题相结合，能很好考查学生建立物理模型、利用数学解决物理问题的综合能力.

入门导学

难点解读

一、单个物体的多过程运动

通常采用“程序法”分析. 即按时间先后顺序“拆分”运动，每个过程通过速度作为衔接. 需分析每一过程的受力情况、运动性质，选择合适的解题方法求解.

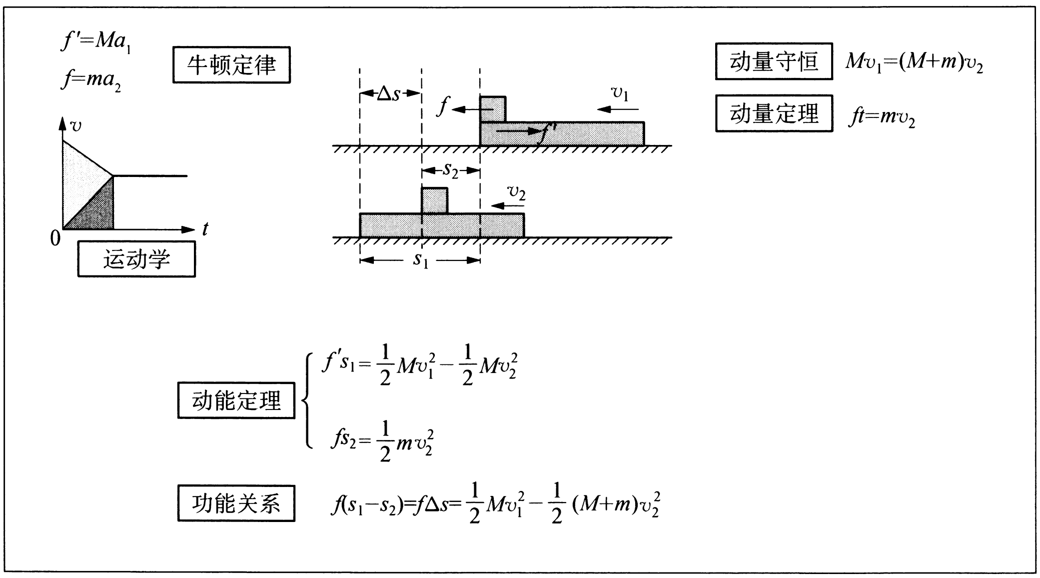
二、多物体的多过程运动

一般包括两个或三个物体，它们同时参与了多个物理过程，各对象、各过程间相互作用、相互牵连. 解题时需对每个对象的受力和运动情况进行分析，再选择合适的研究对象和合适的过程列相应的方程（如运动学公式、牛顿运动定律、动能定理、动量定理、动量守恒定律等）. 多物体问题较单个物体问题更为复杂，往往涉及多物体的并列式运动，或包含有连接体拆分的多过程运动. 解题关键要找出多物体间的关联关系，如涉及两物体的相对运动时的位移关系、速度关系. 特别要注意各阶段连接处的物体的受力和速度是否有突变，对结果要进行合理性的反思.

1. 板块模型

板块模型又属叠加体问题，主要考查静摩擦力、滑动摩擦力等静力学知识和相对运动规律. 长木板和小滑块构成的系统，依靠两者间的滑动摩擦或静摩擦的相互作用呈现的问题，我们统称为板块模型. 常见类型有：滑块冲上水平木板类（滑块或木板具有一个初速度）、滑块带动木板或木板带动滑块类（即滑块或木板受到一个水平拉力）、板块模型的变形类（如小滑块下面垫的长木板改成平板车或者是带一段圆弧轨道的木板）.

该模型重点是对物体的受力分析（尤其是摩擦力的分析）及过程分析. 对涉及的多过程要合理划分，理清多物体运动时的位移关系，合理选择力学三大观点建立方程. 常见板块模型有以下关系：



板块模型解题方法：

(1) 运用动力学观点解题. 一般步骤为：

a. 分析题中滑块、木板的受力情况，求出各自的加速度.

b. 画好运动草图，找出位移、速度、时间等物理量间的关系. 了解每一过程的末速度是下一过程的初速度.

c. 利用两者发生相对滑动的临界条件列相应方程：①摩擦力为最大静摩擦力（一般视为等于滑动摩擦力大小）. ②二者加速度相等.

(2) 运用动量和能量的观点相结合解题.

a. 选择合适的物体和合适的过程依据动量定理或动量守恒定律列方程.

b. 选择合适的物体和合适的过程依据动能定理或能量守恒列方程.

2. 传送带模型

传送带问题通常涉及到摩擦力方向判断、传送时间以及摩擦生热等问题，是力学中重要的知识应用板块. 常见有水平传送带、倾斜传送带和组合传送带.

传送带问题解题策略：

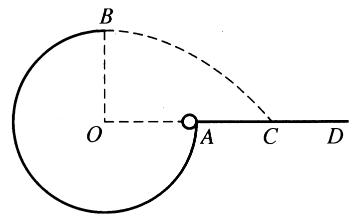
(1) 受力分析和运动分析是解题的基础. 受力分析的关键是对摩擦力 f 的分析. 首先根据初始条件比较物体对地的速度 $v_{物}$ 与传送带对地的速度 $v_{传}$ 的大小和方向，明确物体受到的摩擦力的种类及其规律，然后分析出物体受的合外力和加速度大小和方向，再结合物体的初速度确定物体的运动性质. 当物体速度与传送带速度相同时，物体所受的摩擦力有可能发生突变，之后物体能否与皮带保持相对静止，一般采用假设法判断. 对于倾斜传送带一般需要比较 $mg\sin\theta$ 与 $\mu mg\cos\theta$ 的大小（即比较 μ 与 $\tan\theta$ 大小）关系，物体和传送带等速时刻是摩擦力变化与否和物体运动性质变化与否的临界点.

(2) 参照系的正确选择是解题的关键. 在对被传送的物体作运动分析中，根据其所受合外力方向与初速度方向是否同向判定该物体的运动性质，此时是以地面为参照系的，故根据运动学公式计算时，公式中的运动学量 v、a、x 都应该以地面为参照系. 而涉及到摩擦力的方向判断和摩擦生热计算时是以传送带为参照系的. 物体在传送带上的划痕长度就是以传送带为参照系的相对位移大小.

(3) 学会用功和能的观点分析传送带问题. 传送带因传送物体需额外做的功为 W，被传送物体的机械能增量为 ΔE，Q 为产生的内能，$W=\Delta E+Q$，其中 $W=F\cdot x_{带}$（由传送带受力平衡知 $F=f$，f 为物体与皮带间的滑动摩擦力），$\Delta E=f\cdot x_{物}$，$Q=f\cdot x_{相对}$. 如物体无初速地放在水平匀速运动的传送带上，物体先做匀加速运动，达到与皮带相同的速度后再做匀速运动，物体做匀加速运动的位移大小等于该时间物体相对于传送带的位移大小，故加速过程中因摩擦产生的热量 Q 与物体获得的动能 E_k 相等，$W=Q+E_k$，$Q:W=1:2$（通常称作有半能损失）.

零点突破——

例 1 如图所示，竖直平面内的 $\frac{3}{4}$ 圆弧形光滑轨道半径为 R，A 端与圆心 O 等高，AD 为水平面，B 点在 O 的正上方，一个小球在 A 点以一竖直向下初速度进入圆轨道并恰能到达 B 点. 求：(1)小球在 A 点的初速度为多少？(2)落点 C 与 A 点的水平距离是多少？



例 1 题图

分析 这是一类常见的单个物体多过程问题，依据事件发生的顺序，将物体的运动过程先分段：从 $A\rightarrow B$ 过程，物体做圆周

运动，突破点在“恰能到达 B 点”，可求得在 B 的速度，然后判定该过程机械能守恒，从能量守恒和转化观点进行列式求解；从 $B\to C$ 过程，物体做平抛运动，可由平抛运动的相关规律列式求解.

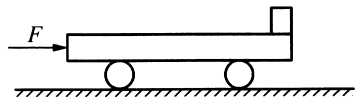
解答 (1) 从 A 点运动到 B 点，由机械能守恒定律可得：$\frac{1}{2}mv_A^2=\frac{1}{2}mv_B^2+mgR$ ①.

恰能通过最高点 B 时，由牛顿第二定律可得：$mg=m\frac{v_B^2}{R}$ ②，由 ①② 式解得：$v_A=\sqrt{3gR}$ ③.

(2) 物体从 B 到 C 应用平抛运动规律可得：$R=\frac{1}{2}gt^2$ ④，$s_{OC}=v_Bt$ ⑤，由 ③④⑤ 式解得：$s_{AC}=s_{OC}-R=(\sqrt{2}-1)R$.

答案 (1) $\sqrt{3gR}$；(2) $(\sqrt{2}-1)R$.

例 2 如图所示，质量 $M=8$ kg 的小车放在水平光滑的平面上，在小车左端加一水平推力 $F=8$ N，当小车向右运动的速度达到 1.5 m/s 时，在小车前端轻轻地放上一个大小不计，质量为 $m=2$ kg 的小物块，物块与小车间的动摩擦因数 $\mu=0.2$，小车足够长. 求：



例 2 题图

(1) 小物块放上后，小物块及小车的加速度各为多大?

(2) 经多长时间两者达到相同的速度?

(3) 从小物块放上小车开始，经过 $t=1.5$ s 小物块通过的位移大小为多少?(取 $g=10\ \mathrm{m/s^2}$).

分析 在达到共同速度之前，车受推力 F 和物块的摩擦力 μmg，达到共同速度之后两者受力情况均瞬间发生变化，其原因在于车和物块间的摩擦力性质发生了突变——由滑动摩擦力变为静摩擦力了. 所以在求物块位移时应特别注意，合力变了，物块的加速度也随之突变，位移应该分两个不同阶段来求.

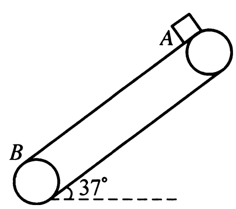
解答 (1) 物块的加速度 $a_m=\mu g=2\ \mathrm{m/s^2}$，小车的加速度：$a_M=\frac{F-\mu mg}{M}=0.5\ \mathrm{m/s^2}$.

(2) 由：$a_mt=v_0+a_Mt$ 得：$t_1=1$ s.

(3) 在开始 1 s 内小物块的位移：$s_1=\frac{1}{2}a_mt^2=1$ m，最大速度：$v=at=2$ m/s，在接下来的 $t_2=0.5$ s，假设物块与小车相对静止，一起做加速运动，则加速度为：$a=\frac{F}{M+m}=0.8\ \mathrm{m/s^2}$，$a<a_m$，假设成立，这 0.5 s 内物块的位移：$s_2=vt+\frac{1}{2}at^2=1.1$ m，通过的总位移 $s=s_1+s_2=2.1$ m.

答案 (1) $2\ \mathrm{m/s^2}$，$0.5\ \mathrm{m/s^2}$；(2) 1 s；(3) 2.1 m.

例 3 如图所示，倾角为 37°，长为 $l=16$ m 的传送带，转动速度为 $v=10$ m/s，动摩擦因数 $\mu=0.5$，在传送带顶端 A 处无初速度地释放一个质量为 $m=0.5$ kg 的物体. 已知 $\sin 37°=0.6$，$\cos 37°=0.8$，$g=10\ \mathrm{m/s^2}$. 求：



例 3 题图

(1) 传送带顺时针转动时，物体从顶端 A 滑到底端 B 的时间.

(2) 传送带逆时针转动时，物体从顶端 A 滑到底端 B 的时间.

分析 处理传送带问题时需要特别注意两点：一是对物体在初态时所受滑动摩擦力的方向的分析；二是对物体在达到与传送带相同速度时摩擦力的有无及方向和性质是否变化的分析. 本题的易错点在第二问，当物体

从顶端 A 下滑到与皮带共速时(还未到 B 端),摩擦力发生了方向的突变,但仍为滑动摩擦力,物体仍加速下滑而不是匀速.

解答 (1) 传送带顺时针转动时,物体相对传送带向下运动,则物体所受滑动摩擦力沿斜面向上,相对传送带向下匀加速运动,根据牛顿第二定律有:$mg(\sin 37° - \mu\cos 37°) = ma$,则:$a = g\sin 37° - \mu g\cos 37° = 2\ \text{m/s}^2$,根据 $l = \frac{1}{2}at^2$ 得:$t = 4$ s.

(2) 传送带逆时针转动,当物体下滑速度小于传送带转动速度时,物体相对传送带向上运动,则物体所受滑动摩擦力沿传送带向下,设物体的加速度大小为 a_1,由牛顿第二定律得:$mg\sin 37° + \mu mg\cos 37° = ma_1$,则有:$a_1 = \frac{mg\sin 37° + \mu mg\cos 37°}{m} = 10\ \text{m/s}^2$,设当物体运动速度等于传送带转动速度时经历的时间为 t_1,位移为 x_1,则有:$t_1 = \frac{v}{a_1} = \frac{10}{10}\ \text{s} = 1\ \text{s}$,$x_1 = \frac{1}{2}a_1t_1^2 = 5\ \text{m} < l = 16\ \text{m}$,与传送带共速时还未到达底端.

在物体运动速度等于传送带速度瞬间,有 $mg\sin 37° > \mu mg\cos 37°$,则下一时刻物体相对传送带继续加速向下运动,但受到传送带向上的滑动摩擦力——摩擦力发生突变.设当物体下滑速度大于传送带转动速度时物体的加速度为 a_2,则:

$a_2 = \frac{mg\sin 37° - \mu mg\cos 37°}{m} = 2\ \text{m/s}^2$,$x_2 = l - x_1 = 11$ m,又因为:$x_2 = vt_2 + \frac{1}{2}a_2t_2^2$,则有:$10t_2 + t_2^2 = 11$,解得:$t_2 = 1$ s($t_2 = -11$ s 舍去),所以 $t_总 = t_1 + t_2 = 2$ s.

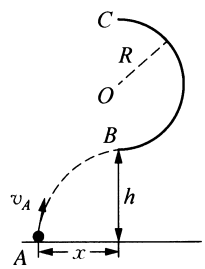
答案 (1) 4 s;(2) 2 s.

探究提升——

例 4 如图所示,BC 为一竖直固定的半径为 $R = 0.5$ m 的半圆形轨道,B 为半圆形轨道的最低点,B 点距水平地面的高度 $h = 1.0$ m.某人在水平地面上的 A 点处以某一初速度斜向上抛出一个质量 $m = 0.5$ kg 的小球,小球恰好从最低点 B 水平碰撞进入半圆形轨道内侧,已知抛出点 A 与 B 点的水平距离 $x = 1.0$ m,不计空气阻力,重力加速度 g 取 $10\ \text{m/s}^2$.求:

(1) 小球从 A 点抛出时的速度大小;

(2) 小球刚进入半圆轨道最低点 B 时,轨道对小球的支持力大小.



例 4 题图

分析 (1) 球从 A 到 B 的逆过程为平抛运动,可根据高度求出平抛运动的时间,结合水平位移,求出小球到达 B 点的速度.再对 A 到 B 的过程运用动能定理,求出抛出时的初速度大小.(2) 在 B 点,根据牛顿第二定律求轨道对小球的支持力大小.

解答 (1) 设小球从 A 点抛出时的速度大小为 v_A,小球经过 B 点时的速度为 v_B.小球从 A 到 B 的逆过程为平抛运动,根据平抛运动的规律有:$h = \frac{1}{2}gt^2$,$x = v_Bt$,联立解得:$v_B = \sqrt{5}$ m/s.

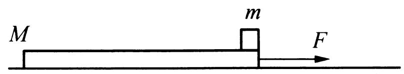
对 A 到 B 的过程运用动能定理得:$-mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$,解得:$v_A = 5$ m/s.

(2) 在 B 点,由牛顿第二定律有:$N - mg = m\frac{v_B^2}{R}$,解得轨道对小球的支持力为:$N = 10$ N,方向为竖直向上.

答案 (1) $\sqrt{5}$ m/s;(2) 10 N,竖直向上.

点睛 本题的解题关键是运用逆向思维法,利用平抛运动在水平方向和竖直方向上的运动规律求出 B 点速度.

例 5 如图所示，一质量 $M=2.0\ \text{kg}$ 的长木板静止放在光滑水平面上，在木板的右端放一质量 $m=1.0\ \text{kg}$ 可看作质点的小物块，小物块与木板间的动摩擦因数为 $\mu=0.2$. 用恒力 F 向右拉动木板使木板在水平面上做匀加速直线运动，经过 $t=1.0\ \text{s}$ 后撤去该恒力，此时小物块恰好运动到距木板右端 $l=1.0\ \text{m}$ 处. 在此后的运动中小物块没有从木板上掉下来. $g=10\ \text{m/s}^2$. 求：



例 5 题图

(1) 小物块在加速过程中受到的摩擦力的大小和方向；

(2) 作用于木板的恒力 F 的大小；

(3) 木板的长度至少是多少？

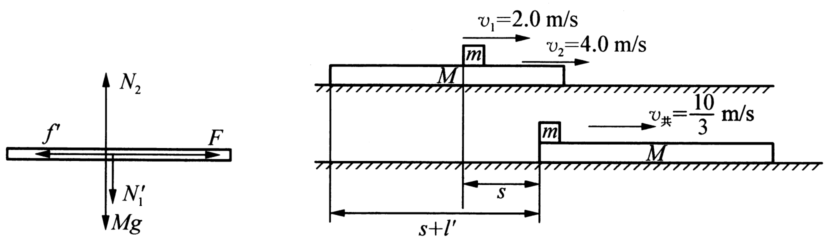
分析 撤去力 F 之前，滑块相对木板向后运动，分析滑块和木板的受力，画出运动位移草图，根据两者相对位移为 1 m 列出位移关系方程，联立牛顿第二定律方程可以求出滑块、木板的加速度，再求木板的受力. 撤去力 F 以后，板和小滑块系统所受合外力为零，可以运用动量守恒定律和动能定理求得这一阶段的相对位移. 欲使物块不掉下，滑块相对木板的位移之和应不超过木板总长.

解答 (1) 对小物块进行受力分析，设它受到的摩擦力大小为 f，$f=\mu N_1$，$N_1-mg=0$，$f=0.2\times1.0\times10\ \text{N}=2\ \text{N}$，方向水平向右.

(2) 设小物块的加速度为 a_1，木板在恒力 F 作用下做匀加速直线运动时的加速度为 a_2，此过程中小物块的位移为 s_1，木板的位移为 s_2，则有：$f=ma_1$，$a_1=2.0\ \text{m/s}^2$. $s_1=\frac{1}{2}a_1t^2$，$s_2=\frac{1}{2}a_2t^2$，$s_2-s_1=l$，$l=\frac{1}{2}(a_2-a_1)t^2$，代入数值得：$a_2=4.0\ \text{m/s}^2$. 对木板进行受力分析，如图所示，根据牛顿第二定律和第三定律：$F-f'=Ma_2$，$f'=f$，则：$F=f+Ma_2$，代入数值得出 $F=10\ \text{N}$.

(3) 设撤去 F 时小物块和木板的速度分别为 v_1 和 v_2，撤去 F 后，木板与小物块组成的系统动量守恒，当小物块与木板相对静止时，它们具有共同速度 $v_共$，$v_1=a_1t=2.0\ \text{m/s}$，$v_2=a_2t=4\ \text{m/s}$，根据动量守恒定律得：$mv_1+Mv_2=(m+M)v_共$，$v_共=\frac{1.0\times2+2.0\times4.0}{1.0+2.0}\ \text{m/s}=\frac{10}{3}\ \text{m/s}$，对小物块根据动能定理：$fs=\frac{1}{2}mv_共^2-\frac{1}{2}mv_1^2$，对木板根据动能定理：$-f(s+l')=\frac{1}{2}Mv_共^2-\frac{1}{2}Mv_2^2$，代入数据得：$l'=\frac{2}{3}\ \text{m}$，所以木板的长度至少为 $L=l+l'=\frac{5}{3}\ \text{m}\approx1.7\ \text{m}$.

答案 (1) 2 N，方向水平向右；(2) 10 N；(3) 1.7 m.



例 5 题图

例 6 如图甲所示，一倾角为 37° 的传送带以恒定速度运行，现将一质量 $m=1\ \text{kg}$ 的小物体抛上传送带，物体相对地面的速度随时间变化的关系如图乙所示，取沿传送带向上为正方向，$g=$

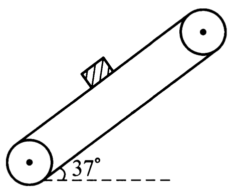
$10\ m/s^2$，$\sin 37° = 0.6$，$\cos 37° = 0.8$.求：

(1) 0～8 s 内物体位移的大小；

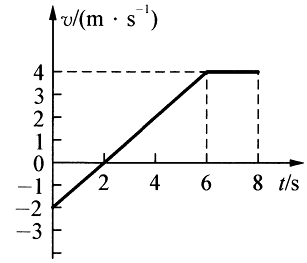
(2) 物体与传送带间动摩擦因数；

(3) 0～8 s 内物体机械能增量及因与传送带摩擦产生的热量 Q；

(4) 0～8 s 电动机因传送物体而多消耗的电能 W.



图甲



图乙

例 6 题图

分析 由图可知皮带以 4 m/s 的速度向上匀速转动，物体以 2 m/s 的初速度先向下减速后向上加速，与皮带共速后一起做匀速运动. 根据速度图象的"面积"大小可以计算位移，利用图象斜率计算加速度，根据牛顿第二定律计算动摩擦因数. 由功能关系计算机械能增量及因与传送带摩擦产生的热量 Q.

解答 (1) 从图乙中求出物体位移 $s = \dfrac{-2+4}{2} \times 6\ m + 4 \times 2\ m = 14\ m$ ①.

(2) 由图象知，物体相对传送带滑动时的加速度 $a = 1\ m/s^2$ ②，对此过程中物体分析得：$\mu mg\cos\theta - mg\sin\theta = ma$ ③，得：$\mu = 0.875$ ④.

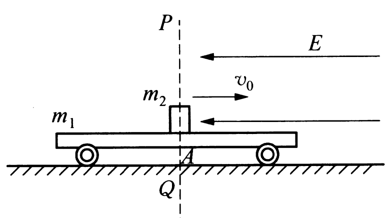
(3) 物体被送上的高度：$h = s \cdot \sin\theta = 8.4\ m$，重力势能增量：$\Delta E_p = mgh = 84\ J$ ⑤，动能增量：$\Delta E_k = \dfrac{1}{2} mv_2^2 - \dfrac{1}{2} mv_1^2 = 6\ J$ ⑥，机械能增加：$\Delta E = \Delta E_p + \Delta E_k = 90\ J$ ⑦. 0～8 s 内只有前 6 s 发生相对滑动，0～6 s 内传送带运动距离：$s_{带} = 4 \times 6\ m = 24\ m$ ⑧，0～6 s 内物体位移：$s_{物} = 6\ m$ ⑨，物体与传送带的相对位移大小：$s_{相} = s_{带} - s_{物} = 18\ m$，产生的热量：$Q = \mu mg\cos\theta \cdot s_{相} = 126\ J$ ⑩.

(4) $W = \Delta E + Q = 216\ J$.

答案 (1) 14 m；(2) 0.875；(3) 90 J，126 J；(4) 216 J.

压轴精练——

例 7 如图所示，在光滑水平地面上，静放着一质量 $m_1 = 0.2\ kg$ 的绝缘平板小车，小车的右边处在以 PQ 为界的匀强电场中，电场强度 $E_1 = 1 \times 10^4\ V/m$，小车上 A 点正处于电场的边界. 质量 $m_2 = 0.1\ kg$、带电量 $q = 6 \times 10^{-5}\ C$ 的带正电小物块（可视为质点）置于 A 点，其与小车间的动摩擦因数 $\mu = 0.40$（且最大静摩擦力与滑动摩擦力相等）. 现给小物块一个 $v_0 = 6\ m/s$ 向右的初速度. 当小车速度减为零时，电场强度突然增强至 $E_2 = 2 \times 10^4\ V/m$，而后保持此值不变. 若小物块不从小车上滑落，取 $g = 10\ m/s^2$. 试解答下列问题：



第 7 题图

(1) 小物块最远能向右走多远?

(2) 小车、小物块的最终速度分别是多少?

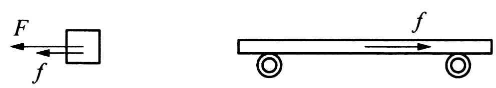
(3) 车的长度应满足什么条件?

分析 (1) 先分析小物块与小车的运动情况:小物块水平方向受向左的电场力与滑动摩擦力做减速运动,而小车受摩擦力向右做匀加速运动,当速度相等后,受力情况发生了变化,两者可能相对静止,也可能相对滑动.根据牛顿第二定律分别求出两者的加速度,由速度公式列式,求出相等的速度,再由牛顿第二定律分析速度相等后能否相对静止.运用运动学公式分段求出小物块运动的距离.即得到向右运动的总路程.

(2) 结合牛顿第二定律和运动学公式,求出物块冲出电场时两者的速度大小,若不从小车上滑落,两者最终会达至共同速度,根据动量守恒求出共同速度.

(3) 根据能量守恒求车的长度.

解答 (1) 如图(a)所示:小物块水平方向受向左的电场力与滑动摩擦力做减速运动,而小车受摩擦力向右做匀加速运动.设小车与小物块的加速度分别为 a_1、a_2,由牛顿定律,对小物块:$qE_1+\mu m_2 g=m_2a_2$,得:$a_2=10\ \text{m/s}^2$,对小车:$\mu m_2 g=m_1a_1$,得:$a_1=2\ \text{m/s}^2$.设经 t_1 秒两者有相同速度 v_t,则对小物块有:$v_t=v_0-a_2t_1$,对小车有:$v_t=a_1t_1$,联立得:$6-10t_1=2t_1$,解得:$t_1=0.5\ \text{s}$, $v_t=1\ \text{m/s}$.



图(a)

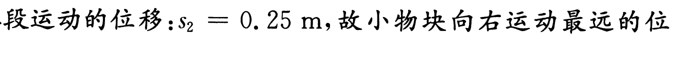
当两者达到共同速度后,受力情况发生了变化,其水平方向的受力如图(b)所示:



图(b)

若设两物体此时在电场力作用下一起做减速运动,其加速度为 a_3,则由牛顿第二定律得:$F=qE_1=(m_1+m_2)a_3$,得:$a_3=2\ \text{m/s}^2$,若两者之间摩擦力达到最大静摩擦力,则小车及小物块做减速运动的加速度分别为 a_4、a_5,有:$\mu m_2 g=m_1a_4$, $qE_1-\mu m_2 g=m_2a_5$,解得:$a_4=a_5=2\ \text{m/s}^2$.可见 $a_3=a_4=a_5$,故两者不会相对滑动,而是以 $a_3=2\ \text{m/s}^2$ 的共同加速度做减速运动,直至共同速度减为零,由 $v_t^2-v_0^2=2a_1s_1$ 得小物块第一段运动的位移:$s_1=1.75\ \text{m}$,由 $v_t^2=2a_3s_2$,得第二段运动的位移:$s_2=0.25\ \text{m}$,故小物块向右运动最远的位移为:$s=1.75\ \text{m}+0.25\ \text{m}=2\ \text{m}$.

(2) 当小物块及小车的速度减为零后,电场力变为 qE_2,其受力如图(c)所示:$F'=qE_2$.



图(c)

由牛顿第二定律得:$qE_2-\mu m_2 g=m_2a_6$, $\mu m_2 g=m_1a_7$,得小物块的加速度 $a_6=8\ \text{m/s}^2$,小车的加速度 $a_7=2\ \text{m/s}^2$,设小物块经 t_2 秒冲出电场,此时小物块及小车速度分别为 v_3 与 v_4.则:$s=\dfrac{1}{2}a_6t_2^2$,得:$t_2=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\ \text{s}$, $v_3=a_6t_2=4\sqrt{2}\ \text{m/s}$, $v_4=a_7t_2=\sqrt{2}\ \text{m/s}$.当小物块冲出电场后,若不从小

车上滑落，两者最终会达至共同速度，设此速度为 v_5. 由系统动量守恒：$m_2v_3+m_1v_4=(m_1+m_2)v_5$，得：$v_5=2\sqrt{2}$ m/s.

(3) 设小车长为 L，小物块相对车向左位移为 $x_{相}$，由系统能量守恒：$qE_2\cdot s-\mu m_2g\cdot x_{相}=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_5^2$，解得：$x_{相}=3$ m，故 L 至少为 3 m，即 $L\geqslant 3$ m.

答案 (1) 小物块最远能向右走 2 m；(2) 小车、小物块的最终速度均是 $2\sqrt{2}$ m/s；(3) 车的长度应至少为 3 m.

点睛 本题是考查牛顿运动定律、电场力、匀变速运动规律、动量守恒定律知识，考查考生对物理过程的综合分析能力、应用数学处理物理问题的能力. 分析可知，小物块先相对小车向右运动，后相对小车向左运动. 若小物块不从小车上滑落，小车的长度不小于小物块相对小车向左运动的位移大小.

画龙点睛

1. 解多过程运动问题的常规方法：

(1) 应用运动学公式解决运动问题.

(2) 从运动图象中挖掘运动信息，应用牛顿运动定律解决动力学问题.

(3) 结合能量观点和动量的观点分析多过程问题.

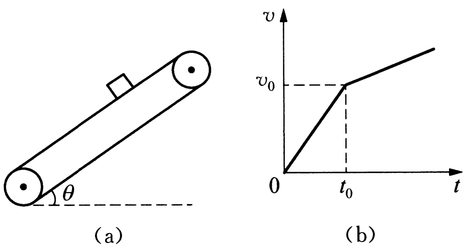
2. 传送带问题的实质是相对运动问题，这样的相对运动将直接影响摩擦力的方向. 因此，搞清楚物体与传送带间的相对运动方向是解决该问题的关键. 传送带问题还常常涉及临界问题，即物体与传送带速度相同时会出现摩擦力改变的临界状态，具体如何改变要根据具体情况判断.

3. “滑块—木板模型”类问题中，滑动摩擦力的分析方法与传送带类似，但这类问题比传送带类问题更复杂，因为木板往往受到摩擦力的影响也做匀变速直线运动，处理此类物体匀变速运动问题要注意从速度、位移、时间等角度，寻找它们之间的联系. 要使滑块不从木板的末端掉下来的临界条件是滑块到达木板末端时的速度与木板的速度恰好相等.

多个运动过程的组合实际上是多种物理规律和方法的综合应用，分析这种问题时注意要独立分析各个运动过程，而不同过程往往通过连接点的速度建立联系，有时对整个过程应用能量的观点解决问题会更简单.

变式训练

1. 如图(a)所示，足够长的传送带与水平面的夹角为 θ，在传送带上某位置轻轻放置一小木块，小木块与传送带间动摩擦因数为 μ，小木块速度随时间变化关系如图(b)所示，若 θ、g、v_0、t_0 已知，则下列说法中正确的是(　　).



第 1 题图

A. 传送带一定逆时针转动

B. $\mu=\tan\theta+\dfrac{v_0}{gt_0\cos\theta}$

C. 传送带的速度等于 v_0

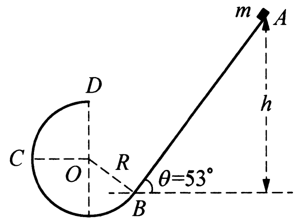
D. t_0 后一段时间内滑块加速度为 $2g\sin\theta-\dfrac{v_0}{t_0}$

2. 如图所示.斜面 AB 与半径为 R 的光滑圆弧轨道相切于 B 点,斜面的倾斜角为 $\theta = 53°$.质量为 m 的滑块(视作质点)在斜面上 A 点静止释放,滑块与斜面之间的滑动摩擦因数为 $\mu = 0.4$,重力加速度为 g.若滑块恰可通过圆弧轨道的最高点 D,求:

(1) 滑块滑到与轨道圆心等高的 C 点时对轨道的压力;

(2) A、B 两点之间的竖直高度差 h 是多少?(已知 $\sin 53° = 0.8$, $\cos 53° = 0.6$)

(3) 要使滑块不从 D 点飞出且始终不脱离轨道,A、B 两点之间的竖直高度差 h' 应满足什么条件?

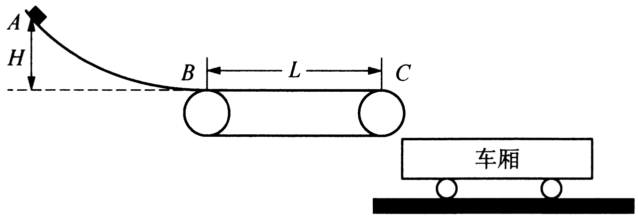


第 2 题图

3. 如图所示为某工厂将生产工件装车的流水线原理示意图.设 AB 段是距水平传送带装置高为 $H = 1.25\ \text{m}$ 的光滑曲面,水平段 BC 使用水平传送带装置传送工件,工件经 C 点抛出后落在固定车厢中.已知 BC 长 $L = 3\ \text{m}$,工件可视为质点,传送带与工件间的动摩擦因数为 $\mu = 0.4$.设质量 $m = 1\ \text{kg}$ 的工件由静止开始从 A 点下滑,经过 B 点的拐角处无机械能损失,取 $g = 10\ \text{m/s}^2$.求:

(1) 当传送带静止时,工件运动到 C 点时的速度是多大?

(2) 当传送带以 $v = 8\ \text{m/s}$ 顺时针方向匀速转动时,在工件运动到 C 点的过程中因摩擦而产生的内能是多少?



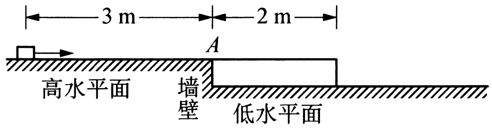
第 3 题图

4. 如图所示，有两个高低不同的水平面，高水平面光滑，低水平面粗糙．一质量为 $M=5$ kg、长度为 $L=2$ m 的长木板靠在低水平面边缘 A 点，其上表面恰好与高水平面平齐，长木板与低水平面间的动摩擦因数为 $\mu_1=0.05$，一质量为 $m=1$ kg 可视为质点的滑块静止放置，距 A 点距离为 $s=3$ m，现用大小为 6 N、水平向右的外力 F 拉滑块，当滑块运动到 A 点时撤去外力，滑块以此时的速度滑上长木板．滑块与长木板间的动摩擦因数为 $\mu_2=0.5$，取 $g=10\ \mathrm{m/s^2}$，求：

(1) 滑块滑动到 A 点时的速度大小；

(2) 滑块滑动到长木板上时，滑块和长木板的加速度大小分别为多少？

(3) 通过计算说明滑块能否从长木板的右端滑出．

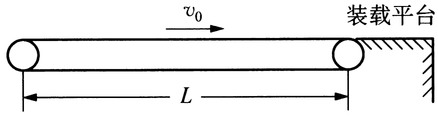


第 4 题图

5. 某快递公司为提高邮件的分拣效率，在分拣场地安装了一水平传送带，分拣工人通过传送带将邮件传送到装载平台，如图所示．已知两个轮子中心间距为 $L=10$ m，传送带以 $v_0=2$ m/s 的速度匀速向右运动，邮件与传送带间的动摩擦因数为 $\mu=0.2$，分拣工人每隔一秒将一个邮件无初速地放在传送带的左端，邮件体积忽略不计，重力加速度取 $10\ \mathrm{m/s^2}$．

(1) 求相邻的两个邮件在传送带上的最大距离和在传送带上能看到的最多的邮件数；

(2) 若邮件的平均质量为 $m=3$ kg，则当传送带连续工作 10 min 电动机多做的功是多少？

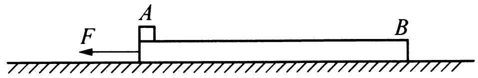


第 5 题图

6. 如图所示，质量 $m=1\ \mathrm{kg}$ 的物块 A 放在质量 $M=4\ \mathrm{kg}$ 木板 B 的左端，起初 A、B 静止在水平地面上. 现用一水平向左的力 F 作用在木板 B 上，已知 A、B 之间的动摩擦因数为 $\mu_1=0.4$，地面与 B 之间的动摩擦因数为 $\mu_2=0.1$，假设最大静摩擦力等于滑动摩擦力，$g=10\ \mathrm{m/s^2}$. 求：

(1) 能使 A、B 发生相对滑动的 F 的最小值；

(2) 若 $F=30\ \mathrm{N}$，作用 1 s 后撤去，要想 A 不从 B 上滑落，则木板至少多长；从开始到 A、B 均静止，A 的总位移是多少.



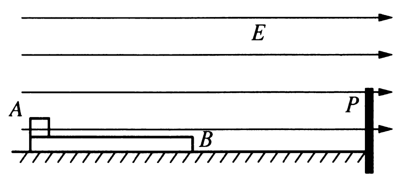
第 6 题图

7. 如图所示，带电荷量为 $q=+2\times10^{-3}\ \mathrm{C}$、质量为 $m=2\ \mathrm{kg}$ 的小物块 A 与轻质绝缘木板 B 叠放在水平面上，A 位于 B 的最左端且与竖直固定于地面上的挡板 P 相距 $s_0=3\ \mathrm{m}$，整个装置处在大小为 $E=6\times10^3\ \mathrm{N/C}$、方向水平向右的匀强电场中. 已知 A 与 B 间的动摩擦因数 $\mu_1=0.8$，B 与地面间的动摩擦因数 $\mu_2=0.5$，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，A 与挡板发生弹性碰撞，且 A 与外界没有电荷转移，重力加速度大小 g 取 $10\ \mathrm{m/s^2}$. 现将 A、B 同时由静止释放，求：

(1) 释放 A、B 时，物块 A 的加速度大小；

(2) 若 A 与挡板不相碰，木板的最小长度 L_0；

(3) 若木板长度为 $L=0.8\ \mathrm{m}$，整个过程中木板运动的总路程 s.



第 7 题图

专题四　连接体与叠加体

连接体和叠加体问题是力学的经典问题，连接体通常有绳拉型、杆拉型、接触面相接触型和弹簧连接体，叠加体指几个物体叠放在一起的物体系．连接体问题考查运用运动的合成分解寻找物体的速度和应用整体法隔离法求解力和运动．叠加体问题主要考查静摩擦力、滑动摩擦力等静力学知识和相对运动规律．主要题型为选择题，综合运用牛顿运动定律、运动学规律和能量转化与守恒定律解此类问题一直是高考命题的热点．此类问题与生产生活实际联系也很多，能否从实际问题中抽象出物理模型并加以解决是解题的关键．

弹簧连接体模型是高考中出现最多的模型之一，在填空、实验、计算题尤其压轴题中经常出现，考查范围广，问题变化多，是考查学生推理、分析能力的热点模型．

以轻弹簧相连的物体系往往会涉及一些复杂的物理情景．通常涉及牛顿定律、机械能守恒、动量守恒定律的应用．弹簧模型中的瞬时问题、最值问题和动态分析问题主要涉及牛顿运动定律和运动学规律，常以选择题型出现．以弹簧相连的连接体的能量和动量问题则以计算题形式出现居多．

入门导学

难点解读

一、处理连接体问题的一般方法

若几个物体具有相同的加速度，常使用整体法与隔离法相结合的方法列牛顿方程求解．若几个物体具有相同的加速度且不涉及相互作用时，一般使用整体法，可避免对整体内部的繁琐分析，使问题解答简单明了．而求解系统内物体间相互作用时则要用隔离法，即从研究的方便性出发，将系统的某部分分隔出来单独研究．采用隔离法能排除与研究对象无关的因素，使事物的特征明显显示，从而得到有效处理．运用隔离法解题的首要步骤是选择合适的隔离对象，其选择原则是：一要包含待测量对象，二是所选隔离对象和所列方程尽可能少．

二、连接体的临界问题

(1) 接触与脱离的临界：接触面处弹力恰好为零．

(2) 相对滑动的临界：两物体相接触处的静摩擦力达到最大值．

(3) 绳子松弛与断裂的临界：绳子断裂的临界值是绳中张力恰好达到所能承受的最大值；绳子松弛的临界值是绳中张力恰好为零．

(4) 加速度最大与速度最大的临界值：当物体受变化外力作用时，速度与加速度均发生变化．当出现速度有最大或最小值的临界条件时，物体处于临界状态，所对应的加速度为零或最大．

三、弹簧连接体模型

1. 高中阶段涉及的弹簧均视为轻弹簧，即不计自身质量，是一种理想的物理模型．当弹簧处于静止(或匀速运动)时，弹簧两端受力大小相等，产生的弹力也相等，用其中任意一端产生的弹力代入胡克定律即可求其形变．当弹簧处于加速运动状态时，以弹簧为研究对象，由于其质量为零，无论加速度 a 为多少，仍然可以得到弹簧两端受力大小相等，由于弹簧弹力与施加在弹簧上的外力是作用力与反作用的关系，因此弹簧的弹力也处处相等，与静止情况没有区别．

2. 注意轻弹簧和轻绳的区别．虽然它们都能提供拉力，并且拉力方向都沿着绳或弹簧的方向．但：(1)轻绳只能提供拉力，而轻弹簧既可以提供拉力，又可以提供支持力．(2)在力的突变问题上有显著的区别．轻绳是一种不发生明显形变就能产生弹力的物体，在处理瞬时问题时，认为弹力瞬间发生变化，不需要考虑形变恢复时间；轻弹簧的特点是形变量大，形变恢复需要时间，在处理瞬时问题时，其弹力在瞬间是不变的，随后逐渐变化．

3. 高考命题中涉及的考点：

(1) 弹簧形变量、弹力和胡克定律(该知识点在考试说明里为B级要求).

(2) 弹簧的平衡、非平衡问题和瞬时加速度问题、弹簧振子模型等.

4. 在静力学和动力学部分涉及的弹簧弹力是围绕胡克定律 $F=kx$ 进行的，弹力的大小为变力，且有"弹簧可拉可压"的特点，故它引起的物体的加速度、速度、动量、动能等变化不是简单的单调关系，往往有临界值，我们在处理弹簧连接体的变速问题时要注意分析物体的动态过程. 我们也可以利用弹簧模型(如弹簧振子)的对称性挖掘弹簧问题复杂现象背后的"简单美".

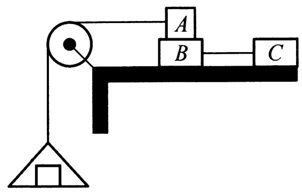
5. 涉及动量、能量问题时，因弹力是变力，故求弹力的冲量和弹力做的功时，不能直接用冲量和功的定义式，一般要用动量定理和动能定理计算. 如果弹簧被作为系统内的一部分时，弹簧的弹力对系统内物体做不做功都不影响系统的机械能的变化.

零点突破——

例1 如图所示，水平桌面光滑，A、B 物体间的动摩擦因数为 μ (可认为最大静摩擦力等于滑动摩擦力)，A 物体质量为 $2m$，B 和 C 物体的质量均为 m，滑轮光滑，砝码盘中可以任意加减砝码. 在保持 A、B、C 三个物体相对静止并共同向左运动的情况下：

(1) B、C 间绳子所能达到的最大拉力是多少？

(2) 此时砝码盘与砝码的总质量 M 是多少？



例1题图

分析 这是一个多物体叠加和相连的问题. 虽然物体众多，但解题方法仍为整体法与隔离法，巧选研究对象是关键. 关于最大拉力的计算的关键是要找到临界条件是加速度最大，实际是 A、B 间的相互作用的静摩擦力达最大. 此外解题时始终要注意系统处于非平衡态，避免认为砝码盘与砝码所受的拉力就等于其重力.

解答 (1) 因桌面光滑，当 A、B、C 三者共同的加速度最大时，$F_{BC}=m_Ca$ 才能最大. 这时，A、B 间的相互作用力 F_{AB} 应是最大静摩擦力 $2\mu mg$，对 BC 整体分析：$F_{AB}=2\mu mg=(m_B+m_C)a=2ma$，得 $a=\mu g$，所以 $F_{BC}=m_Ca=\mu mg$.

(2) 对 ABC 整体分析，连接 A 与砝码盘的绳子拉力为：$T=(2m+m+m)a=4\mu mg$. 对砝码盘与砝码的整体分析：$Mg-T=Ma$，得 $M=\dfrac{4\mu}{1-\mu}m$.

答案 (1) $F_{BC}=\mu mg$；(2) $M=\dfrac{4\mu}{1-\mu}m$.

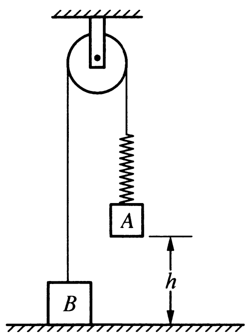
例2 如图所示，物体 A、B 通过细绳及轻质弹簧连接在轻滑轮两侧，物体 A、B 的质量分别为 m、$2m$，开始时细绳伸直，用手托着物体 A 使弹簧处于原长且 A 与地面间的距离为 h，物体 B 静止在地面上. 放手后物体 A 下落，与地面即将接触时速度为 v，此时物体 B 对地面恰好无压力，则下列说法中正确的是(　　).

A. 物体 A 下落过程中的任意时刻，加速度不会为零

B. 此时弹簧的弹性势能等于 $mgh+\dfrac{1}{2}mv^2$

C. 此时物体 B 处于平衡状态

D. 此过程中物体 A 的机械能变化量为 $mgh-\dfrac{1}{2}mv^2$



例2题图

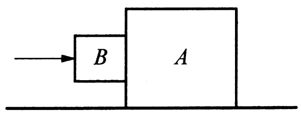
分析 本题考点是受力分析、功能关系和机械能守恒定律. 解题的关键是分析 A 下落过程中 A、B 的受力情况，抓住"B 对地面恰好无压力"这一关键条件. 利用系统机械能守恒计算弹簧的弹

性势能和 A 的机械能变化量.

解答 物体 B 对地压力恰好为零，故细线的拉力为 $2mg$，故弹簧对 A 的拉力也等于 $2mg$，开始时弹簧处于原长，弹力为零，所以当弹力等于 mg 时，物体 A 的加速度为零，故选项 A 错误；物体 A 与弹簧系统机械能守恒：$mgh = E_{p弹} + \frac{1}{2}mv^2$，故 $E_{p弹} = mgh - \frac{1}{2}mv^2$，故选项B错误；此时物体 B 受重力和细线的拉力，处于平衡状态，故选项C正确；根据能量守恒得物体 A 的机械能转化成弹簧的弹性势能，所以此过程中物体 A 的机械能减小量等于弹簧的弹性势能增加量，A 的机械能减少量为 $mgh - \frac{1}{2}mv^2$，变化量为 $\frac{1}{2}mv^2 - mgh$，选项 D 错误. 故选 C

答案 C.

例 3 如图所示，滑块 A 置于水平地面上，滑块 B 在一水平力作用下紧靠滑块 A(A、B 接触面竖直)，此时 A 恰好不滑动，B 刚好不下滑. 已知 A 与 B 间的动摩擦因数为 μ_1，A 与地面间的动摩擦因数为 μ_2，最大静摩擦力等于滑动摩擦力. A 与 B 的质量之比为(   ).



例 3 题图

A. $\frac{1}{\mu_1\mu_2}$

B. $\frac{1-\mu_1\mu_2}{\mu_1\mu_2}$

C. $\frac{1+\mu_1\mu_2}{\mu_1\mu_2}$

D. $\frac{2+\mu_1\mu_2}{\mu_1\mu_2}$

分析 从“A 恰好不滑动”、“B 刚好不下滑”可知 A、B 均处于平衡态且接触面处的静摩擦力刚好达到最大值.

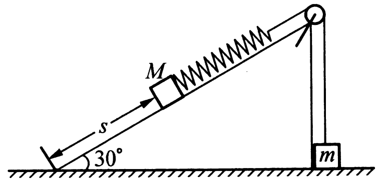
解答 对 A、B 整体分析，受重力、支持力、推力和最大静摩擦力，根据平衡条件有：$F = \mu_2(m_1 + m_2)g$ ①，再对物体 B 分析，受推力、重力、向左的支持力和向上的最大静摩擦力，根据平衡条件有：水平方向：$F = N$，竖直方向：$m_2 g = f$，其中：$f = \mu_1 N$，联立有：$m_2 g = \mu_1 F$ ②，联立①② 式解得：$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1-\mu_1\mu_2}{\mu_1\mu_2}$. 故选 B.

答案 B.

点睛 本题属于基础的力学平衡问题，以力学临界平衡问题为载体，考查考生利用平衡条件通过推理解决问题的能力，借助“整体法”、“隔离法”等物理方法的运用，考查考生的基本学科素养. 解题的关键是抓住关键词：“恰好不滑动”、“刚好不下滑”.

探究提升——

例 4 如图所示，固定在水平面上的光滑斜面倾角为 30°，质量分别为 M、m 的两个物体通过细绳及轻弹簧连接于光滑轻滑轮两侧，斜面底端有一与斜面垂直的挡板. 开始时用手按住物体 M，此时 M 距离挡板的距离为 s，滑轮两边的细绳恰好伸直，且弹簧处于原长状态. 已知 $M=2m$，空气阻力不计. 松开手后，关于二者的运动下列说法中正确的是(   ).



例 4 题图

A. M 和 m 组成的系统机械能守恒

B. 当 M 的速度最大时，m 与地面间的作用力为零

C. 若 M 恰好能到达挡板处，则此时 m 的速度为零

D. 若M恰好能到达挡板处，则此过程中重力对M做的功等于弹簧弹性势能的增加量与物体m的机械能增加量之和

分析 本题重点考查牛顿定律和功能关系. 通过分析A、B两物体的受力情况及各力做功情况，分析其运动情况. 与弹簧振子类比，明确能量之间的转化，正确使用功能关系.

解答 因M、m之间有弹簧，弹簧弹力做了功，M、m系统机械能不守恒，A错误；M的重力分力为$Mg\sin\theta = mg$，物体M先做加速运动，当受力平衡时M速度达最大，则此时m受力为mg，故m恰好与地面间的作用力为零，B正确；若M恰好能到达挡板处，M有一段减速运动，绳子拉力大于mg，从m开始运动至M到达底部过程中，弹力的大小一直大于m的重力，m一直做加速运动，故M到达底部时，m的速度不为零，C错误；若M恰好能到达挡板处，则此过程中重力对M做的功等于弹簧弹性势能的增加量与物体m的机械能增加量之和，D正确. 故选BD.

答案 BD.

点睛 注意对"恰好伸直"、"恰好能到"等关键词的正确理解.

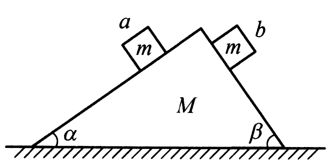
例5 一顶角为90°的三角形物块M放在光滑水平面上，底角分别为α、β($\alpha<\beta$)，a、b两个质量相等的小物块，分别从光滑斜面上的P、Q两点(图中未标出P、Q)同时由静止释放，如图(a)所示，二者在下滑过程中均未脱离斜面且同时落地，选择地面为零势能面，下列说法中正确的是(　　).

A. a、b在释放点的重力势能大小相等

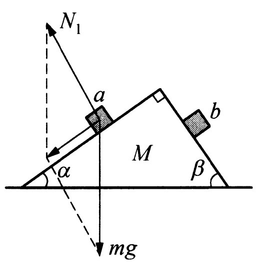
B. a、b到达斜面底端时重力的功率$P_a<P_b$

C. a在下滑过程中的机械能减小

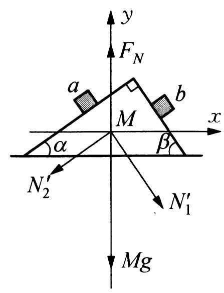
D. a、b下滑过程中三角形物块M向左运动



图(a)



图(b)



图(c)

例5题图

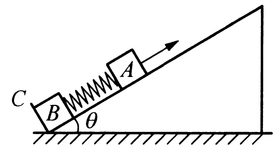
分析 分析两物体的滑动过程，对整体由动量守恒定律可明确M是否运动，再对a、b两物体进行分析，由机械能守恒定律及功率公式列式分析.

解答 假设物块M始终不动，则斜面对a的支持力为$N_1 = mg\cos\alpha$，如图(b)所示，故物体a对斜面体的压力为$N_1' = mg\cos\alpha$；同理，物体b对斜面体的压力为$N_2' = mg\cos\beta$. 对物块M作受力分析，如图(c)所示，有：$N_2'\cos\alpha = mg\cos\alpha\cos\beta$，$N_1'\cos\beta = mg\cos\alpha\cos\beta$，所以：$N_2'\cos\alpha = N_1'\cos\beta$，所以假设成立，$M$静止不动，D错；对$a$有：$\dfrac{h_a}{\sin\alpha} = \dfrac{1}{2}(g\sin\alpha)t^2$，对$b$有：$\dfrac{h_b}{\sin\beta} = \dfrac{1}{2}(g\sin\beta)t^2$，$a$、$b$在释放点的重力势能分别为：$E_{Pa} = mgh_a = mg\cdot\dfrac{1}{2}(g\sin^2\alpha)\cdot t^2$，$E_{Pb} = mgh_b = mg\cdot\dfrac{1}{2}(g\sin^2\beta)t^2$，因为$\alpha<\beta$，二者在释放点重力势能不相等，A错误；到达底部时：$v_a = g\sin\alpha\cdot t$，$v_b = g\sin\beta\cdot t$，故：$P_a = mg^2\cdot\sin^2\alpha\cdot t$，$P_b = mg^2\cdot\sin^2\beta\cdot t$，可知$b$重力做功的功率更大，故B正确；在$a$下滑时，$M$保持静止，故$a$只有重力做功，机械能守恒，C错误. 故选B.

答案 B.

压轴精炼

例 6 在倾角为 θ 的光滑斜面上有两个用轻弹簧连接的物块 A 和 B，它们的质量分别为 $3m$ 和 $2m$，弹簧的劲度系数为 k，C 为一固定挡板，系统处于静止状态. 现用一沿斜面方向的恒力 F 拉物块 A 使之沿斜面向上运动，当 B 刚离开 C 时，A 的速度为 v，加速度方向沿斜面向上、大小为 a. 则(　　).



例 6 题图

A. 从静止到 B 刚离开 C 的过程中时，A 发生的位移为 $\frac{5mg\sin\theta}{k}$

B. 从静止到 B 刚离开 C 的过程中，重力对 A 做的功为 $\frac{5m^2g^2\sin^2\theta}{k}$

C. B 刚离开 C 时，恒力对 A 做功的功率为 $(5mg\sin\theta+2ma)v$

D. 当 A 的速度达到最大时，B 的加速度大小为 $2a$

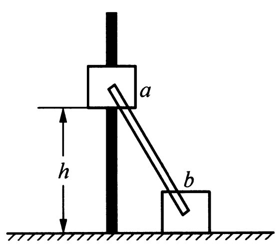
分析 弹簧从最初的压缩态到之后的伸长态，弹力大小分别等于 A、B 重力沿斜面的分力，根据胡克定律求得弹簧两次的形变量，可知这一过程 A 上滑的位移，进而求得重力做功. 结合牛顿第二定律求得恒力 F，可得 B 刚离开 C 时恒力的瞬时功率. 利用隔离法分别分析 A、B 受力，建立平衡方程和牛顿定律方程可求得 B 的加速度.

解答 开始 A 处于静止状态，弹簧处于压缩状态，根据平衡条件有：$3mg\sin\theta=kx_1$，解得弹簧的压缩量：$x_1=\frac{3mg\sin\theta}{k}$，当 B 刚离开 C 时，B 对挡板的弹力为零，有：$kx_2=2mg\sin\theta$，解得弹簧的伸长量：$x_2=\frac{2mg\sin\theta}{k}$，可知从静止到 B 刚离开 C 的过程中时，A 发生的位移：$x=x_1+x_2=\frac{5mg\sin\theta}{k}$，故 A 正确；从静止到 B 刚离开 C 的过程中，重力对 A 做的功：$W=-3mgx\sin\theta=-\frac{15m^2g^2\sin^2\theta}{k}$，故 B 错误；根据牛顿第二定律得：$F-3mg\sin\theta-kx_2=3ma$，解得 $F=5mg\sin\theta+3ma$，则恒力对 A 做功的功率 $P=Fv=(5mg\sin\theta+3ma)v$，故 C 错误；当 A 的速度达到最大时，A 受到的合外力为 0，则：$F-3mg\sin\theta-T'=0$，得：$T'=2mg\sin\theta+3ma$，B 沿斜面方向受到的力：$F_B=T'-2mg\sin\theta=2ma'$，解得 $a'=\frac{3}{2}a$，故 D 错误. 故选 A.

答案 A.

点睛 本题考查了牛顿第二定律，共点力平衡条件，功和功率的计算. 解题关键是抓住两个临界状态：开始时的平衡状态和最后的 B 物体恰好要滑动的临界状态，然后结合功能关系分析，难度适中.

例 7 如图所示，滑块 a、b 质量为 m，a 套在固定竖直杆上，与光滑水平地面相距 h，b 放在地面上，a、b 通过铰链用刚性轻杆连接，由静止开始运动. 不计摩擦，a、b 可视为质点，重力加速度大小为 g. 则(　　).



例 7 题图

A. a 落地前，轻杆对 b 一直做正功

B. a 落地速度大小为 $\sqrt{2gh}$

C. a 落地过程中，其加速度大小始终不大于 g

D. a 落地前，当 a 的机械能最小时，b 对地面的压力大小为 mg

分析 本题综合考查动能定理、牛顿运动定律、机械能守恒定律以及速度的分解等知识点. 由于连接 a、b 的是刚性轻杆，其弹力可以是推力也可以是拉力，且连接体沿绳(或杆)的分速度相等是解题的关键点. 应该将对 a、b 的运动分析和受力分析相融合，结

合动能定理分析 b 的速度变化，进一步了解其受力变化. 使用机械能守恒定律时应针对 a、b 系统. 本题作为选择题虽不必作过多计算，却需要完整的知识体系和缜密的思维.

解答 刚开始 b 的速度为零，a 落地时，由速度分解可知沿杆方向分速度为零，即 b 的速度为零，而落地前 b 的速度不为零，由动能定理知杆对 b 先做正功，后做负功，选项 A 错误；因为 b 最终速度为零，对系统使用机械能守恒定律：$mgh = \frac{1}{2}mv^2$，可得 a 的速度为 $\sqrt{2gh}$，选项 B 正确；落地过程中，既然杆对 b 先做正功后做负功，且 b 的速度一直向右，则杆先有对 b 的推力使其加速，后有拉力使其减速，由牛顿第三定律知杆对 a 先有推力，后有拉力，在有拉力阶段 a 的加速度必定大于 g，故选项 C 错误；当 a 的机械能最小时，由系统机械能守恒可知 b 的速度最大，又因为 b 先加速后减速，即杆的作用力由推力变为拉力，且当 b 的速度最大时，杆的作用力恰好处于推力和拉力的转换临界点，即杆的作用力为零，则对 a 来说此时只受重力，b 此时也只受重力，选项 D 正确. 故选 BD.

答案 BD.

画龙点睛

1. 处理连接体和叠加体的问题应合理使用整体法与隔离法. 两种方法可交叉运用，相辅相成. 无论用哪种方法均应以尽可能减少非待求量为原则. 比如用整体牛顿第二定律研究系统的超失重现象.

2. 连接体和叠加体的问题也可合理利用动量与能量的相关知识，根据动量守恒定律、动能定理、功能关系等列方程求解.

3. 弹簧问题是力学经典问题，与生活实际联系紧密. 弹簧问题看似复杂，但其运动的非匀变速性却包含有对称性，如弹簧振子的简谐运动. 解决弹簧模型问题的基本方法：

(1) 动力学法：利用 $F = kx$ 和 $F_{合} = ma$，注意弹力是变力，关注三个位置：自然长度位置，平衡位置，形变量最大的位置.

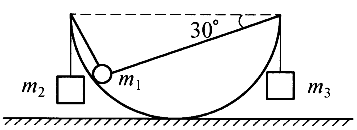
(2) 功能的方法：选择合适的研究对象和研究过程，利用好功能关系 ($W_{弹} = -\Delta E_{弹}$)、动能定理或能量守恒定律.

变式训练

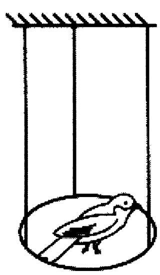
1. 如图所示，在水平地面上，质量为 m_1 的小球用轻绳跨过光滑的半球形碗连接质量分别为 m_2 和 m_3 的物体，平衡时小球恰好与碗之间没有弹力作用，则 m_1、m_2 和 m_3 的比值为(　　).

A. $1:2:3$　　B. $2:1:1$　　C. $2:\sqrt{3}:1$　　D. $2:1:\sqrt{3}$

2. 三根完全相同的轻质橡皮绳竖直悬挂在花棚顶上，下面共同连接一个质量为 $m_1 = 0.6$ kg 的托盘，托盘水平并处于静止状态. 现有一只质量为 $m_2 = 0.2$ kg 的小鸟轻轻地落在托盘上，并和托盘保持相对静止，橡皮条处于弹性限度内，空气阻力不计，$g = 10$ m/s^2. 则小鸟刚落在托盘上的瞬间对托盘的压力有多大?



第 1 题图


第 2 题图

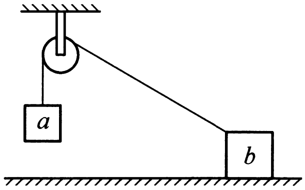
3. 如图所示，质量相同的两物体 a、b，用一根不可伸长的轻绳跨接在一光滑的轻质定滑轮两侧，a 在水平桌面的上方，b 在水平粗糙桌面上. 初始时用力压住 b 使 a、b 静止，撤去此压力后，a 开始运动，在 a 下降的过程中，b 始终未离开桌面. 在此过程中（　　）.

A. a 的动能小于 b 的动能

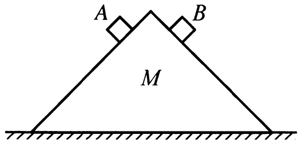
B. 两物体机械能的变化量相等

C. a 的重力势能的减小量等于两物体总动能的增加量

D. 绳的拉力对 a 所做的功与对 b 所做的功的代数和为零



第 3 题图



第 4 题图

4. 如图所示，一个纵截面是等腰三角形的斜面体 M 置于水平地面上，它的底面粗糙，两斜面光滑. 将质量不相等的 A、B 两个小滑块（$m_A > m_B$）同时从斜面上同一高度处静止释放，在两滑块滑至斜面底端的过程中时，M 始终保持静止，则（　　）.

A. B 滑块先滑至斜面底端

B. 地面对斜面体的摩擦力方向水平向左

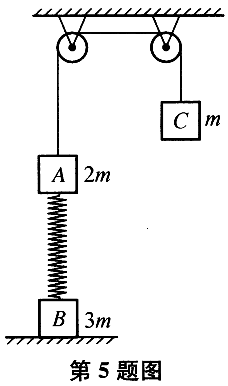
C. 两滑块滑至斜面底端时重力的瞬时功率相同

D. 地面对斜面体的支持力等于三个物体的总重力

5. 如图所示，质量为 $2m$ 的物体 A 经一轻质弹簧与地面上的质量为 $3m$ 的物体 B 相连，弹簧的劲度系数为 k，一条不可伸长的轻绳绕过定滑轮，一端连接物体 A，另一端连接一质量为 m 的物体 C，物体 A、B、C 都处于静止状态. 已知重力加速度为 g，忽略一切摩擦.

(1) 求物体 B 对地面的压力.

(2) 把物体 C 的质量改为 $5m$，并使 C 缓慢下降，最终 A、B、C 又处于静止状态，且 C 只受重力和绳的拉力作用，求此过程中物体 A 上升的高度.



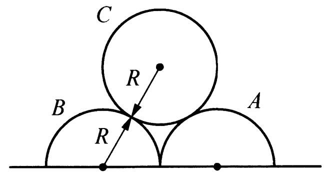
第 5 题图

6. 如图所示，两个半圆柱 A、B 紧靠着静置于水平地面上，其上有一光滑圆柱 C，三者半径均为 R. C 的质量为 m，A、B 的质量都为 $\frac{m}{2}$，与地面间的动摩擦因数均为 μ. 现用水平向右的力拉 A，使 A 缓慢移动，直至 C 恰好降到地面. 整个过程中 B 保持静止. 设最大静摩擦力等于滑动摩擦力，重力加速度为 g. 求：

(1) 未拉 A 时，C 受到 B 作用力的大小 F；

(2) 动摩擦因数的最小值 μ_{min}；

(3) A 移动的整个过程中，拉力做的功 W.



第 6 题图

专题五　万有引力与航天

本专题知识的高考命题主要涉及天体质量、密度的估算问题；行星表面重力加速度、表面上空某一高度的重力加速度问题；人造卫星的发射、运行及变轨、对接问题；双星与多星问题. 一般以选择题的形式出现.

入门导学

难点解读——

1. 天体质量与密度

涉及天体质量与密度的计算问题时，可根据天体运动的向心力来源于天体之间的万有引力或不考虑天体自转时天体对物体的万有引力近似等于物体的重力列式求得天体质量，进而求出天体的密度.

2. 星球的重力加速度

一般认为，物体在行星表面受到重力近似等于行星对物体的万有引力，有：$mg_0=\frac{GMm}{R^2}$，可得其表面重力加速度 $g_0=\frac{GM}{R^2}$，考虑天体自转时其表面各处重力加速度则不相等. 某一高度轨道处重力加速度为 g_h，有：$mg_h=\frac{GMm}{(R+h)^2}$，可得：$g_h=\frac{GM}{(R+h)^2}$.

3. 人造卫星

人造卫星的动力学特征是由万有引力提供向心力：$G\frac{Mm}{r^2}=m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2r=m\omega^2r=m\frac{v^2}{r}=ma$.

由此可计算人造卫星的各个运动参量. 可以看出，随着轨道半径的增加，卫星的线速度、向心加速度、角速度减小，而周期增大. 卫星的环绕速度不大于第一宇宙速度，而发射速度则不小于第一宇宙速度. 地球卫星发射过程中火箭要克服地球引力做功，因此将卫星发射到离地球越远的轨道，在地面上所需的发射速度就越大，即 $v_{发射}>v_{环绕}$.

4. 卫星的变轨

当卫星由于某种原因速度突然改变时（开启或关闭发动机或空气阻力作用），万有引力就不再等于向心力，卫星将变轨运行.

(1) 当 v 增大时，所需向心力增大，即万有引力不足以提供向心力，卫星将做离心运动，脱离原来的圆轨道，轨道半径变大，但卫星一旦进入新的轨道运行，由 $v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$ 知其运行速度要减小，但重力势能、机械能均增加.

(2) 当卫星的速度突然减小时，所需向心力减小，即万有引力大于卫星所需的向心力，因此卫星将做向心运动，同样会脱离原来的圆轨道，轨道半径变小. 进入新轨道运行时，运行速度将增大，但重力势能、机械能均减少（卫星的发射和回收就是利用了这一原理）.

5. 宇宙速度

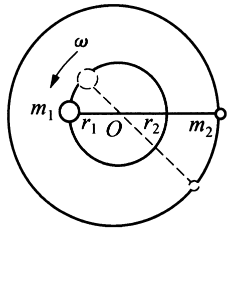
(1) 第一宇宙速度：由 $mg=m\frac{v_1^2}{R}=G\frac{Mm}{R^2}$ 得：$v_1=\sqrt{\frac{GM}{R}}=\sqrt{gR}=7.9\ \text{km/s}$. 第一宇宙速度是地球卫星的最小发射速度，也是地球卫星的最大环绕速度.

(2) 第二宇宙速度：$v_2=11.2\ \text{km/s}$，是使物体挣脱地球引力束缚的最小发射速度.

(3) 第三宇宙速度：$v_3=16.7\ \text{km/s}$，是使物体挣脱太阳引力束缚的最小发射速度.

6. 双星模型

在天体模型中，将两颗彼此距离较近（离其他星球都较远）的恒星称为双星，它们在相互之间的万有引力作用下，绕两星球连线上某点做周期相同的匀速圆周运动，如图所示.



其主要特征有：

(1) 双星夹圆心，且始终在同一直线上，靠彼此间的万有引力提供向心力.

(2) 具有相同的周期 T 和角速度 ω.

(3) 两星的轨道半径和质量成反比，且有：$r_1=\frac{m_2}{m_1+m_2}L$，$r_2=\frac{m_1}{m_1+m_2}L$.

7. 多星模型

三星、四星等多星组成的系统中，某一星体所受其他星体对其吸引力的合力才是该星体所需的向心力. 利用牛顿第二定律和万有引力定律列方程，并结合多星运动系统几何上和运动参量上的特有关系求解. 多星系统中各运动星体的角速度相同（否则系统不能稳定存在）. 考题一般设置理想化的对称模型. 求解时应注意旋转中心到各星体的中心的距离可能不同（不对称时）.

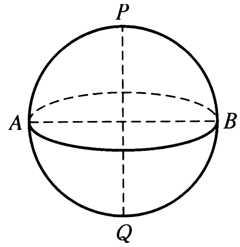
零点突破

例 1 如图所示，一个质量均匀分布的星球，绕其中心轴 PQ 自转，AB 与 PQ 是互相垂直的直径. 星球在 A 点的重力加速度是 P 点的 90%，星球自转的周期为 T，万有引力常量为 G，则星球

的密度为(　　).

A. $\frac{0.3\pi}{GT^2}$　　B. $\frac{3\pi}{GT^2}$

C. $\frac{10\pi}{3GT^2}$　　D. $\frac{30\pi}{GT^2}$



例1题图

分析　本题主要考查万有引力与重力关系以及圆周运动.两极处的万有引力等于物体的重力,赤道处的向心力等于万有引力与物体在赤道处的重力之差.

解答　根据万有引力定律可得,在 P 点:$G\frac{Mm}{R^2}=mg$;在 A 点:$G\frac{Mm}{R^2}-mg_A=m\frac{4\pi^2}{T^2}R$;即 $mg-mg_A=m\frac{4\pi^2}{T^2}R=0.1mg$,解得:$R=\frac{0.1gT^2}{4\pi^2}$;星球的质量为 $M=\frac{gR^2}{G}=\frac{4}{3}\pi R^3\rho$,解得星球的密度为 $\rho=\frac{30\pi}{GT^2}$,故选D.

答案　D.

例2　最新天文学观测发现的双子星系统"开普勒-47"有一对互相围绕运行的恒星,运行周期为 T,其中一颗大恒星的质量为 M,另一颗小恒星质量只有大恒星质量的三分之一.已知引力常量为 G.据此可知(　　).

A. 两颗星相距$\sqrt[3]{\frac{GMT^2}{3\pi^2}}$

B. 大、小两颗恒星的转动半径之比为1∶3

C. 大、小两颗恒星的转动的线速度之比为3∶1

D. 大、小两颗恒星的转动角速度之比为1∶3

分析　这是一个双星模型,在相互之间的万有引力作用下,绕连线上某点做周期相同的匀速圆周运动.

解答　两颗恒星运行周期相同,根据万有引力提供向心力得:$\frac{GM\cdot\frac{M}{3}}{r^2}=M\frac{4\pi^2r_1}{T^2}=\frac{1}{3}M\frac{4\pi^2r_2}{T^2}$,而 $r=r_1+r_2$,解得:$\frac{r_1}{r_2}=\frac{1}{3}$,$r=\sqrt[3]{\frac{GMT^2}{3\pi^2}}$,A、B正确;两颗恒星的转动角速度相等,根据 $v=\omega r$ 解得:$\frac{v_1}{v_2}=\frac{1}{3}$,C、D错误.故选AB.

答案　AB.

例3　登上火星是人类的梦想,"嫦娥之父"欧阳自远透露:中国计划于2020年登陆火星.地球和火星公转视为匀速圆周运动,忽略行星自转影响.根据下表,火星和地球相比(　　).

行星	半径/m	质量/kg	轨道半径/m
地球	6.4×10^6	6.0×10^{24}	1.5×10^{11}
火星	3.4×10^6	6.4×10^{23}	2.3×10^{11}

A. 火星的公转周期较小　　B. 火星做圆周运动的加速度较小

C. 火星表面的重力加速度较大　　D. 火星的第一宇宙速度较大

分析　根据开普勒第三定律分析公转周期的关系;由万有引力定律和牛顿第二定律结合分

析加速度的关系;根据万有引力等于重力去分析星球表面重力加速度的关系;由 $v=\sqrt{\frac{GM}{R}}$ 分析第一宇宙速度关系.

解答 由表格数据知,火星的轨道半径比地球的大,根据开普勒第三定律知火星的公转周期较大,故 A 错误;对于任一行星,设太阳的质量为 M,行星的轨道半径为 r. 根据 $G\frac{mM}{r^2}=ma$,得加速度 $a=\frac{GM}{r^2}$,则知火星做圆周运动的加速度较小,故 B 正确;在行星表面,由 $G\frac{Mm}{R^2}=mg$,得:$g=\frac{GM}{R^2}$,由表格数据知,火星表面的重力加速度与地球表面的重力加速度之比为 $\frac{g_{火}}{g_{地}}=\frac{M_{火}}{M_{地}}\cdot\frac{R_{地}^2}{R_{火}^2}=\frac{6.4\times10^{23}}{6.0\times10^{24}}\frac{(6.4\times10^6)^2}{(3.4\times10^6)^2}\approx0.38<1$,故火星表面的重力加速度较小,故 C 错误;由 $G\frac{mM}{R^2}=m\frac{v^2}{R}$ 得:$\frac{v_{火}}{v_{地}}=\sqrt{\frac{M_{火}}{M_{地}}\cdot\frac{R_{地}}{R_{火}}}$,代入数据可知火星的第一宇宙速度较小,D 错误. 故选 B.

答案 B.

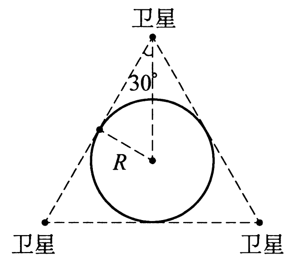
点睛 本题考查万有引力定律的应用以及分析数据和估算的能力. 解题关键是分清哪些问题是应用万有引力提供向心力(如求解公转周期、公转速度、第一宇宙速度),哪些是应用万有引力提供重力(如求解重力加速度或与重力加速度有关的计算).

探究提升——

例 4 利用三颗位置适当的地球同步卫星,可使地球赤道上任意两点之间保持无线电通信. 目前,地球同步卫星的轨道半径约为地球半径的 6.6 倍. 假设地球的自转周期变小,若仍仅用三颗同步卫星来实现上述目的,则地球自转周期的最小值约为(　　).

A. 1h　　B. 4h

C. 8h　　D. 16h



例 4 题图

分析 地球自转周期变小,卫星要与地球保持同步,则卫星的公转周期也应随之变小,由开普勒第三定律 $\frac{r^3}{T^2}=k$ 可知,卫星离地球的高度应变小. 要实现三颗卫星覆盖全球的目的,卫星有最小轨道半径时其位置关系如图所示,利用几何关系求出卫星的最小轨道半径,即可求地球自转的最小周期.

解答 如图所示. 卫星的最小轨道半径为:$r=\frac{R}{\sin30^\circ}=2R$,由 $\frac{r_1^3}{T_1^2}=\frac{r_2^3}{T_2^2}$ 得:$\frac{(6.6R)^3}{24^2}=\frac{(2R)^3}{T_2^2}$,解得:$T_2=4h$. 故选 B.

答案 B.

例 5 到目前为止,火星是除了地球以外人类了解最多的行星,已经有超过 30 枚探测器到达过火星,并发回了大量数据. 如果已知万有引力常量为 G,根据下列测量数据,能够得出火星密度的是(　　).

A. 发射一颗绕火星做匀速圆周运动的卫星,测出卫星的轨道半径 r 和卫星的周期 T

B. 测出火星绕太阳做匀速圆周运动的周期 T 和轨道半径 r

C. 发射一颗贴近火星表面绕火星做匀速圆周运动的飞船,测出飞船运行的速度 v

D. 发射一颗贴近火星表面绕火星做匀速圆周运动的飞船,测出飞船运行的角速度 ω

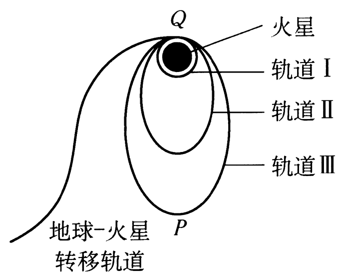
分析 根据卫星的两个运动参量(v、r 或 ω、r 或 v、ω 或 v、T 或 r、T)可以求出中心天体的

质量，若已知或能求得中心天体半径 R，即可再求得其平均密度.

解答 根据可以 $G\frac{Mm}{r^2}=m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$ 得出火星的质量，但火星的半径未知，无法求出密度. 选项 A 错误；测出火星绕太阳做匀速圆周运动的周期和轨道半径，根据万有引力提供向心力，可以求出太阳的质量，由于火星是环绕天体，不能求出其质量，所以无法求出密度，选项 B 错误；根据 $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}$ 得：$M=\frac{v^2 r}{G}$，密度为：$\rho=\frac{\frac{v^2 r}{G}}{\frac{4}{3}\pi r^3}=\frac{3v^2}{4\pi Gr^2}$，由于火星的半径未知，无法求出其密度，选项 C 错误；根据 $G\frac{Mm}{r^2}=mr\omega^2$ 得：$M=\frac{\omega^2 r^3}{G}$，密度 $\rho=\frac{\frac{\omega^2 r^3}{G}}{\frac{4}{3}\pi r^3}=\frac{3\omega^2}{4\pi G}$，可以求出火星的密度，选项 D 正确. 故选 D.

答案 D.

例 6 近年来，火星探索计划不断推进. 如图所示，载人飞行器从地面发射升空，经过一系列的加速和变轨，在到达"近火星点"Q 时，需要及时制动，使其成为火星的卫星. 之后，又在绕火星轨道上的"近火星点"Q 经过多次制动，进入绕火星的圆形工作轨道Ⅰ，最后制动，实现飞行器的软着陆，到达火星表面. 下列说法中正确的是(　　).



例 6 题图

A. 飞行器在轨道Ⅰ和轨道Ⅱ上均绕火星运行，所以具有相同的机械能

B. 由于轨道Ⅰ与轨道Ⅱ都是绕火星运行，因此飞行器在两轨道上运行具有相同的周期

C. 飞行器在轨道Ⅲ上从 P 到 Q 的过程中火星对飞行器的万有引力做正功

D. 飞行器经过轨道Ⅰ和轨道Ⅱ上的 Q 时速率相同

分析 机械能根据变轨规律分析. 周期由开普勒第三定律分析. 由万有引力与速度的夹角分析万有引力做功正负. 由开普勒第二定律分析速率关系.

解答 飞行器由轨道Ⅱ进入轨道Ⅰ，必须在 Q 处制动才行，所以飞行器在轨道Ⅰ上的机械能小于轨道Ⅱ上的机械能，选项 A 错误；根据开普勒第三定律知，轨道Ⅱ的半长轴比轨道Ⅰ的半径大，则飞行器在轨道Ⅰ上运行的周期小，选项 B 错误；飞行器在轨道Ⅲ上从 P 到 Q 的过程中，火星对飞行器的万有引力与速度方向的夹角小于 $90°$，则万有引力做正功，选项 C 正确；根据变轨原理知，飞行器经过轨道Ⅱ上的 Q 时的速率比经过轨道Ⅰ上的 Q 时更大，选项 D 错误. 故选 C.

答案 C.

点睛 本题考点是人造卫星的加速度、周期和轨道半径的关系，万有引力定律及其应用. 解决本题的关键是理解卫星的变轨过程以及开普勒第二、第三定律，飞行器由低轨道变到高轨道时，需增大速度，故机械能增加. 注意飞行器在某一椭圆轨道上运行时，只有万有引力做功引起动势能变化，但机械能守恒.

压轴精炼——

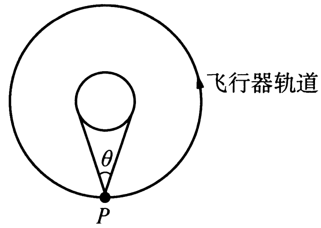
例 7 如图所示，飞行器 P 绕某星球做匀速圆周运动，星球相对飞行器的张角为 θ，下列说法中正确的是(　　).

A. 轨道半径越大，周期越长

B. 轨道半径越大，速度越大

C. 若测得周期和张角，可得到星球的平均密度

D. 若测得周期和轨道半径，可得到星球的平均密度



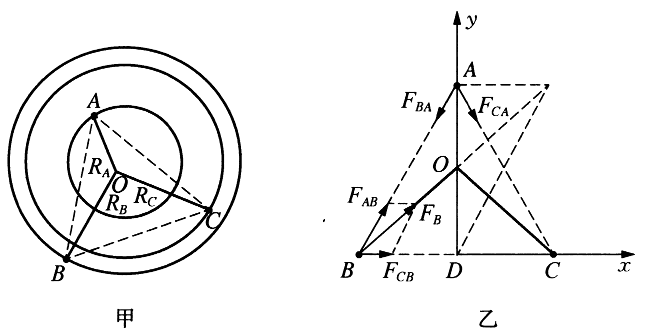
例 7 题图

分析 本题考查圆周运动 v、T 与 R 的关系及利用"环绕法"求中心天体密度. 根据万有引力提供向心力列相应方程，再通过几何关系由张角 θ 得到星球半径 r 与飞行器轨道半径 R 间关系即可相应求解.

解答 根据 $G\frac{Mm}{R^2}=m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2R$，解得 $T=2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$，可知半径越大周期越大，A 正确；根据 $G\frac{Mm}{R^2}=m\frac{v^2}{R}$，解得：$v=\sqrt{\frac{GM}{R}}$，可知半径越大环绕速度越小，B 错误；如果测量出周期，则可知 $M=\frac{4\pi^2R^3}{GT^2}$，如果知道张角 θ，则星球半径 r 与轨道半径 R 间关系为：$r=R\sin\frac{\theta}{2}$，所以 $M=\frac{4}{3}\pi r^3\rho=\frac{4}{3}\pi\left(R\sin\frac{\theta}{2}\right)^3\rho$，解得：$\rho=\frac{3\pi}{GT^2\sin^3\frac{\theta}{2}}$，故 C 正确；对 D 选项，因无法计算星球半径，则无法求出星球的密度，所以 D 错误. 故选 AC.

答案 AC.

例 8 由三颗星体构成的系统，忽略其他星体对它们的作用，存在着一种运动形式：三颗星体在相互之间的万有引力作用下，分别位于等边三角形的三个顶点上，绕某一共同的圆心 O 在三角形所在平面内做相同角速度的圆周运动，如图甲所示(图示为 A、B、C 三颗星体质量不相同时的一般情况)，若 A 星体质量为 $2m$，B、C 两星体的质量均为 m，三角形的边长为 a. 求：(1)A 星体所受合力大小 F_A；(2)B 星体所受合力大小 F_B；(3)C 星体的轨道半径 R_C；(4)三星体做圆周运动的周期 T.



例 8 题图

分析 (1) 本题以"三星模型"考查了匀速圆周运动、万有引力定律、力的合成、正交分解法等知识. 解题时要抓住此类问题中各星靠万有引力的合力提供向心力绕同一圆心做圆周运动且周期相等的特点，采用隔离法分析.

(2) 以其中一颗星为研究对象，应用合外力提供向心力列方程，再对其他星用同样方法列方程，解方程组即可.

(3) 由于三星质量不全相同，圆心并不在等边三角形的中心，给此题增加了一点难度，但由于 B、C 质量相同，根据对称性可知圆心一定在 BC 连线的中垂线上，借助正交分解法可求得 C 星体的轨道半径.

解答 (1) 由万有引力定律知 A 星体所受 B、C 星体引力大小为 $F_{BA}=G\frac{m_Am_B}{r^2}=G\frac{2m^2}{a^2}=F_{CA}$，方向如图，则合力大小为：$F_A=2\sqrt{3}G\frac{m^2}{a^2}$.

(2) 同上，B 星体所受 A、C 星体引力大小分别为：$F_{AB}=G\frac{m_Am_B}{r^2}=G\frac{2m^2}{a^2}$，$F_{CB}=G\frac{m_Cm_B}{r^2}=G\frac{m^2}{a^2}$，方向如图乙所示. 由：$F_{Bx}=F_{AB}\cos 60^\circ+F_{CB}=2G\frac{m^2}{a^2}$，$F_{By}=F_{AB}\sin 60^\circ=\sqrt{3}G\frac{m^2}{a^2}$，可得：$F_B=\sqrt{F_{Bx}^2+F_{By}^2}=\sqrt{7}G\frac{m^2}{a^2}$.

(3) 通过分析可知，合力 F_B 的方向经过 BC 的中垂线 AD 的中点，即圆心 O 在中垂线 AD 的中点，$R_C=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{4}a\right)^2+\left(\frac{1}{2}a\right)^2}=\frac{\sqrt{7}}{4}a$（或：由对称性可知 $OB=OC=R_C$，$\cos\angle OBD=\frac{F_{Bx}}{F_B}=\frac{DB}{OB}=\frac{\frac{1}{2}a}{R_C}$，可得：$R_C=\frac{\sqrt{7}}{4}a$.

(4) 三星体运动周期相同，对 C 星体，由 $F_C=F_B=\sqrt{7}G\frac{m^2}{a^2}=m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2R_C$，可得：$T=\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}}$.

答案 (1) $F_A=2\sqrt{3}G\frac{m^2}{a^2}$；(2) $F_B=\sqrt{7}G\frac{m^2}{a^2}$；(3) $R_C=\frac{\sqrt{7}}{4}a$；(4) $T=\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}}$.

画龙点睛

1. 估算中心天体质量与密度有两条思路：一是测出中心天体表面的重力加速度，估算天体质量，进而求得天体密度；二是利用环绕天体的轨道半径和周期，估算天体质量，进而求得天体密度. 天体质量的估算中常常有一些隐含条件，如地球的自转周期为 24 h，公转周期为一年(365 天).

2. 卫星运行参量分析是高考的基本考点，也是热点. 抓住圆周运动规律和万有引力定律这两条主线进行线速度、角速度、周期等物理量的计算，并比较不同轨道卫星各物理量的大小. 常见的地球同步卫星、极地轨道卫星、近地卫星其轨道平面均通过地球球心. 所不同的是，地球同步卫星有五个“一定”：轨道平面一定（和赤道平面重合），高度一定约 36 000 km(距地面)，绕行速度一定，角速度一定，周期一定($T=24$ h)；近地卫星的轨道半径最小（近似等于地球半径），运行速度最快，约 7.9 km/s，周期最短，约 85 min；极地轨道卫星运行的每个周期均经过南北两极，可实现全球覆盖.

3. 解决天体问题要注意几个区别：

(1) 环绕天体和中心天体的区别.

(2) 中心天体的半径和环绕天体的轨道半径的区别.

(3) 自转周期和公转周期的区别.

(4) 卫星与双星的区别（前者有中心天体后者无中心天体）.

(5) 地球同步卫星与地球赤道上静止物体的区别（前者万有引力提供向心力，后者万有引力的一部分提供向心力）.

4. 卫星变轨时的半径变化由万有引力和所需的向心力大小关系判定，稳定在新轨道上的运行速度由 $v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$ 来判断. 卫星在不同轨道上运行时机械能不同，轨道半径越大，机械能越大. 卫星做离心运动时半径增大，重力势能、机械能均增大，动能减少；做向心运动时半径减小，重力势能、机械能也减少，动能增加.

变式训练

1. 假设地球可视为质量均匀分布的球体. 已知地球表面重力加速度在两极处的大小为 g_0；在赤道处的大小为 g；地球自转的周期为 T；引力常量为 G. 则地球的密度为(　　).

A. $\frac{3\pi}{GT^2}\frac{g_0-g}{g_0}$　　B. $\frac{3\pi}{GT^2}\frac{g_0}{g_0-g}$　　C. $\frac{3\pi}{GT^2}$　　D. $\frac{3\pi}{GT^2}\frac{g_0}{g}$

2. 太空被称为 21 世纪技术革命的摇篮. 摆脱地球引力，在更"纯净"的环境中探求物质的本质，拨开大气层的遮盖，更直接地探索宇宙的奥秘，一直是科学家们梦寐以求的机会."神州号"两次载人飞船的成功发射与回收给我国航天界带来足够的信心，我国提出了"载人飞船—太空实验室—空间站"的三部曲构想. 要与轨道空间站对接，飞船为了追上轨道空间站(　　).

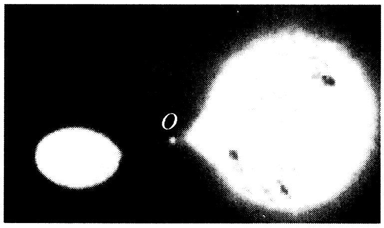
A. 应该从较低轨道上加速

B. 应该从较高轨道上加速

C. 应该从空间站同一高度的轨道上加速

D. 无论在什么轨道上，只要加速都行

3. 一个国际研究小组借助位于智利的甚大望远镜，观测到了一组双星系统，它们绕两者连线上的某点 O 做匀速圆周运动，如图所示. 此双星系统中体积较小的成员能"吸食"另一颗体积较大星体表面物质，达到质量转移的目的. 假设在演变的过程中两者球心之间的距离保持不变，则在最初演变的过程中(　　).



第 3 题图

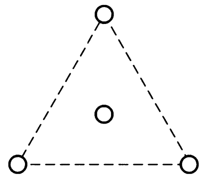
A. 它们做圆周运动的万有引力保持不变

B. 它们做圆周运动的角速度不断变大

C. 体积较大星体圆周运动轨迹半径变大，线速度也变大

D. 体积较大星体圆周运动轨迹半径变大，线速度变小

4. 某同学学习了天体运动的知识后，假想宇宙中存在着由四颗星组成的孤立星系. 如图所示，一颗母星处在正三角形的中心，三角形的顶点各有一颗质量相等的小星围绕母星做圆周运动. 如果两颗小星间的万有引力为 F，母星与任意一颗小星间的万有引力为 $9F$. 则(　　).


第 4 题图

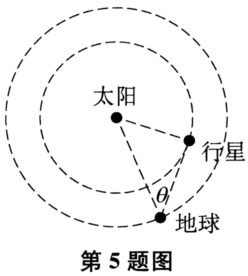
A. 每颗小星受到的万有引力为 $(\sqrt{3}+9)F$

B. 每颗小星受到的万有引力为 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+9\right)F$

C. 母星的质量是每颗小星质量的 3 倍

D. 母星的质量是每颗小星质量的 $3\sqrt{3}$ 倍

5. 如图所示，天文学家观测到某行星和地球在同一轨道平面内绕太阳做同向匀速圆周运动，且行星的轨道半径比地球的轨道半径小，已知地球的运转周期为 T. 地球和太阳中心的连线与地球和行星的连线所夹的角叫做地球对该行星的观察视角(简称视角). 已知该行星的最大视角为 θ，当行星处于最大视角处时，是地球上的天文爱好者观察该行星的最佳时期. 则此时行星绕太阳转动的角速度 $\omega_{行}$ 与地球绕太阳转动的角速度 $\omega_{地}$ 的比值 $\omega_{行}:\omega_{地}$ 为(　　).



第 5 题图

A. $\sqrt{\tan^3\theta}$　　B. $\sqrt{\sin^3\theta}$

C. $\frac{1}{\sqrt{\sin^3\theta}}$　　　　D. $\frac{1}{\sqrt{\tan^3\theta}}$

6. 在星球表面发射探测器，当发射速度为 v 时，探测器可绕星球表面做匀速圆周运动；当发射速度为$\sqrt{2}v$时，可摆脱星球引力束缚脱离该星球. 已知地球、火星两星球的质量比约为 10∶1、半径比约为 2∶1，下列说法中正确的有（　　）.

A. 探测器的质量越大，脱离星球所需要的发射速度越大

B. 探测器在地球表面受到的引力比在火星表面的大

C. 探测器分别脱离两星球所需要的发射速度相等

D. 探测器脱离星球的过程中，势能逐渐增大

专题六　功和能

功能问题是力学的重点知识板块. 主要涉及功、功率、动能定理、功能关系和机械能守恒定律等考点. 利用功能的观点解力学问题是物理学最重要的方法之一.

弹簧模型、板块模型、传送带模型、碰撞模型中往往都涉及功能问题.

入门导学

难点解读

一、关于力做功、功率和能量转化

1. 由公式 $W = Fs\cos\alpha$ 求解功的两种处理办法

① W 等于力 F 乘以物体在力 F 方向上的分位移 $s\cdot\cos\alpha$，即将物体的位移分解为沿 F 方向上和垂直 F 方向上的两个分位移.

② W 等于力 F 在位移 s 方向上的分力 $F\cdot\cos\alpha$ 乘以物体的位移 s，即将力 F 分解为沿 s 方向和垂直 s 方向的两个分力.

注意：$W = Fs\cos\alpha$ 只能用来计算恒力做功（但轨迹可以是直线也可以是曲线）. 在计算某一个力做功时，s 一般指该力的作用点相对地面的位移.

2. 摩擦力做功

(1) 静摩擦力做功的特点

① 静摩擦力可以做正功，也可以做负功，还可能不做功.

② 相互摩擦的系统内，一对静摩擦力所做功的代数和总为零.

③ 在静摩擦力做功的过程中，只有机械能的相互转移，静摩擦力起着传递机械能的作用，而没有机械能与其他形式的能的转化. 转移的机械能等于其中一个静摩擦力做功的大小.

(2) 滑动摩擦力做功的特点

① 滑动摩擦力可以对物体做正功，也可以对物体做负功，当然也可以不做功（如有相对运动的两物体，其中一个对地面静止，则滑动摩擦力对该物体不做功）.

② 在相互摩擦的物体系统中，一对相互作用的滑动摩擦力做功的过程，是机械能转化为其内能的过程，即摩擦生热. 产生的热量等于摩擦力对物体系统所做功的代数和的绝对值. $Q = \Delta E_{损} = f_{滑}\cdot s_{相对}$，其中 $s_{相对}$ 指相对路程，其大小与路径有关.

③ 在曲线运动或往返运动时滑动摩擦力（或空气阻力）做功大小等于力和路程（不是位移）的乘积（当力大小恒定时）.

3. 一对相互作用力做功

作用力与反作用力同时存在，作用力做功时，反作用力可能做功，也可能不做功；可能做正功，也可能做负功. 所以作用力与反作用力做功不一定大小相等、一正一负（但一对作用力和反作用力冲量之和一定为零）. 一般在绳拉（或杆拉）的连接体中，绳（或杆）对两端的物体所做的功的代数和为零.

4. 变力做功计算方法

(1) 将变力转化为恒力，再用 $W = Fs\cos\alpha$ 计算，如分段计算做功.

(2) 求出变力 F 对位移的平均力来计算，当变力 F 是位移 s 的线性函数时，平均力 $\bar{F} = \frac{F_1 + F_2}{2}$（如弹簧弹力）.

(3) 作出变力 F 随位移变化的图象，图象与位移轴所围"面积"即为变力做的功.

(4) 功率恒定时，由 $W = Pt$ 求变力的功.

(5) 根据功能关系求变力的功. 如根据势能的变化求对应场力做的功、根据动能定理求变力做的功等等.

5. 多个力的总功的求解

(1) 用平行四边形定则求出合外力，再根据 $W = F_{合}s\cos\alpha$ 计算功. 注意 α 应是合外力与位移 s 间的夹角.

(2) 分别求解各个外力做的功：$W_1 = F_1 s\cos\alpha_1$，$W_2 = F_2 s\cos\alpha_2$……，再求各个功的代数和：$W = W_1 + W_2 + W_3 + \cdots$.

注意：当各力的位移相同时，可直接求合外力做的功；当各力位移不同时，应分别求各力做功，再求其代数和.

6. 两种功率和汽车的两种启动方式

(1) 平均功率与瞬时功率分别反映了力做功的平均快慢和瞬时快慢. 物体在恒力作用下的变速运动或在变力作用下的运动，力做功的瞬时功率一般都随时间变化. 讨论某力的瞬时功率或瞬时功率随时间的变化时，应根据公式 $P = Fv\cos\alpha$ 来进行分析计算. $P = \frac{W}{t}$ 作为定义式，一般用于计算平均功率.

(2) 汽车启动通常有两种模式：一是以恒定功率启动，做加速度逐渐减小的变加速直线运动，达到最大速度后做匀速直线运动；二是从静止开始做匀加速直线运动，功率随着速度增加而增加，达额定功率后再保持额定功率不变，继续做加速度逐渐减小的加速运动.

注意：匀加速启动时，牵引力恒定. 当功率随速度增至额定功率时的速度（匀加速结束时的速度），并不是汽车的最大行驶速度.

二、动能定理和机械能守恒定律

1. 动能定理

(1) 动能定理适用于一个物体，也适用于一个系统.

对一个物体而言，所有外力对物体做的总功等于物体动能的增量；对一个系统而言，所有外力和内力对系统内物体做的总功等于系统物体动能的增量.

(2) 动能定理的表达式是在物体受恒力作用且做直线运动的情况下得出的，但它也适用于有变力做功及物体做曲线运动的情况.

(3) 用动能定理求解力学问题，是一种更高层次的思维方法.

由于动能定理反映的是物体两个状态之间的动能变化与其合力所做功的量值关系，所以对由初始状态到终止状态这一过程中物体运动性质、运动轨迹、做功的力是恒力还是变力等诸多问

题不必细致追究.运用动能定理相较于用牛顿第二定律和运动学知识求解更具简捷性和广泛性，应该增强用动能定理解题的主动意识.

注意:功和动能都是标量,不能利用矢量法则分解,故动能定理无分量式.

2. 机械能守恒定律

(1) 从守恒条件去理解守恒定律的含义.

机械能是动能和势能(重力势能与弹性势能)的统称.对一个物体(实为该物体和地球组成的系统),只有重力做功引起重力势能与动能的相互转化,故机械能总量保持不变;对两个物体通过绳、杆或弹簧相连组成的系统,若只有重力或弹簧弹力做功,物体间只有动能和重力势能及弹性势能的相互转化,系统和外界没有发生机械能的传递,系统机械能也守恒.

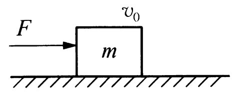
(2) 用机械能转化与否来判定机械能是否守恒.

物体系统只有动能与势能的相互转化,而无机械能与其他形式能的转化(如系统无滑动摩擦和介质阻力,无电磁感应过程等等),则系统的机械能守恒.

(3) 除系统内重力、弹力以外的力做了功,但做功的代数和为零,系统的机械能却不一定守恒.例如:如图所示,物体 m 在速度为 v_0 时受到外力 F 作用,经时间 t 速度变为 v_t($v_t > v_0$)后撤去外力,由于摩擦力的作用经时间 t' 速度大小又变为 v_0,这一过程中外力做功代数和为零,但是物体 m 的机械能不守恒.

注意:机械能守恒的条件绝不是合外力做功等于零,更不是合外力等于零.

(4) 对绳子突然绷紧、物体间非弹性碰撞(碰撞后两物体粘在一起)、有滑动摩擦力做功等一般都有机械能损失(除非题目中有特别说明或暗示).



三、功能关系与能量转化和守恒定律

1. 常见功能关系

(1) 重力做的功是重力势能变化的量度:$W_G = -\Delta E_{P重} = -(E_{P末} - E_{P初}) = E_{P初} - E_{P末}$.

(2) 弹力做的功是弹性势能变化的量度:$W_弹 = -\Delta E_{P弹} = -(E_{P末} - E_{P初}) = E_{P初} - E_{P末}$.

(3) 电场力做的功是电势能变化的量度:$W_电 = qU = -\Delta E_电 = -(E_{电末} - E_{电初}) = E_{电初} - E_{电末}$.

(4) 除重力、弹力以外的其他力做的功是物体机械能变化的量度:$W_{其他} = E_末 - E_初$.

(5) 合外力的功是物体动能的变化的量度:$W_合 = E_{k末} - E_{k初}$.

(6) 一对滑动摩擦力做功的代数和的绝对值等于系统内能的增量,即:$Q = F_f \cdot x_{相对}$.

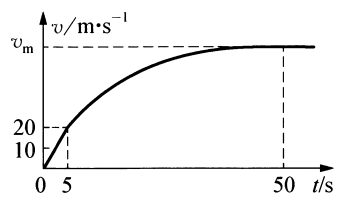
2. 应用能量转化和守恒定律的两条思路

(1) 某种形式的能的减少量,一定等于其他形式能的增加量.

(2) 某物体能量的减少量,一定等于其他物体能量的增加量.

零点突破——

例 1 一新车型赛车在水平专用测试道上进行测试,该车总质量为 $m = 1 \times 10^3$ kg,由静止开始沿水平测试道运动.传感设备记录其运动的速度时间图象(v-t 图)如图所示.该车运动中受到的摩擦阻力(含空气阻力)恒定,且摩擦力与车对路面压力的比值为 $\mu = 0.2$.赛车在 0 ~ 5 s 的 v-t 图线为直线,5 s 末达到该车发动机的额定牵引功率并保持该功率行驶,在 5 ~ 50 s 之间,赛车的 v-t 图线是一段曲线,50 s 以后为直线.g 取 10 m/s²,求:



例 1 题图

(1) 该车发动机牵引力的额定功率 P.

(2) 该车行驶中的最大速度 v_m.

(3) 该车出发后，前 50 s 内的位移 x.

分析 交通工具的启动问题中通常说的发动机功率指的是其牵引力的功率. 本题属于匀加速启动模式. 该车先做匀加速直线运动(0～5 s)，功率随着速度增加而增加，5 s 末达额定功率后再保持额定功率不变，继续做加速度逐渐减小的变加速运动，50 s 时达最大速度.

(1) 结合 0～5 s 内图线求出加速度的大小，根据牛顿第二定律，结合功率与牵引力的关系求出发动机的额定功率.

(2) 当牵引力等于阻力时，速度达到最大，根据阻力的大小求出最大速度的大小.

(3) 5～50 s 内发动机的功率不变，结合动能定理求出 5～50 s 内的位移，再通过前 5 s 内匀加速直线运动的位移得出该车出发后前 50 s 内的位移.

解答 (1) 由题图可知，赛车在 0～5 s 内 ($t_1 = 5$ s) 做匀加速直线运动，5 s 末的速度是 $v = 20$ m/s，由 $v = at_1$ 得 $a = 4\ \text{m/s}^2$，根据牛顿第二定律得：$F - f = ma$，又：$P = Fv$，可求得额定牵引功率：$P = 1.2 \times 10^5$ W.

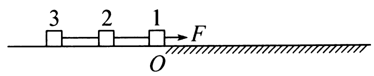
(2) 当赛车匀速运动时速度最大，此时 $F_{\min} = f = 2 \times 10^3$ N，而由 $P = F_{\min}v = fv_{\text{m}}$ 可得：$v_{\text{m}} = 60$ m/s.

(3) 赛车在 0～5 s 内发生的位移为：$x_1 = \frac{1}{2}vt_1 = 50$ m. 设赛车在 5～50 s 内($t_2 = 45$ s) 发生的位移为 x_2，由动能定理得：$Pt_2 - fx_2 = \frac{1}{2}mv_{\text{m}}^2 - \frac{1}{2}mv^2$，解得：$x_2 = 1900$ m，所以前 50 s 内的位移：$x = x_1 + x_2 = 1950$ m.

答案 (1) 1.2×10^5 W；(2) 60 m/s；(3) 1950 m.

点睛 本题是个多过程运动问题，解题关键是理清各个过程中的运动规律，灵活使用动能定理、牛顿第二定律、功率公式、运动学公式综合求解.

例 2 如图所示，水平面 O 点左侧光滑，右侧粗糙，有 3 个质量均为 m 完全相同的滑块(可视为质点)，用轻细杆相连，相邻滑块间的距离为 L，滑块 1 恰好位于 O 点左侧，滑块 2、3 依次沿直线水平向左排开. 现将水平恒力 $F = 1.8\mu mg$ 作用于滑块 1，μ 为粗糙地带与滑块间的动摩擦因数，g 为重力加速度.



例 2 题图

(1) 求滑块运动的最大速度；

(2) 判断滑块 3 能否进入粗糙地带？若能，计算滑块 3 在粗糙地带的运动时间.

分析 因 3 个物体相连，可视为整体. 由于路面部分粗糙，故摩擦力为变力. 分析各个物块依次进入粗糙面后的运动性质，利用动能定理计算最大速度，利用牛顿第二定律和运动学公式计算在粗糙地带的运动时间.

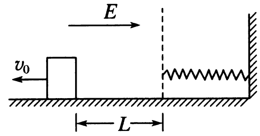
解答 (1) 滑块 2 刚进入粗糙地带，摩擦力大小变为 $2\mu mg$，滑块开始减速，此时速度最大，对所有滑块运用动能定理：$F \cdot L - \mu mgL = \frac{1}{2} \cdot 3mv_1^2$，得 $v_1 = \sqrt{\frac{8\mu gL}{15}}$.

(2) 若滑块 3 能进入粗糙地带，设刚进入的速度为 v_2，有：$F \cdot 2L - \mu mg(1+2)L = \frac{1}{2} \cdot 3mv_2^2$，得 $v_2 = \sqrt{\frac{2\mu gL}{5}}$，故滑块 3 能进入粗糙地带，此时 $3\mu mg - F = 3ma$，故滑块 3 在粗糙地带的减速时间 $t = \frac{v_2}{a}$，得 $t = \sqrt{\frac{5L}{2\mu g}}$.

答案 (1) 最大速度为 $\sqrt{\frac{8\mu gL}{15}}$；(2) 滑块 3 能进入粗糙地带，$t = \sqrt{\frac{5L}{2\mu g}}$.

探究提升

例3 如图所示，在绝缘水平面上放有一带正电的滑块、质量为 m，带电荷量为 q，水平面上方虚线左侧空间有水平向右的匀强电场，场强为 E，$qE > \mu mg$，虚线右侧的水平面光滑. 一轻弹簧右端固定在墙上，处于原长时，左端恰好位于虚线位置，把滑块放到虚线左侧 L 处，并给滑块一个向左的初速度 v_0，已知滑块与绝缘水平面间的动摩擦因数为 μ，求：



例3题图

(1) 弹簧的最大弹性势能；(2) 滑块在整个运动过程中产生的热量.

分析 对滑块的多过程运动进行分段处理，分别依据动能定理或能量守恒建立方程；分析物体的受力，了解滑块第一次运动到最右端时弹簧具有最大弹性势能；后经历多次往返运动，最终停在虚线位置处，此时弹簧处于原长，弹性势能为零.

解答 (1) 设滑块向左运动 x 时减速到零，由动能定理有：$(qE+\mu mg)x=\frac{1}{2}mv_0^2$，解得：$x=\frac{mv_0^2}{2(qE+\mu mg)}$，之后滑块向右加速运动，设第一次到达虚线处时的动能为 E_k，由能量守恒定律得：$qE(x+L)=E_k+\mu mg(x+L)$，解得：$E_k=(qE-\mu mg)L+\frac{m(qE-\mu mg)}{2(qE+\mu mg)}v_0^2$. 滑块从虚线处压缩弹簧至最短的过程中系统机械能守恒，动能全部转化为弹性势能，所以弹簧的最大弹性势能为：$E_{Pm}=(qE-\mu mg)L+\frac{m(qE-\mu mg)}{2(qE+\mu mg)}v_0^2$.

(2) 滑块往返运动，最终停在虚线位置，整个过程电场力做正功，为 $W=qEL$，电势能减少量为 qEL，由能量守恒定律，整个过程产生的热量等于滑块机械能的减少量与电势能的减少量之和，即 $Q=qEL+\frac{1}{2}mv_0^2$.

答案 (1) $E_{Pm}=(qE-\mu mg)L+\frac{m(qE-\mu mg)}{2(qE+\mu mg)}v_0^2$；(2) $Q=qEL+\frac{1}{2}mv_0^2$.

点睛 功能关系在静电场中应用的题目，一般过程复杂且涉及多种性质不同的力，因此，通过审题，进行受力分析和运动过程分析是关键，然后根据不同的运动过程中各力做功的特点来选择相应规律求解. 动能定理和能量守恒定律在处理电学中能量问题时是首选的方法.

例4 我国未来的航母将采用自行研制的电磁弹射器. 电磁弹射系统包括电源、强迫储能装置、导轨和脉冲发生器等等. 其工作原理如图1所示，利用与飞机前轮连接的通电导体在两平行金属导轨的强电流产生的磁场中受安培力作用下加速获得动能. 设飞机质量为 $m=1.8\times10^4$ kg，起飞速度为 $v=70$ m/s，起飞过程所受平均阻力恒为机重的 $k=0.2$ 倍. 在没有电磁弹射器的情况下，飞机从静止开始起飞距离为 $l=210$ m；在电磁弹射器与飞机发动机(牵引力不变)同时工作的情况下，起飞距离减为 $\frac{l}{3}$. 强迫储能装置能提供瞬发能量，其储能方案是利用电容器(电容量 C 极大)储存电能：$W_{电}=\frac{1}{2}CU^2$，如图2所示是电容器的带电量 q 与极板间电压 U 的关系曲线，假设电容器释放全部电能等于安培力做的功. 取 $g=10$ m/s^2，求：

(1) 飞机所受牵引力 F 的大小；

(2) 电磁弹射器安培力对飞机所做的功 W；

(3) 电源对电容器充电的电压 U.

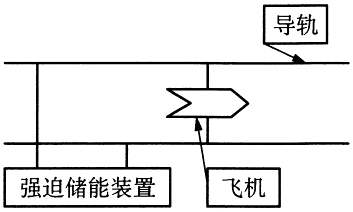


图 1

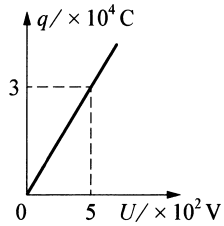


图 2

例 4 题图

分析 没有电磁弹射器时，应该用动能定理列方程即可求解飞机牵引力；电磁弹射器和发动机同时工作时，仍由动能定理列方程；根据 $q-U$ 图象斜率求得电容 C，然后根据题目中给出的公式 $W_{电}=\frac{1}{2}CU^2$ 求出 U.

解答 (1) 没有电磁弹射器时，由动能定理 $(F-kmg)l=\frac{1}{2}mv^2$，得：$F=\frac{mv^2}{2l}+kmg$；

代入数据得：$F=2.46\times10^5$ N.

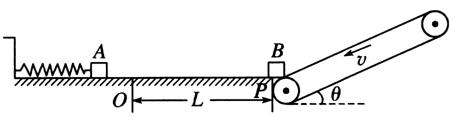
(2) 电磁弹射器和发动机同时工作时，由动能定理 $W+(F-kmg)\frac{l}{3}=\frac{1}{2}mv^2$，解得：$W=2.94\times10^7$ J.

(3) 由电容器公式：$q=CU$ 和 $q-U$ 图得 $C=60$ F，由 $W_{电}=\frac{1}{2}CU^2=W$，得：$U\approx1000$ V.

答案 (1) $F=2.46\times10^5$ N；(2) W 为 2.94×10^7 J；(3) U 约为 1000 V.

压轴精炼

例 5 如图所示，在水平面上有一弹簧，其左端与墙壁相连，O 点为弹簧原长位置，O 点左侧水平面光滑. 水平段 OP 长为 $L=1$ m，P 点右侧一与水平方向成 $\theta=30°$ 的足够长的传送带与水平面在 P 点平滑连接，传送带逆时针转动速率为 3 m/s. 一质量为 1 kg 可视为质点的物块 A 压缩弹簧（与弹簧不拴接），使弹簧获得的弹性势能 $E_P=9$ J，物块与 OP 段动摩擦因数 $\mu_1=0.1$，另一与 A 完全相同的物块 B 停在 P 点，B 与传送带的动摩擦因数 $\mu_2=\frac{\sqrt{3}}{3}$，传送带足够长，A 与 B 的碰撞时间不计，碰后 A、B 交换速度，重力加速度 $g=10\ \text{m/s}^2$，现释放 A，求：



例 5 题图

(1) 物块 A、B 第一次碰撞前瞬间，A 的速率 v_0；

(2) 从 A、B 第一次碰撞后到第二次碰撞前，B 与传送带之间由于摩擦而产生的热量；

(3) A、B 能够碰撞的总次数.

分析 (1) 从释放到与 B 碰撞前的过程，对 A 运用能量守恒定律列式，即可求解物块 A 与 B 第一次碰撞前的速度；

(2) 根据动量守恒定律和机械能守恒定律求出碰后 A、B 的速度. B 获得速度后沿传送带向上匀减速运动直至速度为零，然后向下做匀加速运动，根据牛顿第二定律和运动学公式结合，分段求出时间，即可得解.

(3) B 与 A 第二次碰撞，两者速度再次互换，此后 A 向左运动再返回时与 B 碰撞，B 沿皮带

轮向上运动再原速返回，重复这一过程直至两者不再碰撞. 每一次过程中损失的机械能为 $2\mu_1 mgL$，根据整个过程能量守恒列式求解 A、B 碰撞的次数.

解答 (1) 设物块质量为 m，A 与 B 第一次碰前的速率为 v_0，则：$E_p=\frac{1}{2}mv_0^2+\mu_1 mgL$，解得：$v_0=4\ \text{m/s}$.

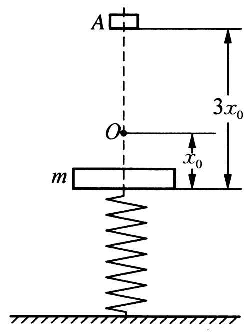
(2) 设 A、B 第一次碰撞后的速度分别为 v_A、v_B，$mv_0=mv_A+mv_B$，$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_A^2+\frac{1}{2}mv_B^2$，则 $v_A=0$，$v_B=4\ \text{m/s}$，碰后 B 沿传送带向上做匀减速运动直至速度为零，加速度大小设为 a_1，则：$mg\sin\theta+\mu_2 mg\cos\theta=ma_1$，解得：$a_1=g\sin\theta+\mu_2 g\cos\theta=10\ \text{m/s}^2$. 运动的时间：$t_1=\frac{v_B}{a_1}=0.4\ \text{s}$，位移：$x_1=\frac{v_B}{2}t_1=0.8\ \text{m}$，此过程相对运动路程：$\Delta s_1=vt_1+x_1=2\ \text{m}$. 此后 B 反向加速，加速度仍为 a_1，与传送带共速后匀速运动直至与 A 再次碰撞，加速时间为：$t_2=\frac{v}{a_1}=0.3\ \text{s}$，位移为：$x_2=\frac{v}{2}t_2=0.45\ \text{m}$. 此过程相对运动路程：$\Delta s_2=vt_2-x_2=0.45\ \text{m}$，全过程摩擦生热：$Q=\mu_2 mg\cos\theta\cdot(\Delta s_1+\Delta s_2)=12.25\ \text{J}$.

(3) B 与 A 第二次碰撞，两者速度再次互换，此后 A 向左运动再返回与 B 碰撞，B 沿传送带向上运动再次返回，每次碰后到再次碰前速率相等，重复这一过程直至两者不再碰撞. 则对 A、B 和弹簧组成的系统，从第二次碰撞后到不再碰撞：$\frac{1}{2}mv^2=2n\mu_1 mgL$，解得第二次碰撞后重复的过程数为 $n=2.25$. 所以碰撞总次数为 $N=2+2n=6.5=6$ 次(取整数).

答案 (1) $4\ \text{m/s}$；(2) $12.25\ \text{J}$；(3) 6 次.

点睛 本题首先要理清物体的运动过程，其次要准确把握每个过程所遵守的物理规律，特别要掌握弹性碰撞过程：动量和机械能均守恒，两物体质量相等时交换速度. 注意摩擦生热是指滑动摩擦生热，静摩擦不会生热.

例 6 如图所示，质量为 m 的钢板与直立轻弹簧的上端连接，弹簧下端固定在地上，平衡时，弹簧的压缩量为 x_0. 一个物块从钢板的正上方相距 $3x_0$ 的 A 处自由落下，打在钢板上并立刻与钢板一起向下运动，但不粘连，它们到达最低点后又向上运动. 已知物块的质量也为 m 时，它们恰能回到 O 点；若物块的质量为 $2m$，仍从 A 处自由落下，则物块与钢板回到 O 点时还具有向上的速度. 求物块向上运动所到达的最高点与 O 点之间的距离.



例 6 题图

分析 ①物块与钢板碰撞的瞬间外力之和并不为零，但这一过程时间极短，内力远大于外力，故可近似看成动量守恒. ②两次下压至回到 O 点的过程中，速度、路程并不相同，但弹性势能的改变(弹力做的功)相同. ③从物块与钢板下压至回到 O 点的过程可以运用动能定理列方程. 第一次：$0-\frac{1}{2}\times 2m\times v_1^2=W_{弹}-2mgx_0$，第二次：$\frac{1}{2}\times 3m\times v_3^2-\frac{1}{2}\times 3m\times v_2^2=W_{弹}-3mgx_0$，或根据能量守恒列方程.

解析 物块与钢板碰撞前瞬间的速度为：$v_0=\sqrt{6gx_0}$ ①. 设质量为 m 的物块与钢板碰撞后瞬间的速度为 v_1，由动量守恒定律有：$mv_0=2mv_1$ ②. 设弹簧的压缩量为 x_0 时的弹性势能为 E_p，对于物块和钢板碰撞后直至回到 O 点的过程，由机械能守恒定律得：$E_p+\frac{1}{2}\times 2m\times v_1^2=$

$2mgx_0$ ③. 设质量为 $2m$ 的物块与钢板碰撞后瞬间的速度为 v_2，物块与钢板回到 O 点时所具有的速度为 v_3，由动量守恒定律有：$2mv_0 = 3mv_2$ ④，由机械能守恒定律有：$E_p + \frac{1}{2} \times 3m \times v_2^2 = 3mgx_0 + \frac{1}{2} \times 3m \times v_3^2$ ⑤，联立①②③④⑤式解得：$v_3 = \sqrt{gx_0}$ ⑥；当质量为 $2m$ 的物块与钢板一起回到 O 点时，弹簧的弹力为零，物块与钢板只受到重力的作用，加速度为 g；一过 O 点，钢板就会受到弹簧向下的拉力作用，加速度大于 g，由于物块与钢板不粘连，故在 O 点处物块与钢板分离；分离后，物块以速度 v_3 竖直上升，由竖直上抛运动的最大位移公式得：$h = \frac{v_3^2}{2g} = \frac{x_0}{2}$. 所以物块向上运动所到达的最高点与 O 点之间的距离为 $\frac{x_0}{2}$.

答案 $\frac{x_0}{2}$.

画龙点睛

1. 应用动能定理可解决的问题

恒力作用下的匀变速直线运动，凡不涉及加速度和时间的问题时，利用动能定理求解一般比用牛顿定律及运动学公式求解要简单得多. 动能定理还能解决一些在中学应用牛顿定律难以解决的变力做功的问题、曲线运动等问题，因此更具优越性.

2. 应用动能定理要注意的问题

注意一：由于动能的大小与参照物的选择有关，而动能定理是从牛顿运动定律和运动学规律的基础上推导出来，因此应用动能定理解题时，动能的大小应选取地面或相对地面做匀速直线运动的物体作参照物来确定.

注意二：区别动量、动能两个物理概念. 动量、动能都是描述物体某一时刻运动状态的状态量，动量是矢量，动能是标量. 动量的改变必须经过一个冲量的过程，符合动量定理（矢量方程），动能的改变必须经过一个做功的过程，符合动能定理（代数方程）. 动量是矢量，它的改变包括大小改变和方向的改变. 而动能是标量，它的改变仅是数量的变化. 动能与动量的数值满足 $E_k = \frac{P^2}{2m}$ 的关系.

3. 解决弹簧模型问题的基本方法

(1) 动力学方法：利用 $F = kx$ 和 $F_{合} = ma$，注意弹力是变力，关注三个位置：自然长度位置，平衡位置，形变量最大的位置.

(2) 功能关系方法：选择合适的研究对象和研究过程，利用功能关系（$W_{弹} = -\Delta E_{弹}$）、动能定理或能量守恒定律.

4. 功能关系在电学中的应用

(1) 静电力做功与路径无关. 若电场为匀强电场，则 $W = Fl\cos\alpha = Eql\cos\alpha$；若是非匀强电场，则一般利用 $W = qU$ 来求. 静电力做的功等于电势能的变化，即 $W_{AB} = -\Delta E_{pAB}$.

(2) 磁场力又可分为洛伦兹力和安培力. 洛伦兹力在任何情况下对运动的电荷都不做功；安培力可以做正功、负功，还可以不做功.

(3) 电流做功的实质是电场对移动电荷做的功，即 $W = UIt = Uq$.

(4) 导体棒在磁场中切割磁感线时，棒中感应电流受到的安培力对导体棒做负功，使机械能转化为电能.

变式训练

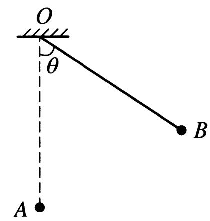
1. 额定功率为 80 kW 的汽车在平直公路上行驶，若汽车总质量为 2×10^3 kg，在水平路面上行驶时所受的阻力恒为 4×10^3 N. 求：

(1) 汽车所能达到的最大速度？

(2) 若汽车以 $2\ \mathrm{m/s^2}$ 的加速度由静止开始做匀加速直线运动，则匀加速阶段持续多长时间？

(3) 汽车起动后第 3 s 末的功率.

2. 如图所示，质量为 m 的小球用长为 L 的不可伸长的细线悬于 O 点且静止于 A 处. 先用水平向右的作用力 F 将小球缓慢拉到 B 点时，细线与竖直方向的夹角为 $\theta=60°$，此时细线拉力为 T_1，然后撤去拉力 F，使小球返回到 A 点，撤去 F 的瞬间绳的拉力为 T_2. 则(　　).



第 2 题图

A. $T_1=T_2=2mg$

B. 从 A 到 B 的过程中，F 做功为 $\frac{1}{2}mgL$

C. 从 A 到 B 的过程中，F 大小保持不变

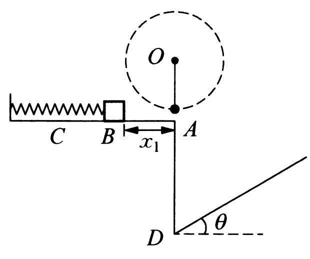
D. 从 B 返回 A 的过程中，绳的拉力的功率逐渐变大

3. 如图所示，长为 $L=6$ cm 的细绳上端固定在一平台右端点 A 的正上方 O 点，下端系有质量为 $m=0.5$ kg 的摆球；倾角为 $\theta=30°$ 的斜面的底端 D 点处于 A 点的正下方；劲度系数为 $k=50$ N/m 的水平轻弹簧左端固定在墙上，无形变时右端在 B 点，B、A 两点间距为 $x_1=10$ cm. 一质量为 $2m$ 的物块靠在弹簧右端但不粘连，并用水平向左的推力将物块缓慢向左移动，当推力大小为 $F=15$ N 时物块静止于 C 点，撤去推力后在 A 点处停下. 若将物块质量调整为 m，物块仍在 C 点由静止释放，之后在 A 点与静止摆球碰撞，碰后物块停在 A 点而摆球恰好在竖直平面内做圆周运动，并从物块左侧与物块碰撞，碰后物块离开平台，之后恰好垂直撞到斜面上. 物块和摆球均视为质点且碰撞时间不计，两次碰撞中物块和摆球均交换速度，物块与平台间的动摩擦因数处处相同，重力加速度取 $g=10\ \mathrm{m/s^2}$，求：

(1) 质量为 m 的物块离开 A 点时的速率 v_0；

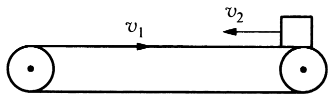
(2) 物块与平台间的动摩擦因数 μ；

(3) A、D 两点间的高度差 H.



第 3 题图

4. 如图所示,在匀速转动的电动机带动下,足够长的水平传送带以恒定速率 v_1 匀速向右运动.一质量为 m 的滑块从传送带右端以水平向左的速率 $v_2(v_2>v_1)$ 滑上传送带,最终滑块又返回至传送带的右端.就上述过程,下列判断中正确的有(　　).



第 4 题图

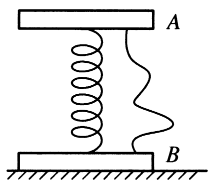
A. 滑块返回传送带右端的速率为 v_1

B. 此过程中传送带对滑块做功为 $\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$

C. 此过程中电动机对传送带做功为 $2mv_1^2$

D. 此过程中滑块与传送带间摩擦产生的热量为 $\frac{1}{2}m(v_1+v_2)^2$

5. 如图所示,A、B 两个矩形木块用轻弹簧和一条与弹簧原长相等的轻绳相连,静止在水平地面上,绳为非弹性绳且可承受的拉力足够大.弹簧的劲度系数为 k,木块 A 和木块 B 的质量均为 m.现用一竖直向下的压力将木块 A 缓慢压缩到某一位置,木块 A 在此位置所受的压力为 $F(F>mg)$,弹簧的弹性势能为 E,撤去力 F 后,下列说法中正确的是(　　).



第 5 题图

A. 当 A 速度最大时,弹簧仍处于压缩状态

B. 弹簧恢复到原长的过程中,弹簧弹力对 A、B 的冲量相同

C. 当 B 开始运动时,A 的速度大小为 $\sqrt{\frac{E}{m}-\frac{mg+F}{k}g}$

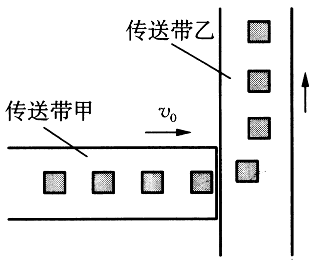
D. 全过程中,A 上升的最大高度为 $\frac{E}{4mg}+\frac{3(mg+F)}{4k}$

6. 如图所示,生产车间有两个相互垂直且等高的水平传送带甲和乙,甲的速度为 v_0.小工件离开甲前与甲的速度相同,并平稳地传到乙上,工件与乙之间的动摩擦因数为 μ,乙的宽度足够大,重力加速度为 g.

(1) 若乙的速度为 v_0,求工件在乙上侧向(垂直于乙的运动方向)滑过的距离 s.

(2) 若乙的速度为 $2v_0$,求工件在乙上刚停止侧向滑动时的速度大小 v.

(3) 保持乙的速度 $2v_0$ 不变,当工件在乙上刚停止滑动时,下一只工件恰好传到乙上,如此反复.若每个工件的质量均为 m,除工件与传送带之间摩擦外,其他能量损耗均不计,求驱动乙的电动机的平均输出功率 $\bar{P}$.



第 6 题图

专题七　碰撞与动量

碰撞是一个重要的物理模型，它是物体短暂作用的典型代表. 往往涉及多个物体、多个物理过程以及多个不同的物理规律. 有常规的两小球（或粒子）、两物块碰撞，还可延伸到子弹打木块、一个物体在另一个物体上滑行、两物体反向分离等等效“碰撞”模型. 试题难度大，常见于压轴题中. 一般为计算题，且通常将动量与能量知识相结合，有较强的综合性.

入门导学

难点解读

1. 两个物体碰撞的过程遵循以下三个法则

①系统动量守恒. ②系统的总动能不能增加. ③碰撞过程还要符合运动的合理性.

2. 碰撞类型

(1) 弹性碰撞：遵循系统的动量守恒和机械能（总动能）守恒. 一维情况下有：

$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2', \\ \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2'^2, \end{cases} \text{解得：} \begin{cases} v_1' = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}, \\ v_2' = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}. \end{cases}$$

几个特例：

① 若 $v_2 = 0$，有 $v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}$，$v_2' = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$.

② 若 $m_1 = m_2$，则 $v_1' = v_2$，$v_2' = v_1$（速度交换）.

③ 若 $v_2 = 0$，$m_1 \gg m_2$，则：$v_1' \approx v_1$，$v_2' \approx 2v_1$.

④ 若 $v_2 = 0$，$m_1 \ll m_2$，则：$v_1' = -v_1$，$v_2' = 0$.

另外，由上面速度关系可知：$v_2 - v_1 = v_1' - v_2'$，即弹性碰撞物体碰撞前后两物体之间的相对速度大小相等、方向相反（接近速度等于分离速度）.

(2) 非弹性碰撞：

非完全弹性碰撞：系统总动量守恒，机械能（总动能）不守恒，有动能损失.

完全非弹性碰撞：系统总动量守恒，机械能（总动能）不守恒，动能损失最大. 此时有：

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v, \text{若 } v_2 = 0, \text{有：} v = \frac{m_1}{m_1 + m_2}v_1.$$

零点突破

例 1　在光滑水平面上，动能为 E_0、动量的大小为 p_0 的小钢球 1 与静止小钢球 2 发生碰撞，碰撞前后球 1 的运动方向相反. 将碰撞后球 1 的动能和动量的大小分别记为 E_1、p_1，球 2 的动能和动量的大小分别记为 E_2、p_2，则必有（　　）.

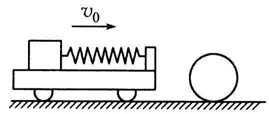
A. $E_1 < E_0$　　B. $p_1 < p_0$　　C. $E_2 > E_0$　　D. $p_2 > p_0$

分析　两钢球在相碰过程中必同时遵守能量守恒和动量守恒.

解答　由于外界没有能量输入，而碰撞中可能产生热量，所以碰后的总动能不会超过碰前的总动能，即 $E_1 + E_2 \leqslant E_0$，可知 $E_1 < E_0$，A 对 C 错；另外，$E_1 < E_0$ 可写成 $\frac{p_1^2}{2m_1} < \frac{p_0^2}{2m_1}$，得 $p_1 < p_0$，因此 B 也对；根据动量守恒，设球 1 原来的运动方向为正方向，有 $p_2 - p_1 = p_0$，得 $p_2 = p_0 + p_1 > p_0$，D 对. 故选 ABD.

答案 ABD.

例2 如图所示，光滑水平面上有一质量为 $m=1\,\text{kg}$ 的小车，小车右端固定一水平轻质弹簧，弹簧左端连接一质量为 $m_0=1\,\text{kg}$ 的物块，物块与上表面光滑的小车一起以 $v_0=5\,\text{m/s}$ 的速度向右匀速运动，与静止在光滑水平面上、质量为 $M=4\,\text{kg}$ 的小球发生弹性正碰，若碰撞时间极短，弹簧始终在弹性限度内. 求：



例2题图

(1) 碰撞结束时，小车与小球的速度；

(2) 从碰后瞬间到弹簧被压至最短的过程，弹簧弹力对小车的冲量大小.

分析 小球与小车碰撞时间极短，可认为碰撞前后物块速度不变. 弹簧被压缩的过程中，物块和小车系统动量守恒、机械能守恒.

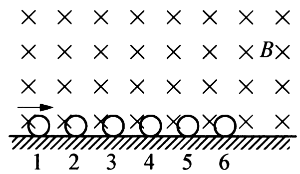
解答 (1) 设碰撞后瞬间小车的速度大小为 v_1，小球的速度大小为 v，由动量守恒及机械能守恒有：$mv_0=Mv+mv_1$，$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}Mv^2$，解得：$v_1=\frac{m-M}{m+M}v_0=-3\,\text{m/s}$，小车速度方向向左；$v=\frac{2m}{m+M}v_0=2\,\text{m/s}$，小球速度方向向右.

(2) 当弹簧被压缩到最短时，物块与小车有共同进度，设小车的速度大小为 v_2，根据动量守恒定律有：$m_0v_0+mv_1=(m_0+m)v_2$，解得 $v_2=1\,\text{m/s}$. 设碰撞后瞬间到弹簧最短的过程，弹簧弹力对小车的冲量大小为 I，根据动量定理有 $I=mv_2-mv_1$，解得 $I=4\,\text{N}\cdot\text{s}$.

答案 (1) 3 m/s，向左；2 m/s，向右；(2) 4 N·s.

探究提升——

例3 如图所示，在光滑绝缘水平面上由左到右沿一条直线等间距地静止排着多个形状相同的带正电的绝缘小球，依次编号为1、2、3……每个小球所带的电荷量都相等且均为 $q=3.75\times10^{-3}\,\text{C}$，第一个小球的质量 $m=0.03\,\text{kg}$，从第二个小球起往后的小球的质量依次为前一个小球的 $\frac{1}{3}$，小球均位于垂直于小球所在直线的匀强磁场里，已知该磁场的磁感应强度 $B=0.5\,\text{T}$. 现给第一个小球一个水平速度 $v=8\,\text{m/s}$，使第一个小球向前运动并且与后面的小球发生弹性正碰. 若碰撞过程中电荷不转移，则第几个小球被碰后可以脱离水平面？(不计电荷之间的库仑力，取 $g=10\,\text{m/s}^2$)



例3题图

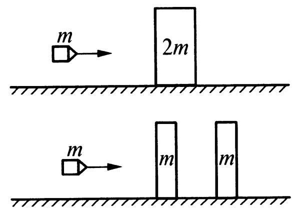
分析 研究多个物体的依次碰撞过程时，总结出通项公式或递推式是关键.

解答 设第一个小球与第二个小球发生弹性碰撞后两小球的速度分别为 v_1 和 v_2，根据动量和能量守恒有：$mv=mv_1+\frac{1}{3}mv_2$，$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{6}mv_2^2$，联立解得：$v_2=\frac{3}{2}v$. 同理，可得第 $n+1$ 个小球被碰后的速度：$v_{n+1}=\left(\frac{3}{2}\right)^n v$，设第 $n+1$ 个小球被碰后对水平面的压力为零或脱离水平面，则：$qv_{n+1}B\geqslant\left(\frac{1}{3}\right)^n mg$，联立以上两式代入数值可得 $n\geqslant2$，所以第3个小球被碰后首先离开地面.

答案 第3个小球被碰后可以脱离地面.

例4 装甲车和战舰采用多层钢板比采用同样质量的单层钢板更能抵御穿甲弹的射击，通过对下一简化模型的计算可以粗略说明其原因. 质量为 $2m$、厚度为 $2d$ 的钢板静止在水平光滑桌面上. 质量为 m 的子弹以某一速度垂直射向该钢板，刚好能将钢板射穿. 现把钢板分成厚度均为 d、质量均为 m 的相同两块，间隔一段距离水平放置，如图所示. 若子弹以相同的速度垂直射向第一块钢板，穿出后再射向第二块钢板，求子弹射入第二块钢板的深度. 设子弹在钢板中受到的阻力

为恒力，且两块钢板不会发生碰撞，不计重力影响.



例4题图

分析 (1) 直接击中质量为 $2m$ 的物体时，注意隐含条件"刚好能将钢板射穿". 即"刚好"击穿时子弹与物块获得共同速度，应用动量守恒定律与能量关系即可列方程.

(2) 当射击两个物体时，击穿了第一个物块时，子弹与第一个物块速度不同，应用动量守恒定律与能量观点可列方程；射击第二物块时未穿出，与物块获得共同速度，也应用动量守恒定律与能量观点列方程.

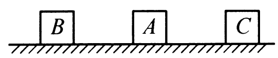
解答 设子弹的初速为 v_0，穿过 $2d$ 厚度的钢板时共同速度为 v，受到阻力为 f.

对系统由动量守恒和能量守恒得：$mv_0=(m+2m)v$ ①，$f\cdot 2d=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}(m+2m)v^2$ ②，由①② 式得：$fd=\frac{1}{6}mv_0^2$ ③. 设子弹穿过第一块厚度为 d 的钢板时的速度为 v_1，此时钢板的速度为 u，穿入第二块厚度为 d 的钢板时共同速度为 v_2，穿入深度为 d'，对子弹和第一块钢板系统由动量守恒和能量守恒得：$mv_0=mv_1+mu$ ④，$fd=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}mu^2$ ⑤，由③④⑤ 式得：$v_1=\frac{3+\sqrt{3}}{6}v_0$（$v_1>u$ 故只取一个） ⑥. 对子弹和第二块钢板系统由动量和能量守恒得：$mv_1=(m+m)v_2$ ⑦，$f\cdot d'=\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}(m+m)v_2^2$ ⑧，由③⑥⑦⑧ 式得：$d'=\frac{2+\sqrt{3}}{4}d$.

答案 $d'=\frac{2+\sqrt{3}}{4}d$.

压轴精练

例5 如图所示，在足够长的光滑水平面上，物体 A、B、C 位于同一直线上，A 位于 B、C 之间. A 的质量为 m，B、C 的质量都为 M，三者都处于静止状态，现使 A 以某一速度向右运动，求 m 和 M 之间满足什么条件才能使 A 只与 B、C 各发生一次碰撞. 设物体间的碰撞都是弹性的.



例5题图

分析 (1) 本题属弹性碰撞类，涉及考点是动量守恒定律、机械能守恒定律. 利用两个守恒定律时一定要先选好合适的过程，明确研究对象是由哪几个物体组成的系统. 动量是否守恒与系统的选取直接相关，而利用守恒定律列方程时确定始末状态是解题的关键.

(2) 从"A 只与 B、C 各发生一次碰撞"的题设条件，分别讨论 $m>M$、$m=M$、$m<M$ 三种情况下的可能结果，通过计算进一步寻找符合题意的质量关系.

解答 A 向右运动与 C 发生第一次碰撞，碰撞过程中，系统的动量守恒、机械能守恒. 设速度方向向右为正，开始时 A 的速度为 v_0，第一次碰撞后 C 的速度为 v_{C1}，A 的速度为 v_{A1}，由动量守恒定律和机械能守恒得：$mv_0=mv_{A1}+Mv_{C1}$ ①，$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_{A1}^2+\frac{1}{2}Mv_{C1}^2$ ②，联立①② 式得：$v_{A1}=\frac{m-M}{m+M}v_0$ ③，$v_{C1}=\frac{2m}{m+M}v_0$ ④.

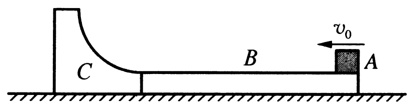
如果 $m>M$，第一次碰撞后，A 与 C 速度同向，且 A 的速度小于 C 的速度，不可能与 B 发生碰撞；如果 $m=M$，第一次碰撞后，A 停止运动，C 以 A 碰前的速度向右运动，A 不可能与 B 发生碰撞，所以只需要考虑 $m<M$ 的情况.

第一次碰撞后，A 反向运动与 B 发生碰撞，设与 B 发生碰撞后，A 的速度为 v_{A2}，B 的速度为

v_{B1}，同样有：$v_{A2}=\frac{m-M}{m+M}v_{A1}=\left(\frac{m-M}{m+M}\right)^2v_0$ ⑤，根据题意，要求A只与B、C各发生一次碰撞，应有：$v_{A2}\leqslant v_{C1}$ ⑥，联立④⑤⑥式得：$m^2+4mM-M^2\geqslant 0$ ⑦，解得：$m\geqslant(\sqrt{5}-2)M$ ⑧，另一解$m\leqslant-(\sqrt{5}+2)M$舍去，所以m和M应满足的条件为：$(\sqrt{5}-2)M\leqslant m<M$ ⑨.

答案 $(\sqrt{5}-2)M\leqslant m<M$.

例6 如图所示，在光滑的水平面上有一长为L的木板B，上表面粗糙，在其左端有一光滑的四分之一圆弧槽C，与长木板接触但不相连，圆弧槽的下端与木板上表面相平，B、C静止在水平面上. 现有滑块A以初速v_0从右端滑上B，并以$\frac{1}{2}v_0$滑离B，恰好能到达C的最高点. A、B、C的质量均为m，试求：



例6题图

(1) 木板B上表面的动摩擦因素μ；

(2) 四分之一圆弧槽C的半径R；

(3) 当A滑离圆弧槽C时C的速度.

分析 (1) 当A在B上滑动时，A与B、C整体发生相互作用，由于水平面光滑，A与B、C组成的系统动量守恒. 由能量守恒得知系统动能的减少量等于滑动过程中产生的内能.

(2) 当A滑上C，B与C分离，仅A与C发生相互作用，A滑上C到滑到C最高点的过程中A、C组成的系统机械能守恒、水平方向动量守恒，列出两个守恒方程，联立可得半径R.

(3) 从A滑上C到又滑离C的过程列A、C系统的机械能守恒和水平方向动量守恒方程，可解得A、C分离时时C的速度.

解答 (1) 当A在B上滑动时，A与B、C整体发生作用，规定向左为正方向，由于水平面光滑，A与B、C组成的系统动量守恒，有：$mv_0=m\times\frac{1}{2}v_0+2mv_1$，得：$v_1=\frac{1}{4}v_0$，由能量守恒得知系统动能的减小量等于滑动过程中产生的内能，有：$Q=\mu mgL=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\times 2m\times\left(\frac{v_0}{4}\right)^2$，得：$\mu=\frac{5v_0^2}{16Lg}$.

(2) A滑上C，设A到达C最高点时速度相等为v_2，规定向左为正方向，由于水平面光滑，A与C组成的系统动量守恒，有：$m\times\frac{1}{2}v_0+mv_1=(m+m)v_2$，得：$v_2=\frac{3v_0}{8}$，$A$与$C$组成的系统机械能守恒，有：$\frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2+\frac{1}{2}m\times\left(\frac{v_0}{4}\right)^2=\frac{1}{2}\times(2m)v_2^2+mgR$，解得：$R=\frac{v_0^2}{64g}$.

(3) 设A滑离C瞬间A的速度为v_A，C的速度为v_C，规定向左为正方向，A与C组成的系统动量守恒，有：$m\times\frac{1}{2}v_0+mv_1=mv_A+mv_C$，动能也守恒，有：$\frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2+\frac{1}{2}m\times\left(\frac{v_0}{4}\right)^2=\frac{1}{2}mv_A^2+\frac{1}{2}mv_C^2$，解得：$v_C=\frac{v_0}{2}$.

答案 (1) $\frac{5v_0^2}{16Lg}$；(2) $\frac{v_0^2}{64g}$；(3) $\frac{v_0}{2}$.

点睛 该题也是一个叠加体问题，要理清A、B、C的运动过程. 解题关键是选择合适的系统和合适的过程运用动量守恒定律和能量守恒定律列方程.

画龙点睛

1. 碰撞作为一个基本物理模型，一般是指两个(或两个以上)物体相遇并发生相互作用，物体间的相互作用仅持续一个极为短暂的时间，但运动状态发生显著变化的现象. 其特点是：

(1) 瞬时性：由于物体在发生碰撞时，所用时间极短，因此在计算物体运动时间时，通常把碰撞时间忽略不计；在碰撞这一极短的时间内，物体的位置是来不及改变的，因此我们可以认为物体在碰撞中位移为零.

(2) 动量守恒性：因碰撞时间极短，相互作用的内力远大于外力，外力冲量可不计，所以系统在碰撞过程中总动量守恒.

(3) 动能不增性：在碰撞过程中，系统总动能只有减少或者不变，而绝不会增加，即不能违背能量守恒原则. 若弹性碰撞则同时满足动量、动能守恒. 非弹性碰撞只满足动量守恒，而不满足动能守恒(系统的动能减少).

2. 碰撞问题的一般解题方法：首先根据碰撞的瞬时性特点，正确选取相互作用的研究对象；其次要确定碰撞前后系统中各个研究对象的状态；然后根据动量守恒及能量守恒求解，并验证求得结果的合理性.

3. 利用动量和能量的观点处理多物体多过程问题的一般方法：

(1) 弄清有几个物体参与运动，并划分清楚物体的运动过程，明确各过程的运动特点.

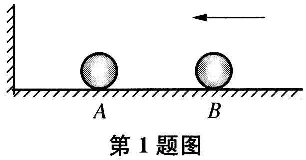
(2) 在光滑的平面或曲面上运动，还有不计阻力的抛体运动，机械能一定守恒；碰撞过程、子弹打击木块、不受其他外力作用的两物体相互作用问题，一般考虑用动量守恒定律分析，但机械能往往不守恒.

(3) 如含摩擦生热问题，则考虑用能量守恒定律分析.

(4) 由弹簧相连的物体与弹簧组成的系统具有最大弹性势能时，系统各部分具有共同速度，其最大弹性势能可用能量守恒定律分析计算.

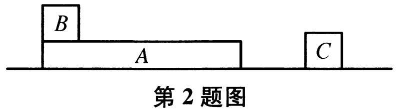
变式训练

1. 如图所示，在光滑水平面的左侧固定一竖直挡板，A 球在水平面上静止放置，B 球向左运动与 A 球发生正碰，B 球碰撞前、后的速率之比为 3∶1，A 球垂直撞向挡板，碰后原速率返回，两球刚好不发生第二次碰撞，A、B 两球的质量之比是多少？A、B 碰撞前后两球的总动能之比又是多少？



第 1 题图

2. 如图所示，光滑水平轨道上放置长木板 A(上表面粗糙)和滑块 C，滑块 B 置于 A 的左端，三者质量分别为 $m_A = 2\ \text{kg}$，$m_B = 1\ \text{kg}$，$m_C = 2\ \text{kg}$. 开始时 C 静止，A、B 一起以 $v_0 = 5\ \text{m/s}$ 的速度匀速向右运动，A 与 C 发生碰撞(时间极短)后 C 向右运动，经过一段时间，A、B 再次达到共同速度一起向右运动，且恰好不再与 C 碰撞. 求 A 与 C 发生碰撞后瞬间 A 的速度大小.

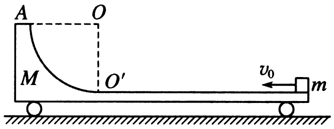


第 2 题图

3. 如图所示，光滑水平面上有一质量 $M=4.0\ \text{kg}$ 的平板车，车的上表面有一段长 $L=1.5\ \text{m}$ 的粗糙水平轨道，水平轨道左侧是一半径 $R=0.25\ \text{m}$ 的四分之一光滑圆弧轨道，圆弧轨道与水平轨道在点 O' 处相切. 现将一质量 $m=1.0\ \text{kg}$ 的小物块(可视为质点)从平板车的右端以水平向左的初速度 v_0 滑上平板车，小物块与水平轨道间的动摩擦因数 $\mu=0.5$，小物块恰能到达圆弧轨道的最高点 A. 取 $g=10\ \text{m/s}^2$，求：

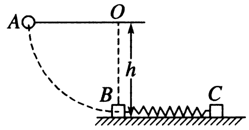
(1) 小物块滑上平板车的初速度 v_0 的大小；

(2) 小物块与车最终相对静止时，它距点 O' 的距离.



第 3 题图

4. 如图所示，小球 A 质量为 m，系在细线的一端，线的另一端固定在 O 点，O 点到光滑水平面的距离为 h. 物块 B 和 C 的质量分别是 $5m$ 和 $3m$，B 与 C 用轻弹簧拴接，置于光滑的水平面上，且 B 物块位于 O 点正下方. 现拉动小球使细线水平伸直，小球由静止释放，运动到最低点时与物块 B 发生正碰(碰撞时间极短)，反弹后上升到最高点时到水平面的距离为 $\frac{h}{16}$. 小球与物块均视为质点，不计空气阻力，重力加速度为 g. 求碰撞过程中 B 物块受到的冲量大小及碰后轻弹簧获得的最大弹性势能.

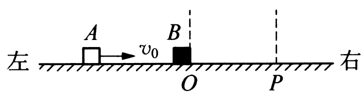


第 4 题图

5. 如图所示，水平地面上 OP 段是粗糙的，OP 长为 $L=1.6\ \text{m}$，滑块 A、B 与该段间的动摩擦因数均为 $\mu=0.5$，水平地面的其余部分是光滑的，滑块 B 静止在 O 点，其质量 $m_B=2\ \text{kg}$，滑块 A 在 O 点左侧以 $v_0=5\ \text{m/s}$ 的水平速度向右运动，并与 B 发生正碰，A 质量是 B 质量的 k(k 取正整数)倍，滑块均可视为质点. 取 $g=10\ \text{m/s}^2$.

(1) 若滑块 A 与 B 发生完全非弹簧碰撞，求 A、B 碰撞过程中损失的机械能.

(2) 若滑块 A 与 B 发生弹性碰撞，试讨论 k 在不同取值范围时，滑块 A 克服摩擦力所做的功.



第 5 题图

第二部分　电磁学综合

专题八　电场与磁场

电场与磁场的性质与描述是电磁学的基本内容. 热门考点有：电场的分布与电场强度的叠加问题；电场线（或等势线）与带电粒子运动轨迹的综合问题；电场力做功与电势能变化问题；磁感线与磁感应强度叠加的问题；安培力作用下导体的平衡与运动问题；洛伦兹力作用下运动电荷的轨迹问题.

入门导学

难点解读——

一、静电场

1. 电场的性质及描述

(1) 电场力的性质.

涉及的物理量是电场力、电场强度. 相关公式有：$F=k\frac{Q_1Q_2}{r^2}$（适用于点电荷），$E=\frac{F}{q}$（适用于一切电场），$E=k\frac{Q_1Q_2}{r}$（适用于点电荷电场），$E=\frac{U}{d}$（适用于匀强电场）. 注意区分场源电荷 Q 和检验电荷 q，电场强度 E 与场源电荷 Q 有关，与检验电荷 q 无关.

(2) 电场能的性质.

涉及的物理量是电势、电势差、电势能、电势能变化量、电功等. 相关公式有：

① 电场力做功：$W_{AB}=qU_{AB}$，$W_{AB}=-\Delta E_p=E_{pA}-E_{pB}$，$W=qEd$（只适用于匀强电场，其中 d 为沿电场线方向的距离）. 注意电场是有势场，电场力做功会引起相应的电势能变化，电场力做功只与初末位置有关，与路径无关.

② 电势与电势能：$\varphi=\frac{E_p}{q}$（定义式），注意电势与电势能具有相对性，与零势面选取有关.

③ 电势差：$U_{AB}=\varphi_A-\varphi_B$，$U=Ed$（适用于匀强电场），注意电势差与零势面选取无关.

(3) 电场线与等势线：电场线是一组假想的线，从正电荷出发，终止于负电荷（或无穷远处），或来自于无穷远处终止于负电荷. 电场线不封闭、不相交、不相切，切线方向为场强方向，电场线密处场强大，顺着电场线电势越来越低，电场线与等势线垂直. 静电平衡的导体，其电场线垂直于导体表面.

(4) 电场的叠加：多个电荷在空间某处产生的电场强度为各个电荷单独在该处所产生的电场强度的矢量和，遵循矢量运算法则——平行四边形定则.

(5) 非点电荷的电场强度的求解方法：在求解如带电圆环、带电平面等特殊带电体的电场强度时，可转换思维，灵活运用补偿法、对称法、等效法等巧妙方法，从而化难为易.

2. 电容器

(1) 电容：$C=\frac{Q}{U}$（定义式），$C=\frac{\varepsilon S}{4\pi kd}$（决定式，适用于平行板电容器）.

(2) 平行板电容器的动态分析思路：先确定是 Q 不变（充电后与电源断开）还是 U 不变（始终与电源连接），再用 $C=\frac{\varepsilon S}{4\pi kd}$ 判定电容的变化，然后由 $C=\frac{Q}{U}$ 判定 Q 或 U 的变化，由 $E=\frac{U}{d}$ 判定两板间电场强度的变化（两板间电场一般视为匀强电场）. 插入电介质一般指介电常数 ε 增大，

插入金属板相当于减少了板间距 d.

3. 与静电场有关的图象问题

涉及的图象主要有 $v-t$ 图，$\varphi-x$ 图，$E-x$ 图.

(1) 根据 $v-t$ 图的速度变化和斜率(即加速度)变化，确定电荷所受电场力的方向和大小变化，进而确定电场强度的方向、电势高低以及电势能的变化.

(2) $\varphi-x$ 图象的斜率大小等于电场强度大小. 利用 $\varphi-x$ 图象可直接判定各点电势大小，并可根据电势大小关系确定电场强度方向. 若已知电荷电性，还可判定电荷移动时的电势能变化.

(3) $E-x$ 图反映了电场强度随位移变化的规律. 图象与 x 轴围成的"面积"大小表示电势差大小，两点间电势高低由电场方向判定.

二、磁场

1. 磁场的性质与描述

(1) 磁场是存在于磁体和电流周围的一种特殊物质. 磁场最基本的性质是对处于其中的磁体、电流和运动电荷有力的作用. 描述磁场的主要物理量是磁感应强度 B. 涉及的主要公式有：①$B=\frac{F}{IL}$(比值定义式)，②$F=BIL\sin\theta$(安培力大小，适用于匀强磁场)，③$F=qvB\sin\theta$(洛伦兹力大小，适用于匀强磁场)，④$B=\frac{\Phi}{S}$(B 又称磁通密度).

(2) 描述磁场的磁感线与电场线相似，不同之处是磁感线为封闭的曲线.

(3) 安培定则和左手定则：前者用于判定通电导体的磁场方向，后者用于判定电流和运动电荷的受力方向，应注意区别.

(4) 磁场的叠加：与电场叠加相似，磁感应强度的叠加等于各场源单独存在时在该处的磁感应强度的矢量和.

2. 安培力作用下导体的运动方向的判定

(1) 电流元法：即把整段电流等效为很多段直线电流元，先用左手定则判断出每小段电流元受安培力方向，从而判断出整段电流所受合力方向，最后确定运动方向.

(2) 特殊值分析法：把电流或磁铁转到一个便于分析的特殊位置后再判断所受安培力方向，从而确定运动方向.

(3) 等效法：环形电流和通电螺线管都可以等效成条形磁铁，条形磁铁也可等效成环形电流或通电螺线管. 通电螺线管也可以等效成很多匝的环形电流来分析.

(4) 利用已知的一些相关结论法：两电流相互平行时无转动趋势，方向相同时相互吸引，方向相反时相互排斥；两电流不平行时有转动到平行且方向相同的趋势.

(5) 转换研究对象法：通电导线之间、导线与磁体之间的相互作用满足牛顿第三定律，定性分析磁体(如条形磁铁)在电流产生的磁场中受力与运动的情况时，可先分析电流在磁体的磁场中所受的安培力，然后根据牛顿第三定律确定磁体所受电流产生的磁场的作用力方向，从而确定磁体所受合力及运动方向.

3. 求解通电导体在磁场中的动力学问题的一般方法

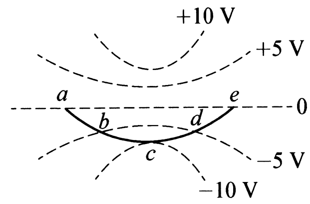
(1) 选定研究对象.

(2) 变三维立体图为二维截面图，画出平面受力分析图，判断安培力的方向时切忌跟着感觉走，要用左手定则来判断，注意 $F_{安}\perp B$、$F_{安}\perp I$.

(3) 把电磁学问题转化为动力学问题，根据力的平衡条件、牛顿第二定律或动量、能量的观点列方程式进行分析求解.

零点突破——

例 1 两个固定的等量异种点电荷所形成电场的等势面如图中虚线所示，一带电粒子以某一速度从图中 a 点进入电场，其运动轨迹如图中实线 $abcde$ 所示，若粒子只受静电力作用，则下列关于带电粒子的判断中正确的是(　　).



例 1 题图

A. 带正电

B. 速度先变大后变小

C. 电势能先变大后变小

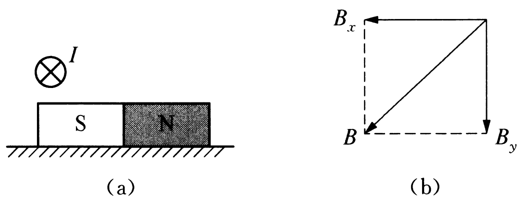
D. 经过 b 点和 d 点时的速度大小相同

分析 利用电场线与等势线垂直的特点及曲线运动的条件，判定粒子的电性及在 a、b、c、d 各处所受的电场力方向，根据电场力与速度的夹角大小判定电场力做功的性质，从而判定速度的增减和电势能的增减. 利用等量异种点电荷电场分布的对称性可知 b、d 为等势点.

解答 根据粒子的运动轨迹及电场线分布可知，粒子带负电，选项 A 错误；粒子从 a 到 c 到 e 的过程中电场力先做负功后做正功，速度先减后增，电势能先增大后减小；选项 B 错误，C 正确；因为 b、d 两点在同一等势面上，所以在 b、d 两点的电势能相同，所以经过 b 点和 d 点时的速度大小相同，选项 D 正确. 故选 CD.

答案 CD.

例 2 如图(a)所示，一条形磁铁放在水平桌面上，在其左上方固定一根与磁铁垂直的长直导线，当导线通以如图所示方向电流时，(　　).



例 2 题图

A. 磁铁对桌面的压力减小，且受到向左的摩擦力作用

B. 磁铁对桌面的压力减小，且受到向右的摩擦力作用

C. 磁铁对桌面的压力增大，且受到向左的摩擦力作用

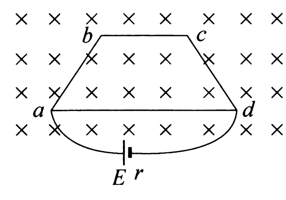
D. 磁铁对桌面的压力增大，且受到向右的摩擦力作用

分析 采用转换研究对象法. 先分析通电导线受到的安培力方向，再分析磁铁的受力情况.

解答 导线所在处磁场的方向沿磁感线的切线方向斜向下，对其沿水平和竖直方向分解，如图(b)所示，对导线：B_x 产生的效果是磁场力方向竖直向上. B_y 产生的效果是磁场力方向水平向左. 根据牛顿第三定律，导线对磁铁有竖直向下的作用力，因而磁铁对桌面压力增大；导线对磁铁还有水平向右的作用力，因而磁铁有向右的运动趋势，这样磁铁与桌面间便产生了摩擦力，桌面对磁铁的摩擦力沿水平方向向左，故选 C.

答案 C.

例 3 如图所示，用粗细均匀的电阻丝折成平面梯形框架，ab、cd 边均与 ad 边成 60°角，$ab = bc = cd = L$，长度为 L 的电阻丝电阻为 r，框架与一电动势为 E，内阻为 r 的电源相连接，垂直于框架平面有磁感应强度为 B 的匀强磁场，则框架受到的安培力的合力大小为(　　).



例 3 题图

A. 0　　　B. $\frac{5BEL}{11r}$　　　C. $\frac{10BEL}{11r}$　　　D. $\frac{BEL}{r}$

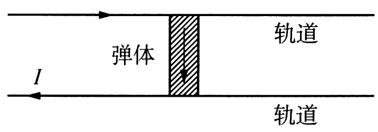
分析　梯形框架 $abcd$ 受到的安培力合力等效于 ad 边通以与流过框架总电流相等的电流时受到的安培力.

解答　电路总电阻 $R=\frac{3r\cdot 2r}{3r+2r}+r=\frac{11}{5}r$，总电流 $I=\frac{E}{R}=\frac{5E}{11r}$，梯形框架受到的安培力等效为 I 通过 ad 边时受到的安培力. 故 $F=BIL_{ad}=BI\cdot 2L=\frac{10BEL}{11r}$. 故选 C.

答案　C.

探究提升——

例 4　如图所示为电磁轨道炮的工作原理图. 待发射弹体与轨道保持良好接触，并可在两平行轨道之间无摩擦滑动. 电流从一条轨道流入，通过弹体流回另一条轨道. 轨道电流在弹体处形成垂直于轨道平面的磁场(可视为匀强磁场)，磁感应强度的大小与电流强度 I 成正比. 弹体在安培力的作用下滑行 L 后离开轨道. 则(　　).



例 4 题图

A. 弹体向左高速射出

B. I 为原来 2 倍，弹体射出的速度也为原来 2 倍

C. 弹体的质量为原来 2 倍，射出的速度也为原来 2 倍

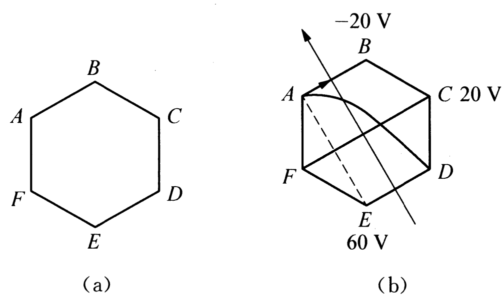
D. L 为原来 4 倍，弹体射出的速度为原来 2 倍

分析　先根据安培定则判定弹体处磁场方向. 由左手定则判定弹体所受安培力方向. 由动能定理求解弹体射出时的速度.

解答　由安培定则和左手定则可判定安培力向右，A 选项错误. 设 $B=kI$，轨道之间距离 d，则发射过程中，安培力 $F=BId$，安培力做功 $W=FL=kI^2dL$，由动能定理 $kI^2dL=\frac{1}{2}mv^2$，解得弹体的出射速度 $v=\sqrt{\frac{2kI^2dL}{m}}$. 若将电流 I 增加到原来的 2 倍，或将轨道长度 L 变为原来的 4 倍，其他量不变，则弹体射出的速度为原来 2 倍. 若弹体质量为原来 2 倍，射出的速度则为原来 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍，C 错误. 故选 BD.

答案　BD.

例 5　如图(a)所示，匀强电场中有六个点 A、B、C、D、E、F 正好位于一正六边形的六个顶点处，六边形边长为 0.1 m，所在平面与电场方向平行. 点 B、C、E 的电势分别为 -20 V、20 V 和 60 V. 一带电粒子从 A 点以某一速度沿 AB 方向射出后，经 1×10^{-6} s 到达 D 点. 不计粒子重力，则下列判断中正确的是(　　).



例 5 题图

A. 粒子带负电

B. D 点的电势是 60 V

C. 粒子在 A 点射出时的速度为 5×10^5 m/s

D. 粒子的比荷为 7.5×10^8 C/kg

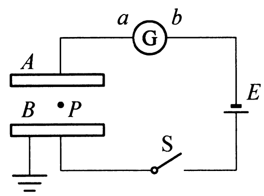
分析 根据匀强电场中沿任意方向相同距离的两点间电势差相等，可求出 F 点的电势为 20 V，确定 FC 是一条等势线，利用电场线与等势线垂直的特点确定电场方向，进而判定粒子的电性，并由类平抛运动规律求解.

解答 根据匀强电场中沿任意方向上相同距离的两点电势差相等，有 $U_{BC}=U_{FE}$，即：$\varphi_B-\varphi_C=\varphi_F-\varphi_E$，由题知：$\varphi_B=-20$ V，$\varphi_C=20$ V，$\varphi_E=60$ V，可解得 F 点的电势为 $\varphi_F=20$ V，则 FC 连线是一条等势线，电场线垂直于 FC 连线向上，如图(b) 所示. 由题意，带电粒子所受的电场力垂直于 FC 向下，所以该粒子带负电，A 选项正确. 匀强电场中等势线平行，所以 ED 也是一条等势线，则 D 点的电势 $\varphi_D=\varphi_E=60$ V，B 选项正确. 粒子做类平抛运动，沿 AB 方向做匀速直线运动，则在 A 点射出时的速度为 $v=\frac{x}{t}=\frac{0.1}{1\times10^{-6}}=1\times10^5$ m/s，故 C 选项错误；根据类平抛运动规律，在 AE 方向上有：$\frac{1}{2}at^2=d$，$a=\frac{qU}{md}$，其中 $d=2\times0.1\times\cos30^\circ\ \text{m}=\frac{\sqrt{3}}{10}$ m，$U=U_{DB}=80$ V，$t=1\times10^{-6}$ s. 代入数据，解得：$\frac{q}{m}=7.5\times10^8$ C/kg. 故 D 正确. 故选 ABD.

答案 ABD.

点睛 解题关键是通过比较几个点的电势，找到一条等势线，即可确定匀强电场的方向，通过作一条适当的辅助线，利用 $E=\frac{U}{d}$ 计算场强大小，再结合类平抛运动规律解题.

例 6 如图所示，两块较大的金属板 A、B 平行放置并与一电源相连，S 闭合后，两板间有一质量为 m、带电量为 q 的油滴恰好在 P 点处于静止状态. 则下列说法中正确的是(　　).



例 6 题图

A. 在 S 仍闭合的情况下，若将 A 板向下平移一小段位移，则油滴向下加速运动，G 中有 $b\to a$ 的电流，P 点电势升高

B. 在 S 仍闭合的情况下，若将 A 板向右平移一小段位移，则油滴仍然静止，G 中有 $b\to a$ 的电流，P 点电势不变

C. 若将 S 断开，且将 A 板向左平移一小段位移，则油滴向下加速运动，G 中无电流，P 点电势升高

D. 若将 S 断开，再将 A 板向下平移一小段位移，则油滴向上加速运动，G 中无电流，P 点电势降低

分析 利用 $C=\frac{Q}{U}$(定义式)，$C=\frac{\varepsilon S}{4\pi kd}$(决定式) 和 $E=\frac{U}{d}$ 分析两板间场强变化，判定电路中是否有充放电电流及其方向. 根据电场的变化分析带电粒子的受力变化，从而判定粒子的运动性质. 由场强变化推出 P 点的电势升降.

解答 带电油滴静止，可知油滴带正电，且满足 $mg=qE=\frac{qU}{d}$. S 闭合，则 U 不变，若 A 板向下平移，则 d 减少，电容 C 将增大，根据 $Q=CU$，电量 Q 增大，根据 $F=qE=\frac{qU}{d}$，场强 E 和电场力 F 都将增大，油滴向上做匀加速运动，电容器充电，电流方向为 a 到 b，A 选项错误；同理，若 S 闭合，A 板右移，S 减小，电容器电容减小，Q 减小，电容器放电，此时电流方向为 b 到 a，由于 d 不变，

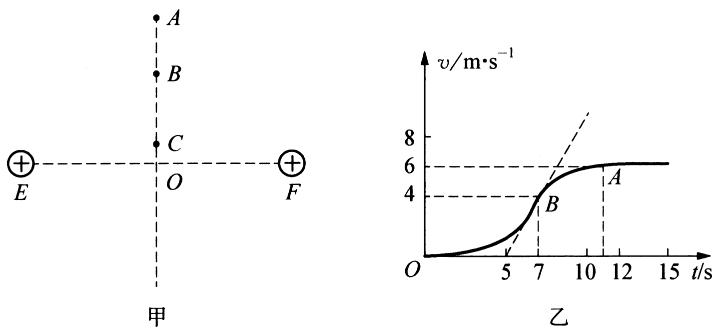
则 E 不变，所以油滴仍然静止，即B选项正确；若S断开，Q 不变，G中无电流，油滴仍静止，A 板向左平移，C 减少，U 增加，E 增加，P 与 B 板间距不变，则 U_{BP} 增加，P 点电势降低，C选项错误；若S断开，A 板下移，则 Q 不变，油滴仍静止，G中无电流，d 减小，$E=\frac{U}{d}=\frac{U}{Cd}=\frac{4\pi kQ}{\varepsilon S}$，两板间电场强度 E 不变，U_{PB} 不变，P 点电势不变，D选项错误. 故选B.

答案 B.

点睛 本题考查电容器电路的动态分析及带电粒子在复合场中的运动问题. 熟练应用关于电容的两个公式以及匀强电场的场强与电势差的关系式是解题的关键.

压轴精炼——

例7 两个等量正点电荷固定于光滑水平面上，其连线的中垂线上有 A、B、C 三点，如图甲所示. 一个电荷量为 2×10^{-3} C、质量为 1 kg 的小物块从该水平面内的 C 点静止释放，其运动的 v-t 图象如图乙所示，其中 B 点处为整条图线切线斜率最大的位置(图中标出了该切线). 则下列说法中正确的是(　　).



例7题图

A. B 为中垂线上电场强度最大的点，其电场强度 $E=1\times10^3$ V/m

B. 由 C 到 A 的过程中，物块的电势能先减小后变大

C. 由 C 到 A 的过程中，电势逐渐升高

D. A、B 两点电势差 $U_{AB}=-5\times10^3$ V

分析 根据电场叠加原理，两个等量同种电荷的连线的中垂线上，其场强方向沿中垂线，中点 O 处场强最小为零，场强最大处在 O 点两侧的对称点上.

解答 B 点处为整条图线切线斜率最大的位置，所以 B 点的加速度最大，电场力最大，由图可知加速度 $a=2\ \text{m/s}^2$，由牛顿第二定律 $a=\frac{qE}{m}$ 得：$E=\frac{ma}{q}=1\times10^3$ V/m，选项A正确；由 C 到 A 的过程中，速度增大，动能增加，电场力做正功，电势能先减小，选项B错误；E、F 为两个等量的正点电荷，其连线中垂线上电场强度方向 $O\to A$，由 C 到 A 的过程中，电势逐渐降低，选项C错误；A、B 两点电势差 $U_{AB}=\frac{W_{AB}}{q}$，由动能定理：$W_{AB}=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2$，所以，$U_{AB}=-5\times10^3$ V，选项D正确. 故选AD.

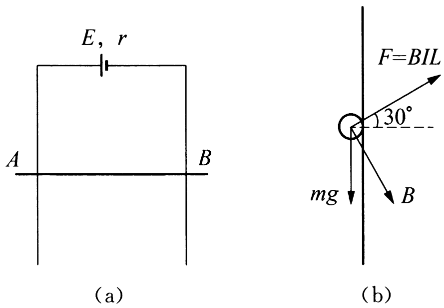
答案 AD.

点睛 本题考点有：电场线；牛顿第二定律；电场强度；功能关系. 正确读取 v-t 图象的信息是解题关键.

例8 如图(a)所示，电源电动势 $E=2$ V，内阻 $r=0.5\ \Omega$，竖直导轨电阻可忽略，金属棒的质

量 $m=0.1\,\text{kg}$，金属棒的电阻 $R=0.5\,\Omega$，它与轨道间的动摩擦因数 $\mu=0.4$，有效长度为 0.2 m，靠在导轨的外面，为使棒静止不动，我们施一与纸面夹角为 30°，且与金属棒垂直的向里的匀强磁场，取 $g=10\,\text{m/s}^2$，求：

(1) 此磁场的方向. (2) 磁场的磁感应强度 B 的取值范围.



例 8 题图

分析 (1) 从侧面画出金属棒的二维平面受力图，根据平衡条件判定磁场方向.

(2) 考虑静摩擦力方向的两种可能和大小的范围，列出平衡方程计算磁感应强度的最值，再求其取值范围.

解答 从右侧向左侧看的剖面图如图(b)示. 磁感应强度只可能是如图所示的方向，才可能维持金属棒静止不动，金属棒可能有下滑趋势，也可能有上滑趋势，不妨考虑两种极端情况. 情况一为金属棒刚好不下滑，有：$\mu BIL\cos 30°+BIL\sin 30°=mg$，解得 $B=2.95\,\text{T}$；情况二为金属棒刚好不上滑，有：$BIL\sin 30°=mg+\mu BIL\cos 30°$，解得 $B=16.3\,\text{T}$. 所以所加磁场必满足：$2.95\,\text{T}\leqslant B\leqslant 16.3\,\text{T}$.

答案 (1) 与竖直导轨成 30°角斜向下；(2) $2.95\,\text{T}\leqslant B\leqslant 16.3\,\text{T}$.

画龙点睛

1. 学习静电场的科学方法

(1) 建立理想化模型的方法：点电荷、电场线、等势面等都是从理想化模型中抽象而得到的.

(2) 比值定义法：如对电场强度、电势的定义. 注意区分定义式 $\left(如\ E=\dfrac{F}{q}\right)$ 和大小决定式 $\left(如\ E=k\dfrac{Q^2}{r},\ E=\dfrac{U}{d}\right)$.

(3) 类比的方法：电场与重力场有许多相似之处，有许多概念都能对应起来，可以类比.

(4) 等效法：如电场的叠加可等效为电场强度的叠加，遵循等效替代原则(即平行四边形定则).

2. 通电导体在磁场、重力场中的平衡与加速运动问题的处理方法和力学问题一样，无非是多了一个安培力. 一般也是先根据立体图画出侧视截面图，将抽象的空间受力分析转移到纸面上进行，通常是画出与导体棒垂直的平面视图，将题中的角度、电流的方向、磁场的方向标注在图上，然后进行安培力的大小和方向的确定，再根据共点力平衡的条件列出平衡方程求解或根据牛顿运动定律列方程求解.

3. 对于通电导体在磁场中的平衡问题，若有静摩擦力存在，要分析静摩擦力大小、方向随安培力变化而变化的特点，并能从动态分析中找出静摩擦力变化的临界点(如：最大值、零值、方向变化的点).

变式训练

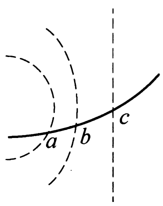
1. 如图所示，虚线表示某电场中的三个等势面，相邻等势面间的电势差相等．一重力不计、带负电的粒子从左侧射入电场，运动轨迹与三个等势面分别交于 a、b、c 三点，则(　　).

A．a 点的电势比 b 点的电势高

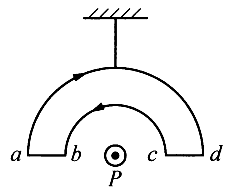
B．粒子在 c 点时的加速度为零

C．粒子从 a 到 c 电势能不断增加

D．粒子从 a 到 b 电场力所做的功小于从 b 到 c 电场力所做的功



第 1 题图



第 2 题图

2. 如图所示，用绝缘细线悬挂一个导线框，导线框是由两同心半圆弧导线和直导线 ab、cd(ab、cd 在同一条水平直线上)连接而成的闭合回路，导线框中通有图示方向的电流，处于静止状态．在半圆弧导线的圆心处沿垂直于导线框平面的方向放置一根长直导线 P．当 P 中通以方向向外的电流时(　　).

A．导线框将向左摆动

B．导线框将向右摆动

C．从上往下看，导线框将顺时针转动

D．从上往下看，导线框将逆时针转动

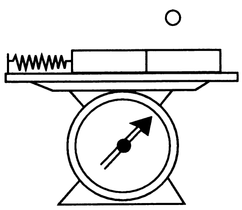
3. (多选)如图所示，台秤上放一光滑平板，其左边固定一挡板，一轻质弹簧将挡板和一条形磁铁连接起来，此时台秤有一定的读数．现在磁铁上方中心偏右位置固定一通电导线，当通以一定的电流后，台秤的示数增加，同时弹簧缩短(弹簧始终处于弹性限度内)，则下列说法中正确的是(　　).

A．磁铁右端为 N 极，左端为 S 极，导线中的电流方向垂直纸面向里

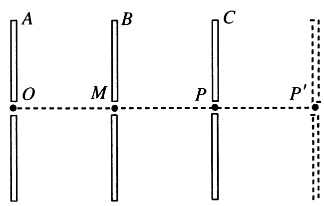
B．磁铁右端为 N 极，左端为 S 极，导线中的电流方向垂直纸面向外

C．磁铁右端为 S 极，左端为 N 极，导线中的电流方向垂直纸面向里

D．磁铁右端为 S 极，左端为 N 极，导线中的电流方向垂直纸面向外



第 3 题图



第 4 题图

4. 如图所示，三块平行放置的带电金属薄板 A、B、C 中央各有一小孔，小孔分别位于 O、M、P 点．由 O 点静止释放的电子恰好能运动到 P 点．现将 C 板向右平移到 P'点，则由 O 点静止释放的电子(　　).

A．运动到 P 点返回

B．运动到 P 和 P'点之间返回

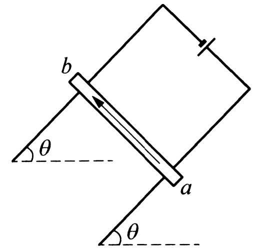
C．运动到 P'点返回

D．穿过 P'点

5. 如图所示，通电直导线 ab 质量为 m、长为 L，水平地放置在倾角为 θ 的光滑斜面上，通过图示方向的电流，电流强度为 I，要求导线 ab 静止在斜面上.

(1) 若磁场的方向竖直向上，则磁感应强度为多大？

(2) 若要求磁感应强度最小，则磁感应强度如何？



第 5 题图

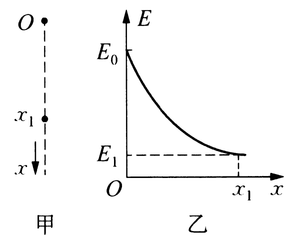
6. 某空间区域的竖直平面内存在电场，其中竖直的一条电场线如图甲中虚线所示. 一个质量为 m、电荷量为 q 的带正电小球，在电场中从 O 点由静止开始沿电场线竖直向下运动. 以 O 为坐标原点，取竖直向下为 x 轴的正方向，小球的机械能 E 与位移 x 的关系如图乙所示，不计空气阻力. 则(　　).

A. 电场强度大小恒定，方向沿 x 轴负方向

B. 从 O 到 x_1 的过程中，小球的速率越来越大，加速度越来越小

C. 从 O 到 x_1 的过程中，相等的位移内，小球克服电场力做的功相等

D. 到达 x_1 位置时，小球速度的大小为 $\sqrt{\dfrac{2(E_1-E_0+mgx_1)}{m}}$



第 6 题图

专题九　恒定电流电路分析

本专题主要涉及电路的结构分析、两个欧姆定律的应用、电路的动态分析、含容电路的分析计算、电路的 $U-I$ 图象的应用、电路功率与效率的计算等等. 常见于选择题与计算题.

入门导学

难点解读——

1. 求解电路问题的基本方法：

① 要明确整个电路的结构特点，可通过对电路整理(画等效电路)达到目的，这里要注意变阻器、电键等元件有改变时电路结构及功能的变化.

② 分析在不同的具体问题中的已知量和待求量，找出解决问题的关键性物理量.

③ 利用有关的定律、关系求解. 如欧姆定律、串并联电路的比例关系、功率关系与能量关系等.

④ 除了用常规思路解题之外，有些问题用专门的方法可使这类问题解法简便. 例如，用等效电源法、电流电压法、寻找工作点法、图象分析法等等.

2. 直流电路的动态分析：

(1) 引起电路特性发生变化主要有三种情况：

① 滑动变阻器滑动片位置的改变，使电路中的电阻发生变化.

② 电键的闭合、断开或换向(双掷电键)使电路结构发生变化.

③ 非理想电表的接入使电路的结构发生变化.

(2) 进行动态分析的常见思路:

由部分电阻变化推断外电路总电阻($R_{外}$)的变化,再由全电路欧姆定律 $I_{总}=\dfrac{E}{R_{外}+r}$ 讨论干路电流 $I_{总}$ 的变化,最后再根据具体情况分别确定各元件上其他量的变化情况.

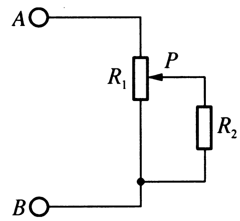
(3) 分析方法:

① 程序法:基本思路是"部分→整体→部分". 即从阻值的变化入手,由串并联电路规律判知 $R_{总}$ 的变化情况,再由欧姆定律判知 $I_{总}$ 和 $U_{端}$ 的变化情况,最后由部分电路欧姆定律及串联分压、并联分流等规律判知各部分的变化情况. $R_{分}\to R_{总}\to I_{总}\to U_{端}\to\begin{cases}I_{分}\\U_{分}\end{cases}$.

② 结论法——"并同串反"

"并同":是指某一电阻增大时,与它并联或间接并联的电阻中的电流、两端电压、电功率都将增大;反之,某一电阻减小时,与它并联或间接并联的电阻中的电流、两端电压、电功率都将减小.

"串反":是指某一电阻增大时,与它串联或间接串联的电阻中的电流、两端电压、电功率都将减小;某一电阻减小时,与它串联或间接串联的电阻中的电流、两端电压、电功率将增大.



③ 特殊值法与极限法:即因滑动变阻器滑片滑动引起电路变化的问题,如图所示,可将变阻器的滑动端分别滑至两个极端去讨论. 一般用于滑动变阻器两部分在电路中都有电流时的讨论.

3. 稳态、动态含容电路的分析与计算:

电容器是一个储存电能的元件. 在直流电路中,当电容器充、放电时,电路里有充、放电电流,一旦电路达到稳定状态,电容器在电路中就相当于一个阻值无限大的元件,电容器所在的电路可看作是断路,简化电路时可去掉它. 简化后若要求电容器所带的电荷量时,可在相应的位置补上. 分析和计算时,需注意以下几点:

(1) 电路稳定后,由于电容器所在支路无电流通过,所以在此支路中的电阻无电压降,因此电容器两极间的电压就等于该支路两端的电压.

(2) 当电容器和电阻并联后接入电路时,电容器两极间的电压与其并联电阻两端的电压相等.

(3) 电路中的电流、电压变化时,将会引起电容器的充(放)电. 如果电容器两端电压升高,电容器将充电;如果电压降低,电容器将通过与它并联的电路放电.

求解的基本方法:

① 在分析电路的特点时,把电容器支路看成断路. 即去掉该支路.

② 凡是与电容器串联的电阻均用导线代替.

③ 电容器两端的电势差与并联的电阻两端的电压相等.

4. 电路的功率与效率的分析计算:

(1) 功率:

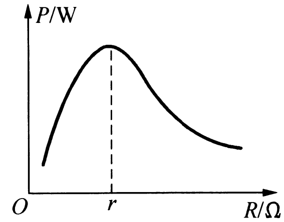
① 额定功率与实际功率:$P_{实}=\left(\dfrac{U_{实}}{U_{额}}\right)^2P_{额}$($R$ 一定时).

② 总功率与有用功率:$P_{总}=EI$,$P_{有用}=UI$.

③ 非纯电阻电路的功率:$P_{总}=P_{热}+P_{其他}$.

(2) 电源的效率:

① $\eta=\dfrac{P_{有用}}{P_{总}}\times100\%=\dfrac{R}{R+r}\times100\%$.



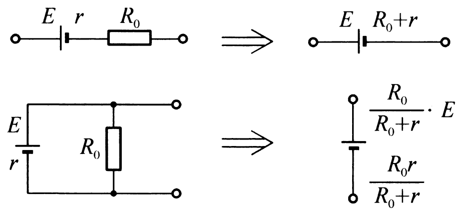
② $P_{出}$ 与外电阻 R 的图象关系如图. 当 $R=r$ 时，电源有最大输出功率，但此时电源的效率为 50%.

5. 应用“等效电源法”解决电路问题：

(1) 把电源与部分电路组成的含源部分电路视为对电路中其他部分供应电能的“等效电源”，再以这个“等效电源”为电源对电路进行分析、计算，常可达到简化的目的. 这种方法，就是等效电源法.

(2) 根据“当外电路断开时，端电压等于电源电动势”这一特点，可方便求出“等效电源”的电动势，而“等效电源”的内阻，应是这段含源电路的总电阻，这就是计算等效电源的电动势和内阻的方法.

(3) 由以上原则可知，如图所示，当电源与电阻 R_0 串成一“电源”时，等效电动势即为原电动势：$E'=E$，而等效内阻则应为：$r'=r+R_0$；当电源与电阻 R_0 并联成一“电源”时，有：$E'=\frac{R_0}{R_0+r}E$，而等效内阻 $r'=\frac{R_0 r}{R_0+r}$.



若电源与电阻组成串并联组合的“电源”时，可综合应用上述方法以确定 E' 和 r'. 以下是应用“等效电源法”解题的两种方法：

① 计算电路中某一电阻支路上的电压、电流、功率时，可以把该电阻支路视为外电路，其余部分视为“电源”可使问题很方便得到答案.

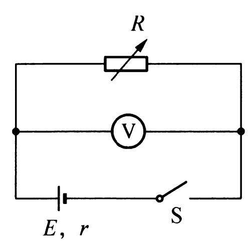
② 利用“等效电源法”进行某些“动态”电路分析时，把要研究的电压、电流变化的支路与发生变化的电阻视为外电阻，其余视为电源，也能很快求出结果. 注意，可变电阻不能归入等效电源内.

零点突破——

例 1 如图所示，R 为电阻箱，Ⓥ 为理想电压表. 当电阻箱读数为 $R_1=2\ \Omega$ 时，电压表读数为 $U_1=4$ V；当电阻箱读数为 $R_2=5\ \Omega$ 时，电压表读数为 $U_2=5$ V. 求：

(1) 电源的电动势 E 和内阻 r；

(2) 当电阻箱 R 读数为多少时，电源的输出功率最大；最大值 P_m 为多少.



例 1 题图

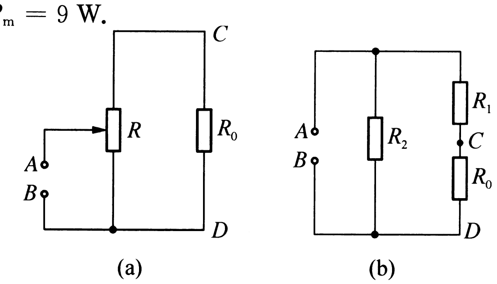
分析 利用闭合电路欧姆定律计算电动势和内阻，利用电功率公式结合数学配方法计算最大功率.

解答 (1) 由闭合电路欧姆定律：$E=U_1+\frac{U_1}{R_1}r$，$E=U_2+\frac{U_2}{R_2}r$，联立上式并代入数据解得：$E=6$ V，$r=1\ \Omega$；

(2) 由电功率表达式：$P=\frac{E^2}{(R+r)^2}R$，将上式变形为：$P=\frac{E^2}{\frac{(R-r)^2}{R}+4r}$，由上式可知 $R=r=1\ \Omega$ 时，P 有最大值：$P_m=\frac{E^2}{4r}=9$ W.

答案 (1) $E=6\ \text{V}$，$r=1\ \Omega$；(2) $R=1\ \Omega$，$P_m=9\ \text{W}$.

例 2 如图(a)所示，AB 两端接直流稳压电源，$U_{AB}=100\ \text{V}$，$R_0=40\ \Omega$，滑动变阻器总电阻 $R=20\ \Omega$，当滑动片处于变阻器中点时，C、D 两端电压 U_{CD} 为 ________V，通过电阻 R_0 的电流为 ________A.



例 2 题图

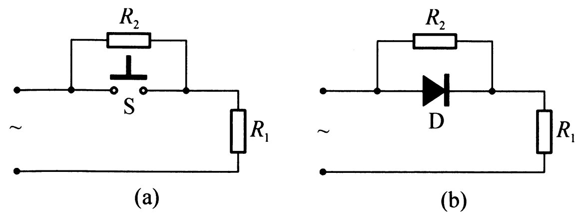
分析 首先对电路进行简化. 利用串、并联电路特点以及欧姆定律进行计算.

解答 当滑动片处于变阻器中点时，可以将变阻器分成两个电阻，$R_1=R_2=\dfrac{R}{2}=10\ \Omega$，电路如图(b)所示，则 R_1 与 R_0 串联，再与 R_2 并联. 根据部分电路欧姆定律，有 $U_{AB}=I(R_1+R_0)$，$U_{CD}=IR_0$，代入数据可得，$I=2\ \text{A}$，$U_{CD}=80\ \text{V}$.

答案 80，2.

点睛 根据电路特点正确画出等效电路图，不要误认为整个电路为串联关系.

例 3 电热毯、电饭锅等是人们常用的电热式家用电器，他们一般都具有加热和保温功能，其工作原理大致相同. 图(a)为某种电热式电器的简化电路图，主要元件有电阻丝 R_1、R_2 和自动开关 S.



例 3 题图

(1) 当自动开关 S 闭合和断开时，用电器分别处于什么状态；

(2) 用电器由照明电路供电，$U=220\ \text{V}$，设加热时用电器的电功率为 400 W，保温时用电器的电动功率为 40 W，则 R_1 和 R_2 分别为多大；

(3) 若将图(a)中的自动开关 S 换成理想的晶体二极管 D，如图(b)所示，其他条件不变，求该用电器工作 1 小时消耗的电能.

分析 利用电功、电功率的公式求解电阻. 注意二极管的单向导电性，求解消耗电能时不要按总时间 1 h 进行计算.

解答 (1) S 闭合，处于加热状态，S 断开，处于保温状态.

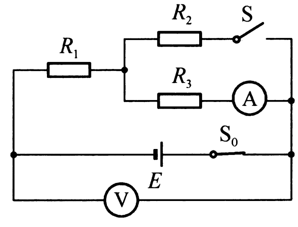
(2) 由功率公式得：$P_1=\dfrac{U^2}{R}$，$P_2=\dfrac{U^2}{R_1+R_2}$，联立以上两式得 $R_1=121\ \Omega$，$R_2=1089\ \Omega$.

(3) $W=P_1\dfrac{t}{2}+P_2\dfrac{t}{2}=0.22\ \text{kWh}$(或 $7.92\times10^5\ \text{J}$).

答案 (1)保温；(2) $R_1=121\ \Omega$，$R_2=1089\ \Omega$；(3) 0.22 kWh 或 $7.92\times10^5\ \text{J}$.

探究提升

例 4 如图所示，E 为内阻不能忽略的电池，R_1、R_2、R_3 为定值电阻，S_0、S 为开关，Ⓥ 与 Ⓐ 分别为电压表与电流表. 初始时 S_0 与 S 均闭合，现将 S 断开，则：(   ).



例 4 题图

A. Ⓥ 的读数变大，Ⓐ 的读数变小

B. Ⓥ 的读数变大，Ⓐ 的读数变大

C. Ⓥ 的读数变小，Ⓐ 的读数变小

D. Ⓥ 的读数变小，Ⓐ 的读数变大

分析 主要利用"程序法"进行电路动态分析.结合等效电源法分析部分电路.

解答 S断开，相当于 R_2 支路电阻变大，总电阻变大，故总电流减小，路端电压增大，Ⓥ 的读数变大，把 R_1 归为电源内阻，则 R_3 中的电压也增大(相当于电源路端电压)，R_3 中的电流也增大.故 Ⓐ 的读数变大.故选 B.

答案 B.

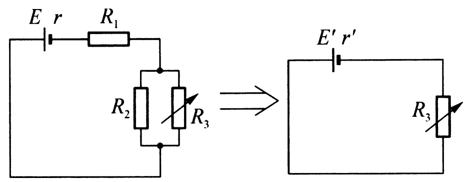
例5 如图所示电路中 $r < R_1$，当可变电阻 R_3 的阻值增大时，下列说法中正确的是(　　).

A. 电阻 R_1 两端的电压减小

B. 电源输出功率增大

C. 电阻 R_3 消耗的功率减小

D. 通过电阻 R_3 的电流不变



例5题图

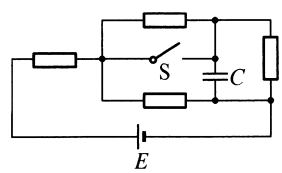
分析 (1)先用"程序法"分析电路中电压、电流的变化，判定AD选项的正误；(2)根据输出功率与外电阻关系判定B选项的正误；(3)利用等效电源法判定C选项正误.

解答 可以将 R_1、R_2 等效为电源电阻，等效图如图所示.根据电源输出功率与外电阻的关系可知，若 $R_3 < r'$，当 R_3 增大时，R_3 消耗的功率增大；若 $R_3 > r'$，当 R_3 增大时，R_3 消耗的功率减小，即 R_3 的功率可能变大，也可能变小，C错误；R_3 增大则总电阻增大.总电流减小，R_1 两端电压减小，A对；由 $U_{R_2} = E - I_{总(R_1+r)}$ 知 U_{R_2} 增大，故 I_{R_2} 增大，通过 R_3 的电流减小，D错误；由 $R_1 > r$ 知 $R_外 > r$，当 R_3 增大时，电源输出功率减小，B错误.故选 A.

答案 A.

压轴精练

例6 阻值相等的四个电阻，电容器 C 及电池 E(内阻可忽略)连接成如图所示电路.开关S断开且电流稳定时，C 所带的电荷量为 Q；闭合开关S，电流再次稳定后，C 所带的电荷量为 Q_2.Q_1 与 Q_2 的比值为(　　).



例6题图

A. $\frac{2}{5}$　　　　B. $\frac{1}{2}$

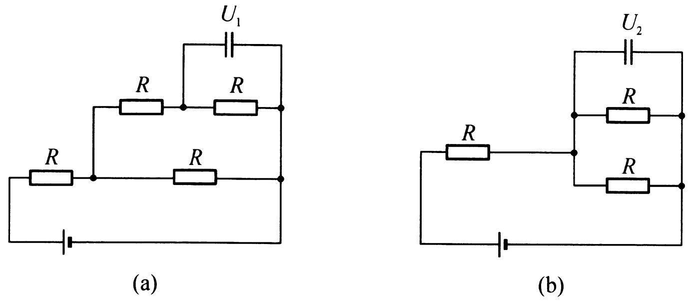
C. $\frac{3}{5}$　　　　D. $\frac{2}{3}$

分析 分别画出S断开时和S闭合时的等效电路，利用串并联电路特点计算电容器电压.根据电容器电容的定义式可求得 Q_1 与 Q_2 的比值.

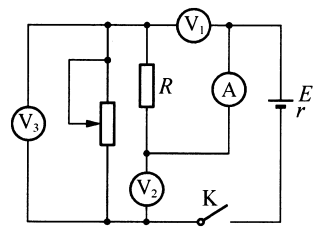
解答 由已知可得：$Q_1 = U_1C$，$Q_2 = U_2C$ 则 $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{U_1}{U_2}$.S断开时等效电路如图(a)所示.

$U_1 = \dfrac{\frac{R(R+R)}{(R+R)+R}}{R+\frac{R(R+R)}{(R+R)+R}} \cdot E \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5}E$，S闭合时等效电路如图(b)所示，$U_2 = \dfrac{\frac{R \cdot R}{R+R}}{R+\frac{R \cdot R}{R+R}}E = \frac{1}{3}E$，则 $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{3}{5}$.故选 C.

答案 C.



例 6 题图



例 7 题图

例 7　如图所示，电路中定值电阻阻值 R 大于电源内阻阻值 r. 将滑动变阻器滑片向下滑动，理想电压表 Ⓥ₁、Ⓥ₂、Ⓥ₃ 示数变化量的绝对值分别为 ΔU_1、ΔU_2、ΔU_3，理想电流表 Ⓐ 示数变化量的绝对值为 ΔI，则（　　）.

A. Ⓐ 的示数增大

B. Ⓥ₂ 的示数增大

C. ΔU_3 与 ΔI 的比值大于 r

D. ΔU_1 大于 ΔU_2

分析　这是一个电路动态变化的问题. 由于理想电压表视为断路，理想电流表视为短路，则定值电阻和滑动变阻器为串联关系，电路简化为串联电路. 电压表 Ⓥ₁ 测量定值电阻 R 的电压，电压表 Ⓥ₂ 测量定值电阻和滑动变阻器总电压即路端电压，电压表 Ⓥ₃ 测量滑动变阻器电压.

解答　滑动变阻器的滑片向下滑动，导致滑动变阻器阻值变小，将滑片向下滑动，电路中的总电阻减小，总电流增大，电流表的示数增大，A 正确；电源的内阻分压增大，所以路端电压减小，即 Ⓥ₂ 的示数减小，B 错误；电压表 Ⓥ₁ 测量的是定值电阻两端的电压，由于电流增大，定值电阻的分压增大，滑动变阻器两端的电压减少，设电流增加量为 ΔI，则由欧姆定律有：$\Delta U_1=\Delta I\cdot R$，$\Delta U_2=\Delta I\cdot r$，所以 $\Delta U_1>\Delta U_2$，所以 Ⓥ₁ 的示数变化大于 Ⓥ₂，D 正确；将定值电阻等效为电源的内阻，Ⓥ₃ 的示数变化 $\Delta U_3=\Delta I\cdot(R+r)$，故 $\frac{\Delta U_3}{\Delta I}=R+r>r$，C 正确. 故选 ACD.

答案　ACD.

画龙点睛

1. 解直流电路问题首先要弄清楚各部分电路元件的串并联关系，讨论复杂电路问题需画等效电路图.

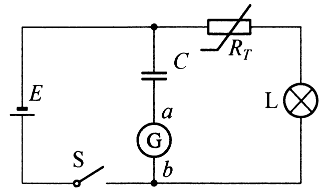
2. 掌握特殊电路元件（如电容器、二极管、电动机等）的不同特点，正确使用两个欧姆定律计算电路中的电流、电压和电功率. 对非纯电阻电路不能使用欧姆定律.

3. 计算外电路某可变电阻的最大电功率时一般可将其余定值电阻归入到“等效电源”的内阻，该电阻的电功率即变为“等效电源”的输出功率. 注意归入为“等效电源”内阻应是定值电阻而不是可变电阻.

4. 要注意区分$\frac{U}{I}$与$\frac{\Delta U}{\Delta I}$的不同物理意义.对定值电阻而言两者是相等的,对于可变电阻则不相等.

变式训练

1. (多选)如图所示,E为电源,其内阻不可忽略,R_T为热敏电阻,其阻值随温度的升高而减小,L为指示灯泡,C为平行板电容器,G为灵敏电流计.闭合开关S,当环境温度明显升高时,下列说法中正确的是(　　).



第1题图

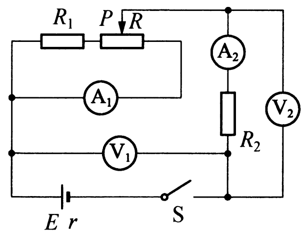
A. L变亮

B. R_T两端电压变大

C. C所带的电荷量减少

D. G中出现由a到b的电流

2. 在如图所示的电路中,已知电阻R_1的阻值小于滑动变阻器R的最大阻值.闭合电键S,在滑动变阻器的滑片P由左端向右滑动的过程中,四个电表V_1、V_2、A_1、A_2的示数及其变化量分别用U_1、U_2、I_1、I_2、ΔU_1、ΔU_2、ΔI_1、ΔI_2表示,下列说法中正确的是(　　).



第2题图

A. U_1先变大后变小,I_1不变

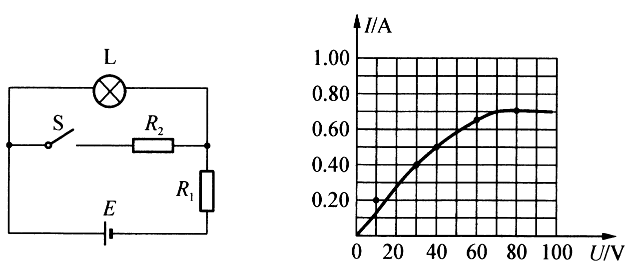
B. U_1先变小后变大,I_1变小

C. $\frac{\Delta U_1}{\Delta I_2}$的绝对值先变大后变小,$\frac{\Delta U_2}{\Delta I_2}$的绝对值不变

D. U_2先变小后变大,I_2先变小后变大

3. 如图甲所示,电路中的电阻R_1、R_2是阻值不随温度变化的定值电阻,阻值均为100 Ω,白炽灯泡L的伏安特性曲线如图乙$I-U$图线所示.电源的电动势$E=100$ V,内阻不计.求:

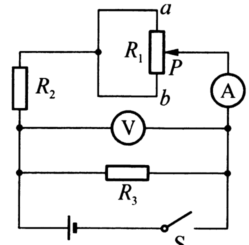
(1) 当开关S断开时,灯泡两端的电压和通过灯泡的电流以及灯泡的实际电功率;(2) 当开关S闭合时,灯泡两端的电压和通过灯泡的电流以及灯泡的实际电功率.



甲　　乙

第3题图

4. 如图所示电路中,电源内阻忽略不计.闭合电键,电压表示数为U,电流表示数为I;在滑动变阻器R_1的滑片P由a端滑到b端的过程中(　　).



第4题图

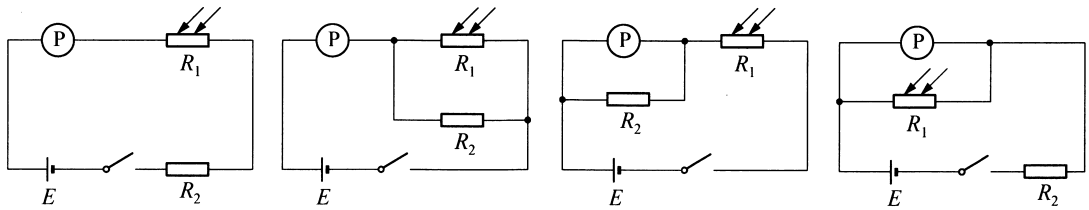
A. U先变大后变小

B. I先变小后变大

C. U与I比值先变大后变小

D. U 变化量与 I 变化量比值等于 R_3

5. 有一个消毒用电器 P，电阻为 20 kΩ，它只有在电压高于 24 V 时才能工作. 今用一个光敏电阻 R_1 对它进行控制，光敏电阻在光照时为 100 Ω，黑暗时为 1000 Ω. 电源电动势 E 为 36 V，内阻不计，另有一个定值电阻 R_2，电阻为 1000 Ω. 下列电路中，开关闭合后能使消毒用电器在光照时正常作用、黑暗时停止工作的是(　　).



A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

第 5 题图

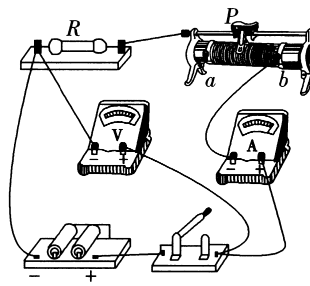
6. 如图所示，电源的电动势为 E、内阻为 r，定值电阻 R 的阻值也为 r，滑动变阻器的最大阻值是 $2r$. 当滑动变阻器的滑片 P 由 a 端向 b 端滑动过程中，下列说法中正确的是(　　)

A. 电压表的示数变大

B. 电流表的示数变小

C. 滑动变阻器消耗的功率变小

D. 定值电阻 R 消耗的功率先变大后变小



第 6 题图

专题十　电磁感应与交变电流

交流电路主要涉及正弦交流电的产生及其“四值”——最大值、瞬时值、有效值、平均值的计算，变压器原理及输电电路的分析计算. 要求能对正弦交流电的函数表达式、图象表示法有正确的理解，能利用函数关系式或图象求解涉及的问题. 特别要注意交流电四值适用的场合. 命题以选择题为主.

正弦交流电的有效值、最大值、瞬时值的表达式以及它们之间的关系，非正弦交流电的有效值的计算仍会是本考点的着力点，备考中应扎实掌握这些基础知识. 以互感为原理的变压器是考查的常见类型，原副线圈的电压、电流、电功率关系，特别是接入二极管和传感器的情况下，整个电路的动态变化是一个热点.

入门导学

难点解读——

一、交流电的产生及描述

1. 正弦交流电：在匀强磁场中，线框绕垂直于磁场的转轴匀速转动，线框中产生的交流电按照正弦规律变化即正弦交流电. 正弦交流电的电动势最大值 $E_m = nBS\omega$，其中 n 是线框的匝数，B 是匀强磁场的磁感应强度，S 是线框面积，ω 是线框绕转轴转动的角速度. 若从线框经过中性面即线框平面与磁场垂直开始计时，则电动势瞬时值为：$E = E_m \sin \omega t$，而磁通量瞬时值则为：$\Phi = BS\cos \omega t$，即当电动势按照正弦规律随时间变化时，磁通量按照余弦规律随时间变化.

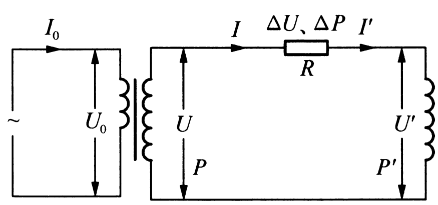
2. 正弦交流电的四值：正弦交流电的最大值即 $E_m = nBS\omega$，$I_m = \frac{E_m}{R+r} = \frac{nBS\omega}{R+r}$，瞬时值(从中性面开始计时)$e = E_m \sin \omega t$，$i = I_m \sin \omega t$. 平均值常用来计算通过电路的电荷量，$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{R+r} = n\frac{\Delta\Phi}{\Delta t(R+r)}$，那么通过电路的电荷量 $q = \bar{I}\Delta t = n\frac{\Delta\Phi}{(R+r)}$. 有效值是根据热效应来定义的，如果交流电在一段时间内产生的热量与电压为U、电流为I的直流电产生的热量相等，那么该交流电的电压有效值就是U，电流有效值就是I. 对正弦交流电而言，电压有效值 $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$，电流有效值 $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$，电路中所有电表的示数都是有效值，电功率电热的计算都是用有效值，而电容器的击穿电压则是指的最大值.

二、变压器和远距离输电

1. 理想变压器：变压器由原副线圈和铁芯组成，其原理是原副线圈互感，要求原线圈必须输入交流电，这样才能产生电磁感应，在副线圈感应出交流电，原副线圈磁通量变化率 $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ 相同，所以有：$U_1 = n_1\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$，$U_2 = n_2\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$，即原副线圈电压比等于匝数比：$\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}$. 根据能量守恒有：$P_1 = P_2$，即：$U_1I_1 = U_2I_2$，所以原副线圈电流和匝数成反比即：$\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1}$. 若有多个副线圈则：$U_1 : U_2 : U_3 \cdots\cdots = n_1 : n_2 : n_3 \cdots\cdots$，$P_1 = P_2 + P_3 + \cdots\cdots$，电流关系则变为：$n_1I_1 = n_2I_2 + n_3I_3 + \cdots\cdots$.

2. 变压器动态分析：$U_1 \xrightarrow[\text{决定}]{\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_1}{n_2}} U_2$，$U_2 \xrightarrow[\text{决定}]{I_2=\frac{U_2}{R}} I_2$，$I_2 \xrightarrow[\text{决定}]{\frac{I_2}{I_1}=\frac{n_1}{n_2}} I_1$，$P_2 \xrightarrow[\text{决定}]{P_1 : P_2} P_1$.

3. 远距离输电简化电路如下：



远距离输电主要经过升压变压器和降压变压器，电路分析的顺序从输入端开始：

$U_0 \xrightarrow[\text{决定}]{\frac{U_0}{U}=\frac{n_1}{n_2}} U$，$U \xrightarrow[\text{决定}]{U=U'+\Delta U} U'$，$U' \xrightarrow[\text{决定}]{\frac{U'}{U_用}=\frac{n_3}{n_4}} U_用$，电功率分析从用户端开始：

$P_用 = P' = P - \Delta P = P_0 - \Delta P$，电流的分析同样从用户端开始：$I_用 \xrightarrow[\text{决定}]{\frac{I_用}{I'}=\frac{n_3}{n_4}} I'$，$I' \xrightarrow[\text{决定}]{I'=I} I$，$I \xrightarrow[\text{决定}]{\frac{I}{I_0}=\frac{n_1}{n_2}} I_0$. 远距离输电时主要问题在于输电线电阻导致的电压损失 $\Delta U = IR$，R 即输电线电阻. 损失的电功率 $\Delta P = I^2R$，要减少输电线上损失的电功率，就要减少输电线上面的电流，根据输电功率一定，采用增大输电电压可减小输电电流，从而减少输电线的能量损失.

零点突破——

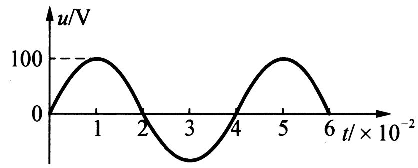
例 1　一正弦交流电的电压随时间变化的规律如图所示. 由图可知(　　).

A. 该交流电的电压瞬时值的表达式为 $u=100\sin(25\pi t)$V

B. 该交流电的频率为 25 Hz

C. 该交流电的电压的有效值为 $100\sqrt{2}$V

D. 若将该交流电压加在阻值 $R=100\ \Omega$ 的电阻两端，则电阻消耗的功率为 50 W



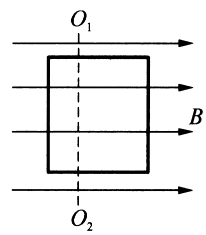
例 1 题图

分析　本题要掌握交流电的两种表达方式(函数表示法与图象表示法)，以及交流电有效值的求解. 图表信息的把握要到位，应该根据选项的信息，从图表中抽出相关的物理信息.

解答　由图象可知正弦交流电的周期 $T=0.04$ s，则 $f=\frac{1}{T}=25$ Hz，$\omega=2\pi f=50\pi$ rad/s，所以该交流电的电压瞬时值的表达式为 $u=100\sin(50\pi t)$V，A 不正确，B 正确；该交流电的电压的有效值为 $U=\frac{100}{\sqrt{2}}=50\sqrt{2}$ V，C 不正确；若将该交流电压加在阻值 $R=100\ \Omega$ 的电阻两端，则电阻消耗的功率为 $P=\frac{U^2}{R}=\frac{(50\sqrt{2})^2}{100}$ W $=50$ W，D 正确，故选 BD.

答案　BD.

例 2　如图所示，在匀强磁场中匀速转动的单匝纯电阻矩形线圈的周期为 T，转轴 O_1O_2 垂直于磁场方向，线圈电阻为 2 Ω. 从线圈平面与磁场方向平行时开始计时，线圈转过 60°时的感应电流为 1 A. 下列说法中正确的是(　　).



例 2 题图

A. 线圈消耗的电功率为 1 W

B. 线圈中感应电流的有效值为 2 A

C. 任意时刻线圈中的感应电动势为 $e=2\sqrt{2}\cos\frac{2\pi}{T}t$

D. 任意时刻穿过线圈的磁通量为 $\Phi=\frac{2T}{\pi}\sin\frac{2\pi}{T}t$

分析　本题考查交流电的产生的及计算，要注意在求解电功率及电表示数时要用有效值；求解电量时要用平均值. 正弦交流电的最大值等于有效值的$\sqrt{2}$倍.

解答　从垂直中性面开始其瞬时表达式为 $i=I_m\cos\theta$，则电流的最大值为：$I_m=\frac{i}{\cos\theta}=2$ A，线圈消耗的电功率为：$P=I^2r=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}I_m\right)^2r=4$ W，A 错误；有效值为：$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$A，B 错误；感应电动势的最大值为：$E_m=I_mr=2\times2$ V $=4$ V；任意时刻线圈中的感应电动势为：$e=E_m\cos\frac{2\pi}{T}t=4\cos\frac{2\pi}{T}t$，C 错误；任意时刻穿过线圈的磁通量为：$\Phi=BS\sin\frac{2\pi}{T}t$；根据公式 $E=NBS\omega=N\Phi_m\cdot\frac{2\pi}{T}$ 可得：$\Phi_m=\frac{E_m}{N\omega}=\frac{2T}{\pi}$，故：$\Phi=\frac{2T}{\pi}\sin\frac{2\pi}{T}t$，D 正确. 故选 D.

答案　D.

例 3　某发电站的输出功率为 10^4 kW，输出电压为 4 kV，通过理想变压器升压后向 80 km 远处供电. 已知输电导线的电阻率为 $\rho=2.4\times10^{-8}\ \Omega\cdot$m，导线横截面积为 1.5×10^{-4} m²，输电线路损失的功率为输出功率的 4%，求：

(1) 升压变压器的输出电压；(2) 输电线路上的电压损失.

分析 本题考查变压器在远距离输电中的应用.需正确计算输电导线的电阻和输电线上的电流.

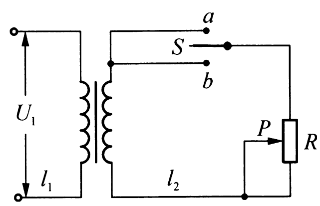
解答 设线路电阻为 R，线路的损失功率为 $P_{损}$，线路的损失电压为 $U_{损}$，发电站的输出功率为 P，升压变压器的输出电压为 U. 由电阻定律，得：$R=\rho\frac{l}{S}=2.4\times10^{-8}\times\frac{2\times80\times10^{3}}{1.5\times10^{-4}}\ \Omega=25.6\ \Omega$，线路损失的功率 $P_{损}=4\%P=I^{2}R$，则 $I=\sqrt{\frac{4\%P}{R}}=125\ \text{A}$. 由 $P=UI$ 得：$U=\frac{P}{I}=8\times10^{4}\ \text{V}$，$U_{损}=IR=125\times25.6\ \text{V}=3200\ \text{V}$.

答案 (1) 8×10^{4} V；(2) 3200 V.

点睛 (1) 不要用 $I=\frac{U}{R}$ 求解输电线上的电流；(2) 计算线路电阻时不要取 $l=80$ km.

探究提升——

例 4 如图所示电路中的变压器为理想变压器，S 为单刀双掷开关. P 是滑动变阻器 R 的滑动触头，U_1 为加在原线圈两端的交变电压，I_1、I_2 分别为原线圈和副线圈中的电流. 下列说法中正确的是：(　　).



例 4 题图

A. 保持 P 的位置及 U_1 不变，S 由 b 切换到 a，则 R 上消耗的功率减小

B. 保持 P 的位置及 U_1 不变，S 由 a 切换到 b，则 I_2 减小

C. 保持 P 的位置及 U_1 不变，S 由 b 切换到 a，则 I_1 增大

D. 保持 U_1 不变，S 接在 b 端，将 P 向上滑动，则 I_1 减小

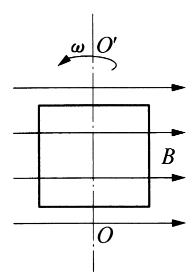
分析 本题考查变压器电路的动态分析. 正确理解变压器原、副线圈电流、电压与功率的制约关系是解题的关键.

解答 S 由 b 切换 a 时，副线圈匝数增多，则输出电压 U_2 增大，R_1 消耗的功率增大，由变压器功率关系可知，其输入功率也增大，故 I_1 增大，A 错，C 对；S 由 a 切换 b 时，副线圈匝数减少，则输出电压 U_2 减小，I_2 减小，B 对；P 向上滑动时，R 减小，I_2 增大，由电流与匝数的关系可知，I_1 增大，D 错.

答案 BC.

例 5 有一边长分别为 L 和 $2L$ 的矩形导体框，导体框的总电阻为 R. 让导体框在磁感应强度为 B 的匀强磁场中以恒定角速度 ω 绕两短边中点为轴旋转，如图所示. 求：

(1) 导体框的发热功率；(2) 导体框转到图示位置时，某一长边两端电压.



例 5 题图

分析 (1) 计算功率要用交流电的有效值；(2) 学会画交流等效电路，区分电动势和端电压.

解答 (1) 导体框在磁场中产生感应电动势：$e=NBS\omega\sin\omega t$，最大值为：$E_{m}=BS\omega=2BL^{2}\omega$，其有效值为：$E=\frac{E_{m}}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}BL^{2}\omega$，矩形导体框的发热功率为 $P=\frac{E^{2}}{R}=\frac{2B^{2}L^{4}\omega^{2}}{R}$；

(2) 导体框转到如图所示位置时，某长边产生的感应电动势是最大电动势的一半：$E'=\frac{E_{m}}{2}=\frac{2BL^{2}\omega}{2}=BL^{2}\omega$，此时导体框中的电流 $I=\frac{E_{m}}{R}=\frac{2BL^{2}\omega}{R}$，某一长边两端的电压：$U=E'-Ir=BL^{2}\omega-\frac{2BL^{2}\omega}{R}\cdot\frac{1}{3}R=\frac{1}{3}BL^{2}\omega$.

答案 (1) $P=\frac{2B^2L^4\omega^2}{R}$；(2) $U=\frac{1}{3}BL^2\omega$.

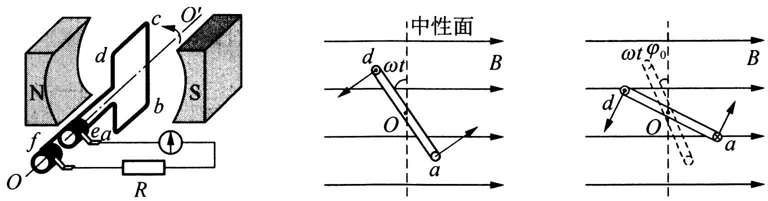
压轴精练——

例 6 图(a)所示是交流发电机模型示意图. 在磁感应强度为 B 的匀强磁场中，有一矩形线图 $abcd$ 可绕线圈平面内垂直于磁感线的轴 OO'转动，由线圈引出的导线 ae 和 df 分别与两个跟线圈一起绕 OO'转动的金属圈环相连接，金属圈环又分别与两个固定的电刷保持滑动接触，这样矩形线圈在转动中就可以保持和外电路电阻 R 形成闭合电路. 图(b)是线圈的正视图，导线 ab 和 cd 分别用它们的横截面来表示. 已知 ab 长度为 l_1，bc 长度为 l_2，线圈以恒定角速度 ω 逆时针转动(只考虑单匝线圈).

(1) 线圈平面处于中性面位置时开始计时，试推导 t 时刻整个线圈中的感应电动势 e_1 的表达式；

(2) 线圈平面处于与中性面成 φ_0 夹角位置时开始计时，如图(c)所示，试写出 t 时刻整个线圈中的感应电动势 e_2 的表达式；

(3) 若线圈电阻为 r，求线圈每转动一周电阻 R 上产生的焦耳热(其他电阻均不计).



(a)　　(b)　　(c)

例 6 题图

分析 利用正弦式交流电瞬时值计算式计算从不同位置时开始计时的电动势表达式；计算焦耳热应利用交流电有效值.

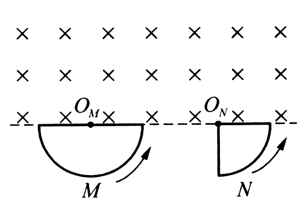
解答 (1) 从 0 时刻起经过 t 时间，线框转过角度 $\theta=\omega t$，线框的切割边线速度 $v=\omega r$，得 ab 边 $v_1=\omega r_1$，cd 边 $v_2=\omega r_2$，切割速度为 $v_{cd}=\omega r_2\sin\theta$，$v_{ab}=\omega r_1\sin\theta$，两条边切割时产生感应电动势：$E_1=Bl_1r_1\omega\sin\omega t$，$E_2=Bl_1r_2\omega\sin\omega t$，两边产生的感应电动势在闭合电路中环形同向，$e_1=E_1+E_2$，$r_1+r_2=l_2$，所以：$e_1=Bl_1l_2\omega\sin\omega t$；

(2) 道理同上问，只是有个初相位，故：$e_2=Bl_1l_2\omega\sin(\omega t+\varphi_0)$；

(3) 线圈转动一周，此为正(余)弦交流电：$E_{\mathrm{m}}=Bl_1l_2\omega$，$E_{有}=\frac{\sqrt{2}}{2}Bl_1l_2\omega$. 闭合电路的有效电流：$I=\frac{E_{有效}}{R_{总}}$，$R$ 上的功率：$P=I^2R$，$T=\frac{2\pi}{\omega}$，转动一周电流在 R 上做功：$W=\frac{\pi B^2l_1^2l_2^2\omega R}{(R+r)^2}$.

答案 (1) $e_1=Bl_1l_2\omega\sin\omega t$；(2) $e_2=Bl_1l_2\omega\sin(\omega t+\varphi_0)$；(3) $W=\frac{\pi B^2l_1^2l_2^2\omega R}{(R+r)^2}$.

例 7 如图所示，M 为半圆形导线框，圆心为 O_M；N 是圆心角为直角的扇形导线框，圆心为 O_N；两导线框在同一竖直面(纸面)内；两圆弧半径相等；过直线 O_MO_N 的水平面上方有一匀强磁场，磁场方向垂直于纸面. 现使线框 M、N 在 $t=0$ 时从图示位置开始，分别绕垂直于纸面、且过 O_M 和 O_N 的轴，以相同的周期 T 逆时针匀速转动，则(　　).



例 7 题图

A. 两导线框中均会产生正弦交流电

B. 两导线框中感应电流的周期都等于 T

C. 在 $t=\frac{T}{8}$ 时，两导线框中产生的感应电动势相等

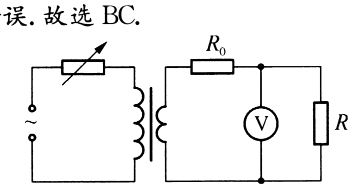
D. 两导线框的电阻相等时，两导线框中感应电流的有效值也相等

分析 逐步分析两线框转动一周过程中的感应电动势大小和方向，抓住线圈中的磁通量是否变化这一条件，判断有无感应电流产生. 按有效值的定义分析判断两导线框中感应电流的有效值是否相等.

解答 当线圈进入磁场时，由楞次定律可得，两线框中的感应电流方向为逆时针，由 $E=BRv=BR\left(\frac{\omega R}{2}\right)=\frac{1}{2}BR^2\omega$ 可得过程中产生的感应电动势恒定，即电流恒定，不是正弦式交流电，A 错误；当线圈进入磁场时，由楞次定律可得，两线框中的感应电流方向为逆时针方向，当线框穿出磁场时，由楞次定律可得线框中产生的感应电流为顺时针方向，所以感应电流的周期和其运动周期相等，为 T，B 正确；由 $E=\frac{1}{2}BR^2\omega$ 可得线框在运动过程中 $t=\frac{T}{8}$ 时的感应电动势相等，C 正确；线圈 N 在完全进入磁场后有 $\frac{T}{4}$ 时间内线圈的磁通量不变化，过程中没有感应电动势产生，即线圈 N 在 $0\sim\frac{T}{4}$ 和 $\frac{3T}{4}\sim T$ 内有感应电动势，其余时间内没有，而线圈 M 在整个过程中都有感应电动势，故即便电阻相等，两者的电流有效值不会相同，D 错误. 故选 BC.

答案 BC.

例 8 如图所示，一理想变压器原、副线圈匝数比为 4∶1，原线圈与一可变电阻串联后，接入一正弦交流电源；副线圈电路中固定电阻的阻值为 R_0，负载电阻的阻值 $R=11R_0$，Ⓥ 是理想电压表. 现将负载电阻的阻值减小为 $R=5R_0$，保持变压器输入电流不变，此时电压表读数为 5.0 V，则(　　).



例 8 题图

A. 此时原线圈两端电压的最大值约为 34 V　B. 此时原线圈两端电压的最大值约为 24 V

C. 原线圈两端原来的电压有效值约为 68 V　D. 原线圈两端原来的电压有效值约为 48 V

分析 (1)变压器有两个电流回路：副线圈回路中副线圈相当于电源，原线圈回路中原线圈相当于用电器，其电压不是接入的正弦交流电源的输入电压(串联电阻分去一部分电压)；(2)注意题设"保持变压器输入电流不变"这个条件(原线圈因与一可变电阻串联使这个条件变得可行，否则负载变化会引起原、副线圈的电流变化)和匝数比不变，可知输出电流也不变，由于负载电阻变化而使副线圈电压改变；(3)利用串并联电路规律和变压器电压与匝数的关系联立计算.

解答 当负载电阻的阻值减小为 $R=5R_0$ 时，由串并联电路规律可知，R 两端电压为 R_0 两端电压的 5 倍，因为电压表测量 R 两端的电压，所以 $U_{R_0}=\frac{1}{5}\times 5\text{ V}=1\text{ V}$，副线圈两端电压 $U_2=6\text{ V}$，根据公式 $\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_1}{n_2}$ 此时原线圈两端电压的有效值 $U_1=24\text{ V}$，原线圈两端电压的最大值约为 $24\sqrt{2}\text{ V}\approx 34\text{ V}$，A 正确，B 错误；因为变化过程中变压器的输入电流不变，所以副线圈中的电流变化前后也不变，则变化后电压 $U_2=IR_0+5IR_0=6IR_0$，变化前 $U_2'=IR_0+11IR_0=12IR_0$，所以 $U_2'=2U_2=12\text{ V}$，由 $\frac{U_1'}{U_2'}=\frac{n_1}{n_2}$ 可得原线圈两端原来的电压有效值 U_1' 为 48 V，C 错误，D 正确. 故选 AD.

答案 AD.

画龙点睛

1. 正弦交流电的四值的意义

① 瞬时值：反映的是不同时刻交变电流或电压的大小和方向. 如氖管只有在两端的电压值高于某一值时才能发光，若求其发光时间，则应用瞬时值.

② 最大值:与线圈的形状、转轴的位置无关,只要满足转轴方向与磁场方向垂直即可用 $E_m = NB\omega S$ 计算,在考虑电容器的耐压值时用最大值.

③ 平均值:由图象的含义可知,交变电流的平均值是交变电流图线与横轴所围图形的面积与时间的比值.一般只研究 $\frac{T}{4}$ 内的平均值.在求导体某段时间内通过的电量时,用平均值,因:$q = \overline{I}\Delta t$,$\overline{I} = \frac{\overline{E}}{R}$,$\overline{E} = N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$,故 $q = N\frac{\Delta\Phi}{R}$.

④ 有效值:由电流的热效应定义,对于正弦式交变电流,有效值与最大值之间的关系为:$E_有 = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$,$U_有 = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$,$I_有 = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$,在计算交变电流通过导体产生的热量和电功率及确定保险丝的熔断电流时,用交流电的有效值.交流电表测量的数值,用电器设备上所标的额定电压和额定电流的数值均为有效值.

2. 非正弦交流电的有效值应按有效值定义去求解.一般取一个周期的发热来计算(不得小于一个周期时间).

3. 注意区分是线框在磁场中转动还是导线在磁场中转动.不管是线框在磁场中转动还是导线在磁场中转动,都要注意导线各部分的有效切割速度是否不同,应取其平均值代入计算.

4. 导线在磁场中转动切割磁感线产生感应电动势,该导线作为等效电源,其两端电势差为其路端电压.

5. 变压器电路考查的内容主要有两个方面:一是变压器原、副线圈电路中的电流、电压与电功率的求解,求解过程中注意相应的制约关系.同时对于动态变化过程的分析,可以借助于直流电路的动态分析方法,结合原、副线圈中电流、电压与功率的关系进行判断.二是应用变压器进行远距离输电的分析,对于远距离输电,关键在输电导线损耗功率的计算上,注意选用正确的求解公式.

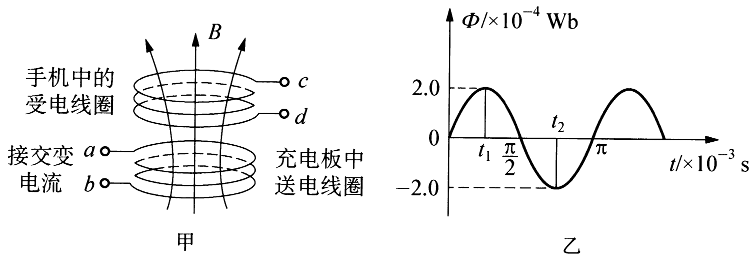
变式训练

1. 无线充电技术的发展给用户带来了极大的方便,可应用于手机、电脑、智能穿戴、智能家居、医疗设备、电动汽车等充电.如图甲所示为手机无线充电工作原理的示意图,由送电线圈和受电线圈组成.已知受电线圈的匝数为 $n=50$ 匝,电阻 $r=1.0\ \Omega$,在它的 c、d 两端接一阻值 $R=9.0\ \Omega$的电阻.设在受电线圈内存在与线圈平面垂直的磁场,其磁通量随时间变化规律如图乙所示,可在受电线圈中产生电动势最大值为 20 V 的正弦交流电,设磁场竖直向上为正.求:

(1) 在 $t=\pi\times10^{-3}$ s 时,受电线圈中产生电流的大小,c、d 两端哪端电势高;

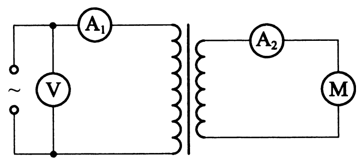
(2) 在一个周期内,电阻 R 上产生的热量;

(3) 从 t_1 到 t_2 时间内,通过电阻 R 的电荷量.



第 1 题图

2. 如图所示，一理想变压器原线圈匝数 $n_1=500$ 匝，副线圈匝数 $n_2=100$ 匝，原线圈中接一交变电源，交变电源电压 $u=220\sqrt{2}\sin 100\pi t(\mathrm{V})$. 副线圈中接一电动机，内阻为 10 Ω，电流表 A_2 示数为 1 A. 电表对电路的影响忽略不计，则下列说法中正确的是(　　).



第 2 题图

A. 此交流电的频率为 100 Hz

B. 此电动机输出功率为 44 W

C. 电流表 A_1 示数为 0.2 A

D. 电压表示数为 $220\sqrt{2}$ V

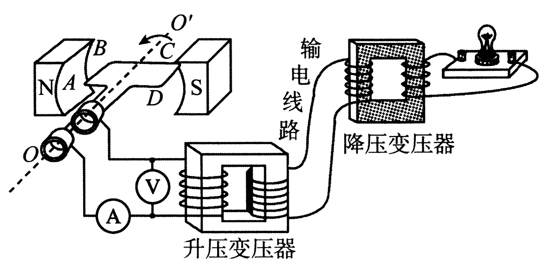
3. (多选)如图所示，匝数 $n=100$ 匝、面积为 $S=0.448\ \mathrm{m}^2$ 的导线框 $ABCD$ 所在处的磁场的磁感应强度大小 $B=\frac{\sqrt{2}}{10\pi}$ T. 线框绕垂直于磁场的轴 OO' 以角速度 $\omega=100\pi$ rad/s 匀速转动，从中性面开始计时，线框与理想升压变压器相连进行远距离输电，升压变压器的原、副线圈匝数之比为 2∶5，理想降压变压器副线圈接入一只“220 V　1100 W”的灯泡，且灯泡正常发光，输电线总电阻 $r=20$ Ω，导线框及其余导线电阻不计，电表均为理想电表. 则下列说法中正确的是(　　).

A. 电压表的读数为 448 V

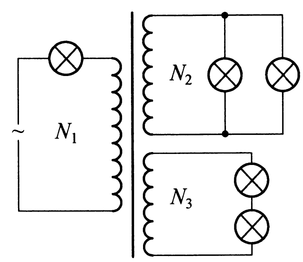
B. 输电线路的电流为 0.98 A

C. 电流表的读数为 2.5 A

D. 降压变压器的原、副线圈匝数之比为 5∶1



第 3 题图

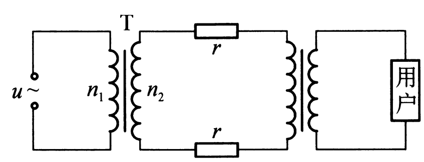


第 4 题图

4. 如图所示，理想变压器有两个输出线圈，电路中五个相同的灯泡都正常发光，则三个线圈的匝数比 $N_1∶N_2∶N_3$ 是(　　).

A. 1∶4∶2　　B. 1∶2∶4　　C. 4∶1∶2　　D. 4∶2∶1

5. 图为远距离输电示意图，两变压器均为理想变压器，升压变压器 T 的原、副线圈匝数分别为 n_1、n_2，在 T 的原线圈两端接入一电压 $u=U_m\sin\omega t$ 的交流电源，若输送电功率为 P，输电线的总电阻为 $2r$，不考虑其他因素的影响，则输电线上损失的电功率为(　　).



第 5 题图

A. $\left(\frac{n_1}{n_2}\right)\frac{U_m^2}{4r}$

B. $\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\frac{U_m^2}{4r}$

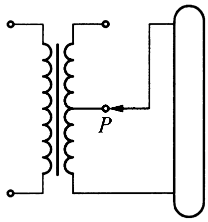
C. $4\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\left(\frac{P}{U_m}\right)^2 r$

D. $4\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\left(\frac{P}{U_m}\right)^2 r$

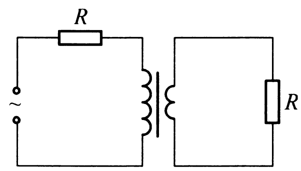
6. 图为气流加热装置的示意图，使用电阻丝加热导气管，视变压器为理想变压器，原线圈接入电压有效值恒定的交流电并保持匝数不变，调节触头 P，使输出电压有效值由220 V降至110 V，调节前后(　　).

A. 副线圈中的电流比为 1∶2　　B. 副线圈输出功率比为 2∶1

C. 副线圈的接入匝数比为 2∶1　　D. 原线圈输入功率比为 1∶2



第 6 题图



第 7 题图

7. 理想变压器的原、副线圈的匝数比为 3∶1，在原、副线圈的回路中分别接有阻值相同的电阻，原线圈一侧接有电压为 220 V 的正弦交流电源上，如图所示，设副线圈回路中电阻两端的电压为 U，原、副线圈回路中电阻消耗的功率之比为 k，则(　　).

A. $U=66\text{ V}, k=\frac{1}{9}$　　B. $U=22\text{ V}, k=\frac{1}{9}$

C. $U=66\text{ V}, k=\frac{1}{3}$　　D. $U=22\text{ V}, k=\frac{1}{3}$

专题十一　电磁感应与电路图象

电磁感应中的电路图象问题是高考热点之一，作为描述电磁感应现象、规律的重要手段之一，图象问题经常出现于命题中.有将已知信息通过图象呈现的，有对已知图象进行分析判断的，也有要求作图表示相应规律的.主要以选择题(一般为图象类)和计算题形式出现.考查学生把电磁感应问题等效转化成恒定电路问题(画等效电路)并结合电路相关知识计算的能力，以及根据图象分析问题的能力和作图表达物理规律的能力.

难点解读——

一、电路问题

1. 解决电磁感应电路问题的基本思路是：

(1) 确定电源.明确哪部分相当于电源(产生感应电动势的那部分电路就相当于电源).

(2) 分析电路结构，画出等效电路图.分清等效电源和外电路，判断等效电源的正负极性或电势高低.

(3) 利用电路规律求解.主要是利用欧姆定律、串并联电路特点、电功和电热的公式、电容器充放电特点和法拉第电磁感应定律等来求解未知量.

2. 应注意事项：

(1) 在分析电路结构的时候，一定要注意电流的流向问题.

(2) 明确内电路与外电路.

(3) 两个比较重要的公式：感应电荷量 $q=I\Delta t=\frac{E}{R}\Delta t=n\frac{\Delta\Phi}{R\Delta t}\cdot\Delta t=n\frac{\Delta\Phi}{R}$，用于计算电磁感应的电荷量；安培力的冲量公式 $F\Delta t=BIL\Delta t=BLq=BL\frac{\Delta\Phi}{R}$，一般用于解决电磁感应与冲量、

动量相结合的问题.

(4) 在电磁感应产生交变电流的问题中，注意电动势、电流的瞬时值、有效值与最大值的区别，在计算电量时用平均值，计算电功、热量时要用有效值.

二、图象问题

1. 电磁感应图象常涉及磁感应强度 B、磁通量 Φ、感应电动势 E 和感应电流 I 随时间 t 变化的问题，有 $B-t$ 图象、$\Phi-t$ 图象、$E-t$ 图象和 $I-t$ 图象等. 对于切割磁感线产生感应电动势和感应电流的情况还常涉及感应电动势 E 和感应电流 I 随导线(或线圈)位移 x 变化的图象，即 $E-x$ 图象和 $I-x$ 图象. 对于高考压轴题而言，题目往往涉及到图象作画、图象分析问题等. 这类问题既要应用到电磁感应知识(右手定则、楞次定律和法拉第电磁感应定律等规律)，又要应用到数学函数图象知识，对于应用数学知识解决物理问题的能力要求较高.

2. 分析电磁感应图象问题应注意以下几点：

(1) 注意图象中的纵、横坐标的物理意义.

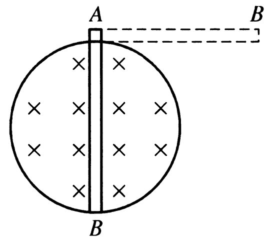
(2) 注意图象中 B、E、I 等物理量的方向是通过正负值来体现的.

(3) 画图象时要注意单位和标度.

(4) 解题关键：定量或半定量地表示出所研究问题的函数关系.

零点突破

例 1 如图所示，竖直平面内有一金属环，半径为 a，总电阻为 R (指拉直时两端的电阻)，磁感应强度为 B 的匀强磁场垂直穿过环平面，与环的最高点 A 铰链连接的长度为 $2a$、电阻为 $\frac{R}{2}$ 的导体棒 AB 由水平位置紧贴环面摆下，当摆到竖直位置时，B 点的线速度为 v，则这时 AB 两端的电压大小为(　　).



例 1 题图

A. $\frac{Bav}{3}$　　　　B. $\frac{Bav}{6}$

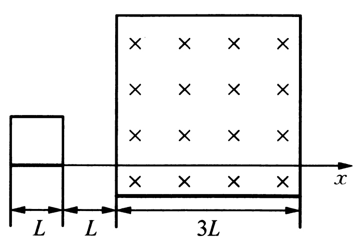
C. $\frac{2Bav}{3}$　　　　D. Bav

分析 (1)对于棒的转动切割磁感线产生感应电动势大小的求解，可以等效以棒的中点位置速度作为棒的切割速度来求解；(2)在处理电磁感应中的电路问题时一定要画出等效电路图，并注意内电路与外电路之分.

解答 当摆到竖直位置时，AB 切割磁感线的瞬时感应电动势 $E=B\cdot 2a\cdot\left(\frac{v}{2}\right)=Bav$. 由闭合电路欧姆定律，$U_{AB}=\frac{E}{\frac{R}{2}+\frac{R}{4}}\cdot\frac{R}{4}=\frac{1}{3}Bav$，故选 A.

答案 A.

例 2 如图所示，边长为 L 的正方形导线圈，其电阻为 R，现使线圈以恒定速度 v 沿 x 轴正方向运动，并穿过匀强磁场区域 B，如果以 x 轴的正方向作为力的正方向，线圈从图示位置开始运动，请画出：(1)穿过线圈的磁通量随 x 变化的图线；(2)线圈中产生的感应电流随 x 变化的图线；(3)磁场对线圈的作用力 F 随 x 变化的图线.



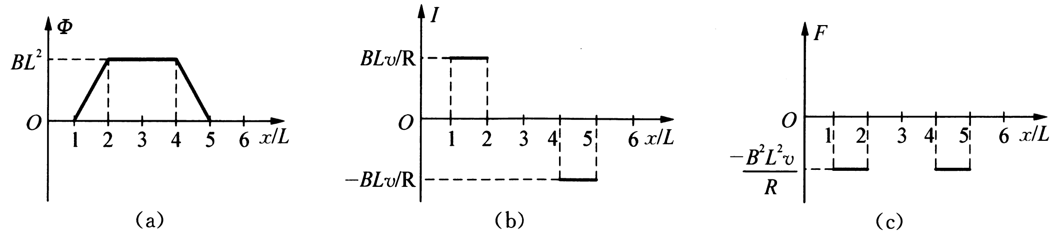
例 2 题图

分析 将线框的运动过程分为四个阶段，第一阶段为线框在磁场外，无磁通量、无感应电流、无安培力. 第二阶段线框进入磁场过程，线框中磁通量均匀增大，产生恒定电流. 第三阶段线框完全

进入磁场，线框中磁通量不发生改变. 第四阶段为线框离开磁场过程，线框中磁通量均匀减小.

解答 第一阶段在磁场外(0—L)：磁通量 $\Phi=0$，感应电流 $I=0$，安培力 $F=0$. 第二阶段进入磁场(L—$2L$)：磁通量 $\Phi=BS=BLx$ 随 x 均匀增大，感应电流 $I=\dfrac{BLv}{R}$ 不变，方向逆时针，安培力 $F=BIL=\dfrac{B^2L^2v}{R}$ 恒定，方向水平向左. 第三阶段完全进入磁场($2L$—$4L$)：$\Phi=BS=BL^2$ 不变，感应电流和安培力都为零. 第四阶段离开磁场($4L$—$5L$)：磁通量 $\Phi=BS=BLx$ 随 x 均匀减小，感应电流 $I=\dfrac{BLv}{R}$ 大小不变，方向顺时针，安培力 $F=BIL=\dfrac{B^2L^2v}{R}$ 恒定，方向水平向左. Φ-t 图，I-t 图，F-t 图分别如图(a)、(b)、(c) 所示.

答案 (1)见图(a)；(2)见图(b)；(3)见图(c).



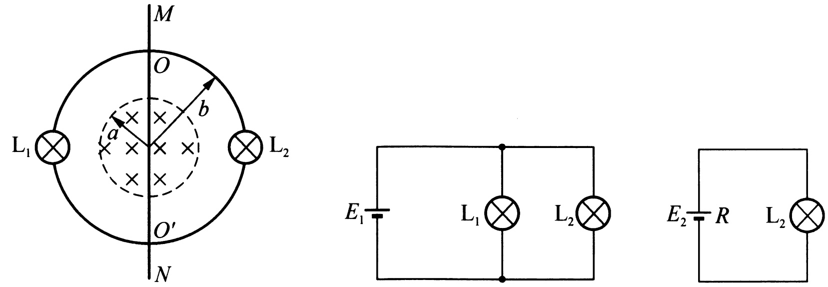
例 2 题图

探究提升——

例 3 半径为 a 的圆形区域内有均匀磁场，磁感应强度为 $B=0.2\,\mathrm{T}$，磁场方向垂直纸面向里，半径为 b 的金属圆环与磁场同心地放置，磁场与环面垂直，其中 $a=0.4\,\mathrm{m}$，$b=0.6\,\mathrm{m}$，金属环上分别接有灯 L_1、L_2，两灯的电阻均为 $R=2\,\Omega$，一金属棒 MN 与金属环接触良好，棒与环的电阻均忽略不计.

(1) 若棒以 $v_0=5\,\mathrm{m/s}$ 的速率在环上向右匀速滑动，求棒滑过圆环直径 OO' 的瞬时(如图(a)所示)MN 中的电动势和流过灯 L_1 的电流；

(2) 撤去中间的金属棒 MN，将右面的半圆环 OL_2O' 以 OO' 为轴向上翻转 90°，若此时磁场随时间均匀变化，其变化率为 $\dfrac{\Delta B}{\Delta t}=4\,\mathrm{T/s}$，求 L_1 的功率.



例 3 题图

分析 当棒划过直径 OO' 的瞬时，切割的有效长度为 $2a$，金属棒为等效电源. 撤去中间的金属棒 MN，将右面的半圆环 OL_2O' 以 OO' 为轴向上翻转 90°，半圆环 OL_1O' 中产生感应电动势，相当于电源，灯 L_2 为外电路，灯 L_1 电阻相当于电源内阻. 画出相应的等效电路图，注意电流的流向和电路的连接方式.

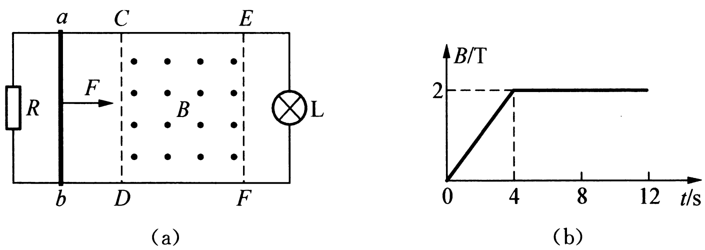
解答 (1) 棒滑过圆环直径 OO' 的瞬时，MN 中的电动势：$E_1=B\cdot 2a\cdot v=0.2\times0.8\times$

$5\text{ V}=0.8\text{ V}$. 等效电路如图(b)所示,流过灯 L_1 的电流:$I_1=\dfrac{E_1}{R}=\dfrac{0.8}{2}=0.4\text{ A}$;

(2) 等效电路如图(c)所示,感应电动势:$E_2=\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}=0.5\times\pi a^2\times\dfrac{\Delta B}{\Delta t}=0.32\pi\text{ V}$, L_1 的功率 $P_1=\dfrac{\left(\dfrac{E_2}{2}\right)^2}{R}\approx 1.28\times10^{-2}\text{ W}$.

答案 (1) $I_1=0.4\text{ A}$; (2) $P_1=1.28\times10^{2}\text{ W}$.

例 4 如图(a)所示,水平面上有两电阻不计的光滑金属导轨平行固定放置,间距 d 为 0.5 m,左端通过导线与阻值为 2 Ω 的电阻 R 连接,右端通过导线与阻值为 4 Ω 的小灯泡 L 连接,在 $CDEF$ 矩形区域内有竖直向上的匀强磁场,CE 长为 2 m, $CDEF$ 区域内磁场的磁感应强度 B 随时间变化如图(b)所示,在 $t=0$ 时,一阻值为 2 Ω 的金属棒在恒力 F 作用下由静止开始从 ab 位置沿导轨向右运动,当金属棒从 ab 位置运动到 EF 位置过程中,小灯泡的亮度没有发生变化,求:(1) 通过小灯泡的电流强度;(2) 恒力 F 的大小;(3) 金属棒的质量;(4) 8 s 内通过电阻 R 的电量.



例 4 题图

分析 (1) 金属棒未进入磁场时(0~4 s),由法拉第电磁感应定律可得出感应电动势的大小,由电路的性质可求得总电阻,则可求得通过灯泡的电流;

(2) 由题意可知 4 s 以后金属棒应恰好进入磁场匀速运动,依据电路结构由灯泡中的电流可求得电路中的总电流,再由 $F=BIL$ 求得安培力,由力的平衡可求得拉力;

(3) 由欧姆定律可求得进入磁场后电路中的感应电动势,由 $E=BLv$ 可求得导体棒切割磁感线的速度,从而求得匀加速运动过程的加速度,再由牛顿第二定律可求得质量;

(4) 因小灯泡的亮度没有发生变化,流过灯泡的电流恒定,依据电路结构由灯泡中的电流可求得电阻 R 中的电流,由 $Q=It$ 可求得 8 s 内通过 R 的电量.

解答 (1) 金属棒未进入磁场时,等效电路如图(c)所示. $R_{总}=R_L+\dfrac{R}{2}=5\,\Omega$, $E_1=\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\dfrac{S\Delta B}{\Delta t}=0.5\text{ V}$, $I_L=\dfrac{E_1}{R_{总}}=0.1\text{ A}$;

(2) 因灯泡亮度不变,故金属棒应在 4 s 末进入磁场时且刚好做匀速运动,等效电路如图(d)所示. 流过金属棒的电流为:$I=I_L+I_R=I_L+\dfrac{I_LR_L}{R}=0.3\text{ A}$, $F=F_A=BId=0.3\text{ N}$;

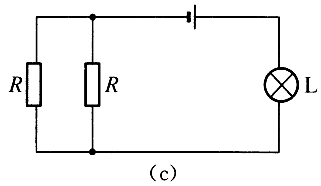
(3) $E_2=I\left(R+\dfrac{RR_L}{R+R_L}\right)=1\text{ V}$, $v=\dfrac{E_2}{Bd}=1\text{ m/s}$, $a=\dfrac{v}{t_1}=0.25\text{ m/s}^2$, $m=\dfrac{F}{a}=1.2\text{ kg}$;

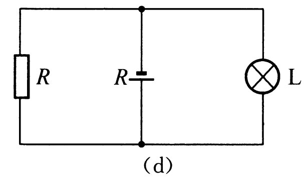
(4) 0~4 s 内流过 R 的电量:$q_1=\dfrac{1}{2}I_Lt_1=0.05\times4\text{ C}=0.2\text{ C}$;金属棒匀速通过 $CDFE$ 区域所需时间为:$t_2=\dfrac{\overline{CE}}{v}=2\text{ s}$, 6 s 后无感应电动势,故 6 ~ 8 s 没有电量流过,4 ~ 8 s 内流过 R 的电量:

$q_2 = I_R t_2 = \frac{I_L R_L}{R} t_2 = 0.4\,\mathrm{C}$. 所以 8 s 内通过电阻 R 的电量为：$q = q_1 + q_2 = \frac{1}{2} I_L t_1 + I_R t_2 = 0.6\,\mathrm{C}$.

答案 (1) $I_L = 0.1\,\mathrm{A}$; (2) $F = 0.3\,\mathrm{N}$; (3) $m = 1.2\,\mathrm{kg}$; (4) $q = 0.6\,\mathrm{C}$.

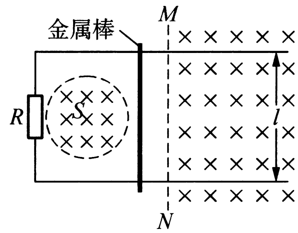
点睛 本题考查的问题较多，但多为基础知识的应用，掌握好法拉第电磁感应定律、安培力、闭合电路的欧姆定律及电路的性质即可顺利求解. 解题关键是画好等效电路图，尤其要分清前后两段时间的感生电动势和动生电动势的计算方法上的区别.





例 4 题图

压轴精练



例 5 题图

例 5 如图所示，两条相距 l 的光滑平行金属导轨位于同一水平面（纸面）内，其左端接一阻值为 R 的电阻；一与导轨垂直的金属棒置于两导轨上；在电阻、导轨和金属棒中间有一面积为 S 的区域，区域中存在垂直于纸面向里的均匀磁场，磁感应强度大小 B_1 随时间 t 的变化关系为 $B_1 = kt$，式中 k 为常量；在金属棒右侧还有一匀强磁场区域，区域左边界 MN（虚线）与导轨垂直，磁场的磁感应强度大小为 B_0，方向也垂直于纸面向里. 某时刻，金属棒在一外加水平恒力的作用下从静止开始向右运动，在 t_0 时刻恰好以速度 v_0 越过 MN，此后向右做匀速运动. 金属棒与导轨始终相互垂直并接触良好，它们的电阻均忽略不计. 求：

(1) 在 $t = 0$ 到 $t = t_0$ 时间间隔内，流过电阻的电荷量的绝对值；

(2) 在时刻 $t(t > t_0)$ 穿过回路的总磁通量和金属棒所受外加水平恒力的大小.

分析 (1) 根据法拉第电磁感应定律，结合闭合电路欧姆定律及电量表达式，从而导出电量的综合表达式，即可求解；(2)根据磁通量的概念，$\Phi = BS$，结合磁场方向，即可求解穿过回路的总磁通量；根据动生电动势与感生电动势公式，求得线圈中的总感应电动势，再依据闭合电路欧姆定律及安培力表达式，最后依据平衡条件，即可求解水平恒力大小.

解答 (1) 在金属棒未越过 MN 之前，t 时刻穿过回路的磁通量为：$\Phi = ktS$ ①，设在从 t 时刻到 $t + \Delta t$ 的时间间隔内，回路磁通量的变化量为 $\Delta\Phi$，流过电阻 R 的电荷量为 Δq. 由法拉第电磁感应定律得：$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ②，由欧姆定律得：$i = \frac{\varepsilon}{R}$ ③，由电流的定义得：$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ ④，联立①②③④ 式得：$|\Delta q| = \frac{kS}{R}\Delta t$ ⑤，由 ⑤ 式得，在 $t = 0$ 到 $t = t_0$ 的时间间隔内，流过电阻 R 的电荷量 Δq 的绝对值为：$|\Delta q| = \frac{kt_0 S}{R}$ ⑥；

(2) 当 $t > t_0$ 时，金属棒已越过 MN. 根据金属在 MN 右侧做匀速运动，有 $f = F$ ⑦，式中，f 是外加水平力，F 是匀强磁场施加的安培力. 设此时回路中的电流为 I，F 的大小为 $F = B_0 Il$ ⑧，此时金属棒与 MN 之间的距离为：$s = v_0(t - t_0)$ ⑨，匀强磁场穿过回路的磁通量为：$\Phi' = B_0 ls$ ⑩，回路的总磁通量为：$\Phi_t = \Phi + \Phi'$ ⑪，式中 Φ 仍如 ① 式所示. 由 ①⑨⑩⑪ 式得在时刻 $t(t > t_0)$ 穿过回路的总磁通量为：$\Phi_t = B_0 lv_0(t - t_0) + kSt$ ⑫，在 t 到 $t + \Delta t$ 的时间间隔内

总磁通量的改变 $\Delta\Phi_t$ 为：$\Delta\Phi_t=(B_0lv_0+kS)\Delta t$ ⑬，由法拉第电磁感应定律得回路感应电动势的大小为：$\varepsilon_t=\left|\dfrac{\Delta\Phi_t}{\Delta t}\right|$ ⑭，由欧姆定律得：$I=\dfrac{\varepsilon_t}{R}$ ⑮，$F_A=B_0IL$ ⑯ 联立⑦⑧⑬⑭⑮⑯式得：$f=F_A=(B_0lv_0+kS)\dfrac{B_0l}{R}$.

答案 (1) $|\Delta q|=\dfrac{kt_0S}{R}$；(2) $\Phi_t=B_0lv_0(t-t_0)+kSt$，$f=(B_0lv_0+kS)\dfrac{B_0l}{R}$.

点睛 注意磁通量的方向及安培力表达式的应用，符号运算要仔细.

画龙点睛

电磁感应综合问题一般将法拉第电磁感应定律、楞次定律、直流电路知识与图象相结合，是高考的热点命题.

1. 电磁感应图象问题：

(1) 通常以三种类型出现：一是由给定的电磁感应过程画出等效电路，选出或画出正确的函数图象；二是由给定的函数图象分析电磁感应过程，分析或求解相关物理量；三是根据某种函数图象画出另一种函数图象，再根据图象作定量计算.

(2) 分析图象问题必须根据题中所给条件，依据物理原理导出物理量之间的定量关系. 画图时需根据物理量在不同阶段的变化情况，分阶段、分区间逐一描图. 要注意这类图象中物理量 E、I、B 的方向是通过正负号来反映的.

2. 电磁感应中有多个等效电源的，应将电动势进行合理叠加；电路中有多个电阻的，应理清串并联关系，通常画出等效电路，以免出错.

3. 电磁感应问题的命题趋势：以更加灵活复杂或更加生活化的物理情景为载体考查热点知识，是压轴题的重点命题之一.

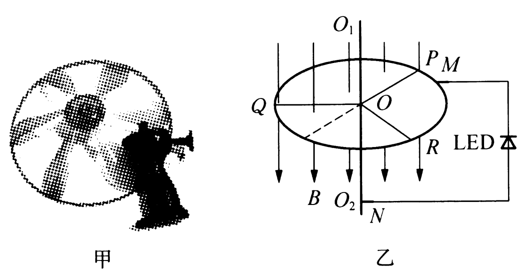
变式训练

1. 如图甲所示，发光竹蜻蜓是一种常见的儿童玩具，它在飞起时能够发光. 某同学对竹蜻蜓的电路进行如下简化：如图乙所示，半径为 L 的金属圆环绕垂直于圆环平面、通过圆心 O 的金属轴 O_1O_2 以角速度 ω 匀速转动，圆环上接有电阻均为 r 的三根导电辐条 OP、OQ、OR，辐条互成 120°角. 在圆环内，圆心角为 120°的扇形区域内存在垂直圆环平面向下的磁感应强度大小为 B 的匀强磁场，在转轴 O_1O_2 与圆环的边缘之间通过电刷 M、N 与一个 LED 灯（可看成二极管，发光时，电阻为 r）连接. 圆环及其他电阻不计，从辐条 OP 进入磁场开始计时.

(1) 顺着磁感线方向看，圆盘绕 O_1O_2 轴沿什么方向旋转，才能使 LED 灯发光？在不改变玩具结构的情况下，如何使 LED 灯发光时更亮？

(2) 在辐条 OP 转过 60°的过程中，求通过 LED 灯的电流.

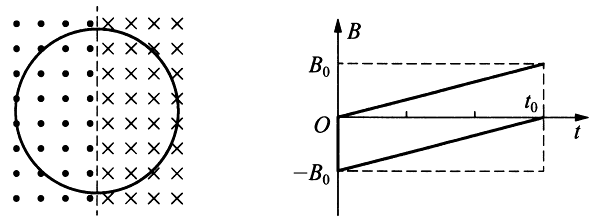
(3) 求圆环每旋转一周，LED 灯消耗的电能.



甲　　乙

第 1 题图

2. 在半径为 r、电阻为 R 的圆形导线框内，以直径为界，左、右两侧分别存在着方向如图甲所示的匀强磁场. 以垂直纸面向外的磁场为正，两部分磁场的磁感应强度 B 随时间 t 的变化规律分别如图乙所示，则 $0 \sim t_0$ 时间内导线框中(　　).



甲　　　　乙

第 2 题图

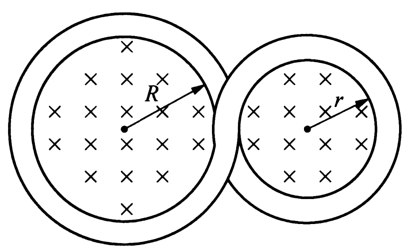
A. 没有感应电流

B. 感应电流方向为逆时针

C. 感应电流大小为 $\dfrac{\pi r^2 B_0}{t_0 R}$

D. 感应电流大小为 $\dfrac{2\pi r^2 B_0}{t_0 R}$

3. (多选)如图所示，由一段外皮绝缘的导线扭成两个半径为 R 和 r 的闭合回路，$R>r$，导线单位长度的电阻为 A，导线截面半径远小于 R 和 r. 圆形区域内存在垂直平面向里、磁感应强度大小随时间按 $B=kt$($k>0$，为常数)的规律变化的磁场，下列说法中正确的是(　　).



第 3 题图

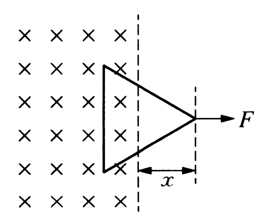
A. 小圆环中电流的方向为逆时针

B. 大圆环中电流的方向为逆时针

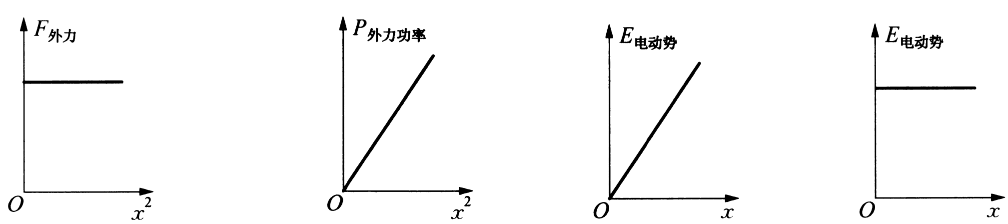
C. 回路中感应电流大小为 $\dfrac{k(R^2+r^2)}{(R+r)A}$

D. 回路中感应电流大小为 $\dfrac{k(R-r)}{2A}$

4. 边长为 a 的闭合金属正三角形轻质框架，左边竖直且与磁场右边界平行，完全处于垂直于框架平面向里的匀强磁场中，现把框架匀速水平向右拉出磁场，如图所示，则下列图象中与这一拉出过程相符合的是(　　).



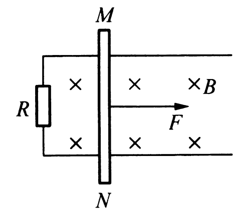
第 4 题图



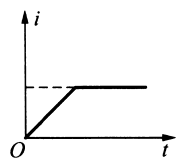
A.　　B.　　C.　　D.

5. 如图所示，电阻不计，间距为 L 的光滑平行金属导轨水平放置于磁感应强度为 B、方向竖

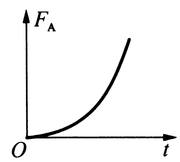
直向下的匀强磁场中，导轨左端接一定值电阻 R. 质量为 m、电阻为 r 的金属棒 MN 置于导轨上，受到垂直于金属棒的水平外力 F 的作用由静止开始运动，外力 F 与金属棒速度 v 的关系是 $F=F_0+kv$（F_0、k 是常量），金属棒与导轨始终垂直且接触良好. 金属棒中感应电流为 i，受到的安培力大小为 F_A，电阻 R 两端的电压为 U_R，感应电流的功率为 P，它们随时间 t 变化图象可能正确的有（　　）.



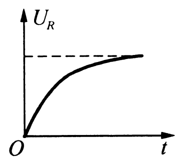
第 5 题图



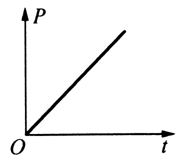
A.



B.

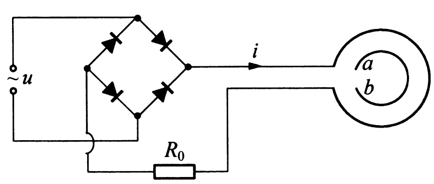


C.

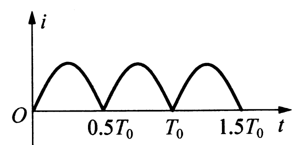


D.

6. 如图甲所示，R_0 为定值电阻，两金属圆环固定在同一绝缘平面内，左端连接在一周期为 T_0 的正弦交流电源上，经二极管整流后，通过 R_0 的电流 i 始终向左，其大小按图乙所示规律变化. 规定内圆环 a 端电势高于 b 端时，a、b 间的电压 u_{ab} 为正，下列 $u_{ab}-t$ 图象中可能正确的是（　　）.

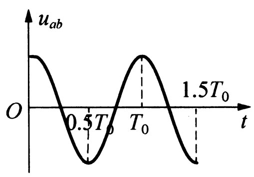


甲

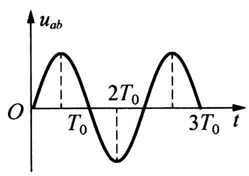


乙

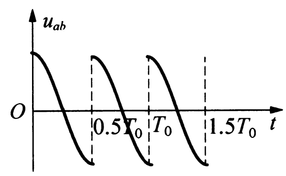
第 6 题图



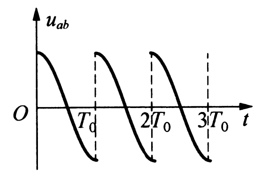
A.



B.



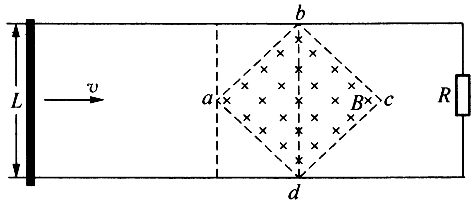
C.



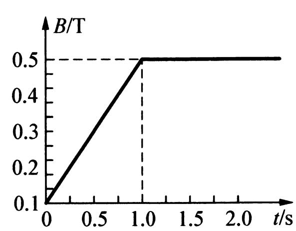
D.

7. 如图(a)所示，平行长直金属导轨水平放置，间距 $L=0.4\,\mathrm{m}$. 导轨右端接有阻值 $R=1\,\Omega$ 的电阻，导体棒垂直放置在导轨上，且接触良好. 导体棒及导轨的电阻均不计，导轨间正方形区域 $abcd$ 内有方向竖直向下的匀强磁场，bd 连线与导轨垂直，长度也为 L. 从 0 时刻开始，磁感应强度 B 的大小随时间 t 变化，规律如图(b)所示；同一时刻，棒从导轨左端开始向右匀速运动，1 s 后刚好进入磁场. 若使棒在导轨上始终以速度 $v=1\,\mathrm{m/s}$ 做直线运动，求：

(1) 棒进入磁场前，回路中的电动势 E；(2) 棒在运动过程中受到的最大安培力 F，以及棒通过三角形 abd 区域时电流 i 与时间 t 的关系式.



(a)



(b)

第 7 题图

第三部分　力电综合

专题十二　带电粒子在电场中的运动

力电综合题是高考压轴题的常见试题.带电粒子在电场中的运动是命题的热点，它把电场知识与运动学、牛顿定律、动能定理、功能关系等知识融合在一起，与生活实际、生产科技也紧密联系.尤以带电粒子在匀强电场中的加速、偏转为核心考点，出现于选择题与计算题中.

入门导学

难点解读——

一、带电粒子在静电场中的直线运动

1. 明确带电粒子除电场力外是否考虑重力.在没有明确指出或暗示下，粒子(如质子、电子、离子、带电粒子等)重力一般忽略不计；当研究对象为"带电微粒"、"带电尘埃"、"带电小球"时，重力一般不能忽略.

2. 了解带电粒子做直线运动的条件：

(1) $F_{合}=0$，$v\neq 0$，物体做匀速直线运动.(2) $F_{合}\neq 0$，力 $F_{合}$ 的方向和速度的方向在同一直线上.

3. 掌握研究带电粒子在电场中运动的一般方法：

(1) 运用牛顿定律研究带电粒子在电场中运动.

基本思路：先用牛顿第二定律求出粒子的加速度，进而确定粒子的运动形式，再根据带电粒子的运动形式运用相应的运动学规律求出粒子的运动情况.

基本方程：$a=\dfrac{Eq}{m}$，$E=\dfrac{U}{d}$，$v^2=v_0^2+2as$(适用于匀强电场，只在电场力作用下).

(2) 运用动能定理研究带电粒子在电场中的运动.

基本思路：根据电场力对带电粒子做功的情况，分析粒子的动能与势能发生转化的情况，运用动能定理或者运用在电场中动能与电势能相互转化而它们的总和守恒的观点，求解粒子的运动情况.

基本方程：只在电场力作用下，$Uq=\dfrac{1}{2}mv^2-\dfrac{1}{2}mv_0^2$，这个关系式对任意静电场都是适用的.若 $v_0=0$，则：$qU=\dfrac{1}{2}mv^2$.

4. 对于带电粒子在非匀强电场中的直线运动问题，应重视动能定理的应用.

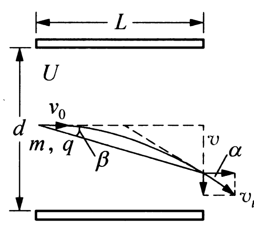
二、带电粒子在静电场中的曲线运动——偏转运动

1. 带电粒子以垂直于电场线方向的初速度 v_0 进入匀强电场时(只在电场力作用下)，粒子做类平抛运动.其处理方法类似于平抛运动的研究方法，即将运动进行分解处理.

2. 带电粒子在匀强电场中的偏转规律：

(1) 速度规律.

$$\left.\begin{aligned} &v_x=v_0;\\ &v_y=at=\frac{qE}{m}\times\frac{L}{v_0}=\frac{qUL}{mdv_0}\end{aligned}\right\}\Rightarrow \tan\alpha=\frac{v_y}{v_x}=\frac{qUL}{dmv_0^2}.$$



(2) 位移规律

$$\left.\begin{aligned} x &= v_0 t, \\ y &= \frac{1}{2}at^2 = \frac{qUL^2}{2dmv_0^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \tan\beta = \frac{y}{x} = \frac{qUL}{2dmv_0^2}.$$

(3) 角度规律

$$\left.\begin{aligned} \tan\alpha &= \frac{v_y}{v_x} = \frac{qUL}{dmv_0^2}, \\ \tan\beta &= \frac{y}{x} = \frac{qUL}{2dmv_0^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$ $\tan\alpha = 2\tan\beta$,可见速度反向延长线平分水平位移,就好像粒子从水平位移的中点发出来一样.

在能够证明的前提下可使用以上二级结论直接分析侧移距离、偏转角与带电粒子的速度、动能、比荷等物理量之间的关系.

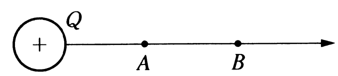
3. 对于带电粒子在电场中的偏转问题,除了用运动学方法,还可结合动能定理和功能关系分析计算速度大小、动势能变化等问题.

三、带电粒子在交变电场中的运动

当电场发生周期性变化时,由于带电粒子在电场中的受力将发生周期性变化,从而使粒子的运动状态发生相应的变化,粒子表现出来的运动形式可能是单向直线运动,也可能是往复变速运动,应结合粒子的初始状态、电压变化的特点,运用牛顿第二定律和运动学知识综合分析,有时结合 v-t 图象可使问题更易解决.

零点突破——

例1 如图所示,在点电荷 $+Q$ 的电场中有 A、B 两点,将质子和 α 粒子(氦原子核)分别从 A 点由静止释放到达 B 点时,它们的速度大小之比为多少?



例1题图

分析 该电场为非匀强电场,带电粒子在 A、B 间的运动为变加速运动,不可能通过力和加速度的途径解出该题.但注意到电场力做功 $W = qU$ 这一关系对匀强电场和非匀强电场都适用,因此从能量的观点入手由动能定理来求解该题.

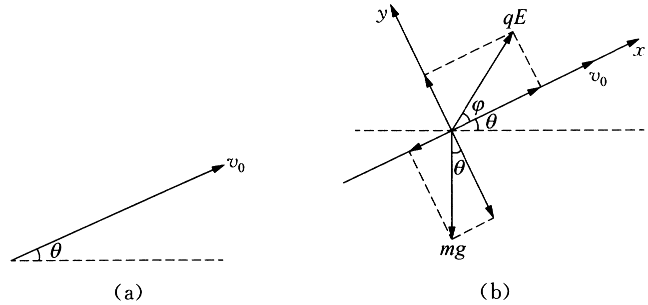
解答 质子和 α 粒子都是正离子,从 A 点释放将受电场力作用加速运动到 B 点.设 A、B 两点间的电势差为 U,由动能定理,对质子:$\frac{1}{2}m_H v_H^2 = q_H U$,对 α 粒子:$\frac{1}{2}m_\alpha v_\alpha^2 = q_\alpha U$,$\frac{v_H}{v_\alpha} = \sqrt{\frac{q_H m_\alpha}{q_\alpha m_H}} = \sqrt{\frac{1\times4}{2\times1}} = \frac{\sqrt{2}}{1}$.

答案 $\sqrt{2}:1$.

例2 质量为 m,电量为 $+q$ 的小球以初速度 v_0 以与水平方向成 θ 角射出,如图(a)所示,如果在某方向加上一定大小的匀强电场后,能保证小球仍沿 v_0 方向做直线运动,试求所加匀强电场的最小值,加了这个电场后,经多长时间速度变为零?

分析 首先要挖掘隐含条件,根据"保证小球仍沿 v_0 方向做直线运动"的条件,推测重力和电场力在垂直于 v_0 方向上的合力为零,找到解题切入点.可采用正交分解法处理力与运动.

解答 建立如图(b)所示坐标系,设场强 E 与 v_0 成 φ 角,则受力如图所示,将力正交分解.由牛顿第二定律可得:$Eq\cdot\sin\varphi - mg\cdot\cos\theta = 0$ ①,$Eq\cdot\cos\varphi - mg\cdot\sin\theta = ma$ ②,由①式得:$E = mg\cos\theta/q\sin\varphi$ ③,由③式得:$\varphi = 90^\circ$ 时,E 最小为 $E_{\min} = mg\cos\theta/q$,其方向与 v_0 垂直斜向上.将 $\varphi = 90^\circ$ 代入②式可得 $a = -g\sin\theta$,即在场强最小时,小球沿 v_0 做加速度大小为 $a = g\sin\theta$ 的匀



例 2 题图

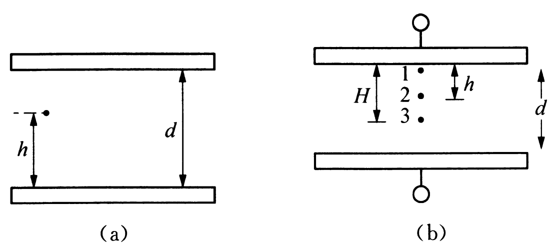
减速直线运动，设运动时间为 t 时速度为 0，则：$0=v_0-g\sin\theta\cdot t$，可得：$t=\dfrac{v_0}{g\sin\theta}$.

点睛 通过思维发散，可找到另一解法：根据三角形法则，重力、电场力及它们的合力应构成一个封闭的三角形. 由图解法可知，当电场力与合力垂直时，电场力具有最小值，有：$qE_{\min}=mg\cos\theta$，故 $E_{\min}=mg\cos\theta/q$.

探究提升——

例 3 (1) 如图(a)所示，带负电的小球静止在水平放置的平行板电容器两板间，距下板 0.8 cm，两板间的电势差为 300 V. 如果两板间电势差减小到 60 V，则带电小球运动到极板上需多长时间？(g 取 10 m/s^2)

(2) 如图(b)所示，一颗质量为 m、电荷量为 q 的微粒，从两块相距为 d、水平放置的平行板中某点由静止释放，落下高度 h 后，在平行板上加上一定的电势差 U，带电微粒经一定时间后速度变为零. 若微粒通过的总位移为 H，试问：两板间的电势差为多少？



例 3 题图

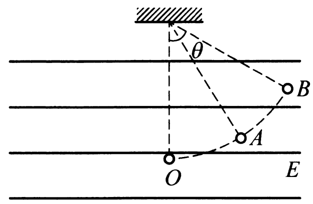
分析 通过受力分析，直接利用牛顿定律和运动学方程或动能定理求解.

解答 (1) 取带电小球为研究对象，设它带电量为 q，则带电小球受重力 mg 和电场力 qE 的作用. 当 $U_1=300$ V 时，小球平衡：$mg=q\dfrac{U_1}{d}$ ①，当 $U_2=60$ V 时，带电小球向下板做匀加速直线运动：$mg-q\dfrac{U_2}{d}=ma$ ②，又 $y=\dfrac{1}{2}at^2$ ③，由 ①②③ 式得：$t=\sqrt{\dfrac{2U_1h}{(U_1-U_2)g}}=4.5\times 10^{-2}$ s.

(2) 解法 1：根据牛顿第二定律结合运动学公式，从位置 1 到位置 2 时，设速度为 v_1，则 $v_1^2=2gh$，从位置 2 到位置 3 有：$H-h=\dfrac{0-v_1^2}{2a_2}$，且 $a_2=g-\dfrac{qU}{md}$，联立解得：$U=\dfrac{mgdH}{q(H-h)}$.

解法 2：用动能定理，从位置 1 到位置 3，根据动能定理有：$mgH-q\cdot\dfrac{(H-h)U}{d}=0$，解得：$U=\dfrac{mgdH}{q(H-h)}$.

例 4 绝缘细绳的一端固定在天花板上，另一端连接着一个带负电的电荷量为 q、质量为 m 的小球，当空间建立水平方向的匀强电场后，绳稳定处于与竖直方向成 $\theta=60^\circ$ 角的 B 位置，如图所示.



例 4 题图

(1)求匀强电场的场强 E.(2)若细绳长为 L，让小球从 $\theta=30^\circ$ 的 A 点由静止释放，王明同学求解小球运动至某点的速度的过程如下：根据动能定理，$-mgL(1-\cos 30^\circ)+qEL\sin 30^\circ=\frac{1}{2}mv^2$，得：$v=\sqrt{2(\sqrt{3}-1)gL}$. 你认为王明同学求的是最低点 O 还是 $\theta=60^\circ$ 的平衡位置 B 处的速度，正确吗?请详细说明理由或求解过程.

分析 这是一个带点小球在电场、重力场的复合场中的平衡与运动问题. 可将两场等效为一个场，小球在该场中将做类单摆运动，位置 B 等效为摆动的"最低点"，也是"平衡位置". 故从 A 处由静止释放，小球不可能到达 O 处.

解答 (1) 小球在 $\theta=60^\circ$ 角处于平衡，则：$Eq=mg\tan\theta$，得：$E=\frac{mg\tan 60^\circ}{q}=\frac{\sqrt{3}mg}{q}$. 由电场力方向水平向右且小球带负电可知，场强方向水平向左.

(2) 王明同学求的是最低点 O 的速度，其求解不正确. 因为小球在 $\theta=60^\circ$ 处处于平衡状态，因此小球从 $\theta=30^\circ$ 的 A 点释放，它不会往 A 点的左边运动，而是以 $\theta=60^\circ$ 处为中心、以 A 点为端点来回摆动，即小球不会运动至最低点 O. 王明同学求解的速度也不是小球运动到 $\theta=60^\circ$ 的平衡位置上的速度. 平衡位置处的速度的正确求解应该是由动能定理：$qE(L\sin 60^\circ-L\sin 30^\circ)-mg(L\cos 30^\circ-L\cos 60^\circ)=\frac{1}{2}mv^2$，解得：$v=(\sqrt{3}-1)\sqrt{gL}$.

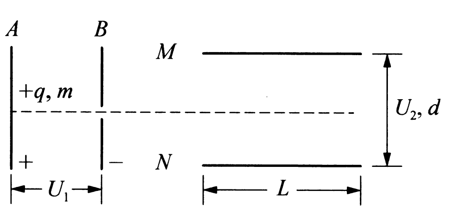
答案 (1) $E=\frac{\sqrt{3}mg}{q}$；(2) 不正确，理由见解答.

例 5 如图(a)所示，A、B 两板竖直放置，两板之间的电压 $U_1=100\ \text{V}$，M、N 两板水平放置，两板之间的距离 $d=0.1\ \text{m}$，板长 $L=0.2\ \text{m}$. 一个质量 $m=2\times10^{-12}\ \text{kg}$，电荷量 $q=+1\times10^{-8}\ \text{C}$ 的带电粒子(不计重力)，从靠近 A 板处由静止释放，经加速电场加速后从 B 板的小孔穿出，沿着 M、N 两板的中轴线垂直进入偏转电场，如果在 M、N 两板之间加上如图(b) 所示的偏转电压，当 $t=\frac{T}{4}$ 时，带电粒子刚开始进入偏转电场，求：

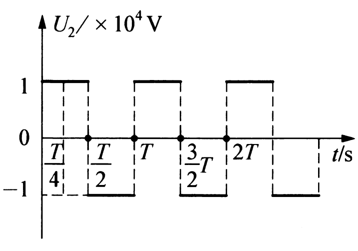
(1) 带电粒子从 B 板的小孔穿出时的速度为多大?

(2) 要使带电粒子能够从 M、N 两板之间(不沿中轴线)穿出，并且穿出后的速度方向保持水平，则交流电 U_2 的周期 T 为多少?

(3) 在满足(2)条件的情况下，它在偏转电场中的最大偏移量是多少?(结果保留一位有效数字)



(a)



(b)

例 5 题图

分析 这是一个带电粒子在电场中的加速与偏转的问题. 其中偏转电场周期性变化，往往涉及多解和最值. 解决加速获得速度的问题一般用动能定理，解决偏转问题必须用动力学方法，一般将运动分解后分方向研究.

解答 (1) 由动能定理得：$qU_1=\frac{1}{2}mv_0^2$，代入数据解得：$v_0=\sqrt{\frac{2qU_1}{m}}=1\times10^3$ m/s.

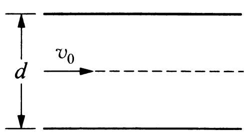
(2) 要使带电粒子能够从 M、N 两板之间穿出，并且穿出后速度方向不变，则带电粒子穿过偏转电场的时间：$t=\left(n+\frac{1}{2}\right)T(n=0,1,2,\cdots)$，带电粒子沿水平方向做匀速直线运动，则：$L=v_0t$，所以：$T=\frac{4\times10^{-4}}{2n+1}$ s$(n=0,1,2,\cdots)$. 带电粒子进入偏转电场时的加速度：$a=\frac{qE}{m}$，场强：$E=\frac{U_2}{d}$，带电粒子在进入偏转电场后的前$\frac{T}{4}$内沿竖直方向的位移：$y=\frac{1}{2}a\left(\frac{T}{4}\right)^2$，要求使带电粒子能够从 M、N 两板之间不沿中轴线穿出，则必须：$2y\leqslant\frac{d}{2}$，由以上各式解得：$n\geqslant4.5$. 所以：$T=\frac{4\times10^{-4}}{2n+1}$ s$(n=5,6,7,\cdots)$.

(3) 要使总偏移量最大，则 n 应取最小，故 $n=5$，由此解得，最大偏移量 $y'=2y\approx0.04$ m.

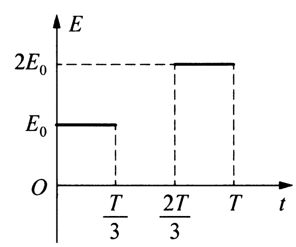
答案 (1) 1×10^3 m/s；(2) $T=\frac{4\times10^{-4}}{2n+1}$ s$(n=5,6,7,\cdots)$；(3) 0.04 m.

压轴精炼

例 6 如图甲所示，两水平金属板间距为 d，板间电场强度的变化规律如图乙所示. $t=0$ 时刻，质量为 m 的带电微粒以初速度 v_0 沿中心线射入两板间，$0\sim\frac{T}{3}$ 时间内微粒匀速运动，T 时刻微粒恰好经金属边缘飞出. 微粒运动过程中未与金属板接触. 重力加速度的大小为 g. 关于微粒在 $0\sim T$ 时间内运动的描述，正确的是(　　).



图甲



图乙

例 6 题图

A. 末速度大小为 $\sqrt{2}v_0$　　　　B. 末速度沿水平方向

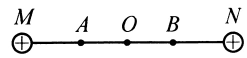
C. 重力势能减少了 $\frac{1}{2}mgd$　　　　D. 克服电场力做功为 mgd

分析 (1)由运动情况分析带电粒子的受力情况：一是重力不能忽略，二是电场力方向竖直向上. (2)受力分析可知，$\frac{T}{3}\sim\frac{2T}{3}$和$\frac{2T}{3}\sim T$ 时段粒子有加速度，必做匀变速曲线运动，可通过运动分解的方法结合牛顿第二定律求解末速度. (3)由题意：$\frac{T}{3}\sim\frac{2T}{3}$和$\frac{2T}{3}\sim T$ 时段粒子在竖直方向总位移为$\frac{d}{2}$，利用功能关系和动能定理可求解电场力做功和重力势能变化.

解答 因$0\sim\frac{T}{3}$时间段内微粒匀速运动，故$qE_0=mg$，在$\frac{T}{3}\sim\frac{2T}{3}$时间段内，粒子只受重力作用，做平抛运动，在$t=\frac{2T}{3}$时刻的竖直速度为：$v_{y1}=\frac{gT}{3}$，水平速度为$v_0$，在$\frac{2T}{3}\sim T$时间段内，粒子满足$2qE_0-mg=ma$，解得$a=g$，方向向上，则在$t=T$时刻，粒子的竖直速度减小到零，水平速度仍为$v_0$，选项A错误，B正确；微粒的重力势能减小了$\Delta E_p=mg\cdot\frac{d}{2}=\frac{1}{2}mgd$，选项C正确；从射入到射出，由动能定理可知：$\frac{1}{2}mgd-W_{克电}=0$，可知克服电场力做功为$\frac{1}{2}mgd$. 选项D错. 故选BC.

答案 BC.

例7 如图所示，两个带正电的点电荷M和N，带电量均为Q，固定在光滑绝缘的水平面上，相距$2L$，A、O、B是MN连线上的三点，且O为中点，$OA=OB=\frac{L}{2}$，一质量为m、电量为q的点电荷以初速度v_0从A点出发沿MN连线向N运动，在运动过程中电荷受到大小恒定的阻力作用，但速度为零时，阻力也为零，当它运动到O点时，动能为初动能的n倍，到B点速度刚好为零，然后返回往复运动，直至最后静止. 已知静电力恒量为k，取O处电势为零. 求：



例7题图

(1)A点的场强大小；(2)阻力的大小；(3)A点的电势；(4)电荷在电场中运动的总路程.

分析 根据矢量合成法则求A点场强；根据电场分布判定A、B等势；大小恒定的阻力做的功与运动路程成正比，利用动能定理求解阻力和总路程.

解答 (1) 由点电荷电场强度公式和电场叠加原理可得：$E=k\frac{Q}{\left(\frac{L}{2}\right)^2}-k\frac{Q}{\left(\frac{3L}{2}\right)^2}=\frac{32kQ}{9L^2}$.

(2) 由对称性知，$\varphi_A=\varphi_B$，电荷从A到B的过程中，电场力做功为零，克服阻力做功为：$W_f=fL$，由动能定理：$-fL=0-\frac{1}{2}mv_0^2$，得：$f=\frac{mv_0^2}{2L}$.

(3) 设电荷从A到O点电场力做功为W_F，克服阻力做功为$\frac{1}{2}W_f$，由动能定理：$W_F-\frac{1}{2}W_f=\frac{1}{2}nmv_0^2-\frac{1}{2}mv_0^2$，得：$W_F=\frac{1}{4}mv_0^2(2n-1)$，由$W_F=q(\varphi_A-\varphi_O)$得：$\varphi_A=\frac{W_F}{q}=\frac{2n-1}{4q}mv_0^2$.

(4) 电荷最后停在O点，在全过程中电场力做功为$W_F=\frac{mv_0^2}{4}(2n-1)$，电荷在电场中运动的总路程为$s$，则阻力做功为$-fs$. 由动能定理：$W_F-fs=0-\frac{1}{2}mv_0^2$，即：$\frac{1}{4}mv_0^2(2n-1)-\frac{mv_0^2}{2L}\cdot s=0-\frac{1}{2}mv_0^2$，解得：$s=(n+0.5)L$.

点睛 静电力做功与路径无关. 若电场为匀强电场，则$W=Fl\cos\alpha=Eql\cos\alpha$；若是非匀强电场，则一般利用$W=qU$来计算.

画龙点睛

1. 运动学公式只适用于处理匀强电场中的运动问题，而动能定理及能量观点更具有普遍性. 动能定理和能量守恒定律在处理电学中能量问题时是首选方法.

2. 功能关系在电学中应用的题目，一般过程复杂且涉及多种性质不同的力，因此，通过审题，抓住受力情况分析和运动过程分析是关键，然后根据不同的运动过程中各力做功的特点来选择相应规律求解.

3. 对带电粒子在交变电场中的直线运动，解题方法一般是：

① 根据力和运动的关系，分析带电粒子在一个变化周期内相关物理量的变化规律.

② 借助运动图象分析运动过程，找出每一运动过程中相关物理量的关系，进行归纳、总结、推理，寻找带电粒子的运动规律.

4. 对带电粒子在交变电场中的曲线运动，一般是运用运动的合成与分解的方法，将曲线运动分解为两个直线运动，运用动力学方法，结合功能关系加以解决.

变式训练

1. 如图所示，三个带电小球 A、B、C 可视为点电荷，所带电荷量分别为 $+Q$、$-Q$、$+q$，A、B 固定在绝缘水平桌面上，C 带有小孔，穿在动摩擦因数处处相同的粗糙绝缘直杆上. 绝缘杆竖直放置在 A、B 连线的中点处，将 C 从杆上某一位置由静止释放，下落至桌面时速度恰好为零. C 沿杆下滑时带电荷量保持不变. 那么 C 在下落过程中，以下判断中正确的是（　　）.

A. 所受摩擦力变大　　B. 电场力做正功

C. 电势能不变　　D. 下落一半高度时速度一定最大

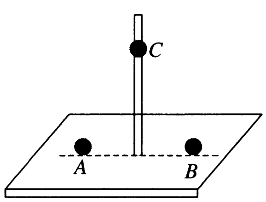
2. 如图所示，板长为 L 的平行板电容器与一直流电源相连接，其极板与水平面成 $30°$ 角；若粒子甲、乙以相同大小的初速度 $v_0=\sqrt{2gL}$ 由图中的 P 点射入电容器，分别沿着虚线 1 和 2 运动，然后离开电容器. 虚线 1 为连接上下极板边缘的水平线，虚线 2 为平行且靠近上极板的直线，则下列关于两粒子的说法中正确的是（　　）.

A. 两者均做匀减速直线运动

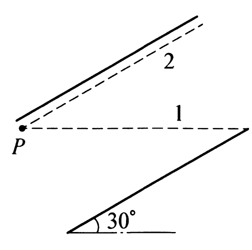
B. 两者电势能均逐渐增加

C. 两者的比荷之比为 3∶4

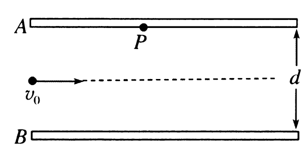
D. 两者离开电容器时的速率之比为 $v_{甲}:v_{乙}=\sqrt{2}:\sqrt{3}$



第 1 题图



第 2 题图

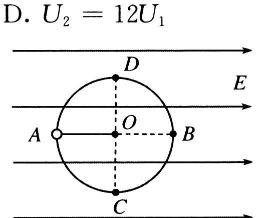


第 3 题图

3. 如图所示，一重力不计的带电粒子以初速度 v_0 射入水平放置、距离为 d 的两平行金属板间，射入方向沿两极板的中心线. 当极板间所加电压为时 U_1，粒子落在 A 板上的 P 点. 如果将带电粒子的初速度变为 $2v_0$，同时将 A 板向上移动 $\frac{d}{2}$ 后，使粒子由原入射点射入后仍落在 P 点，则极板间所加电压 U_2 为（　　）.

A. $U_2=3U_1$　　B. $U_2=6U_1$　　C. $U_2=8U_1$　　D. $U_2=12U_1$

4. （多选）如下图所示，在地面上方的水平匀强电场中，一个质量为 m、电荷量为 $+q$ 的小球，系在一根长为 L 的绝缘细线一端，可以在竖直平面内绕 O 点做圆周运动. AB 为圆周的水平直径，CD 为竖直直径. 已知重力加速度为 g，电场强度 $E=\frac{mg}{q}$. 下列说法中正确的是（　　）.



第 4 题图

A. 若小球在竖直平面内绕 O 点做圆周运动，则它运动的最小速度为 $\sqrt{gL}$

B. 若小球在竖直平面内绕 O 点做圆周运动，则小球运动到 B 点时的机械能最大

C. 若将小球在 A 点由静止释放，它将在 $ACBD$ 圆弧上往复运动

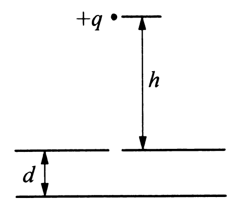
D. 若将小球在 A 点以大小为 $\sqrt{gL}$ 的速度竖直向上抛出，它将能够到达 B 点

5. 如图所示，充电后的平行板电容器水平放置，电容为 C，极板间距离为 d，上极板正中有一小孔. 质量为 m、电荷量为 $+q$ 的小球从小孔正上方高 h 处由静止开始下落，穿过小孔到达下极板处速度恰为零(空气阻力忽略不计，极板间电场可视为匀强电场，重力加速度为 g). 求：

(1) 小球到达小孔处的速度；

(2) 极板间电场强度大小和电容器所带电荷量；

(3) 小球从开始下落到运动到下极板所用的时间.

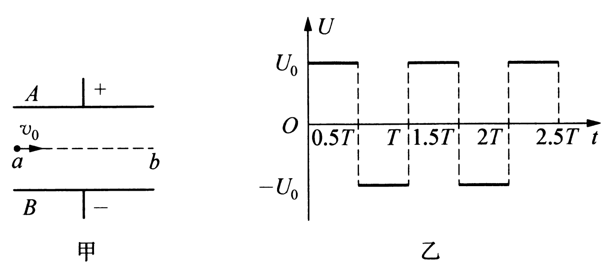


第 5 题图

6. 如图甲所示，长为 L、间距为 d 的两金属板 A、B 水平放置，ab 为两板间的中心线，一个带电粒子以速度 v_0 从 a 点水平射入，沿直线从 b 点射出，若将两金属板接到如图乙所示的交变电压上，欲使该粒子仍能从 b 点以速度 v_0 射出，求：

(1) 交变电压的周期 T 应满足什么条件?

(2) 粒子从 a 点射入金属板的时刻应满足什么条件?



第 6 题图

专题十三　带电粒子在磁场中的运动

带电粒子在有界磁场中的运动问题，是学习的重点，也是历年高考的热点. 命题通常涉及带电粒子在匀强磁场中做匀速圆周运动的基本规律；与临界轨迹有关的最值或范围问题；带电粒子在多个不同的有界磁场中运动的多过程问题以及在磁场中做周期性运动引起的多解性问题. 命题考查学生对受力和运动关系的分析能力、通过作图找几何关系的能力和利用数学计算的能力（涉及到几何知识、三角函数知识）. 思维含量高，对考生的空间想象能力、物理过程的分析能力和物理规律的综合应用能力有较高的要求. 基本以选择题或计算题的形式出现.

入门导学

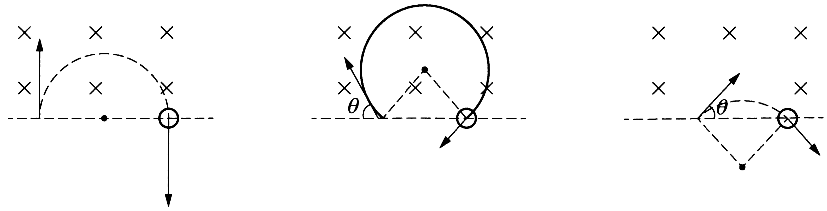
难点解读

一、带电粒子在进出有直线边界的匀强磁场时的运动

1. 带电粒子在进出有单直线边界的匀强磁场时有以下特点：

(1) 局限性：入射速度大小一定，以不同方向射入磁场，其出射点离入射点最远的距离即为轨迹圆的直径. 如图 1(a)所示.

(2) 对称性：进、出该边界的速度方向与边界线夹角相等，轨迹圆圆心一定在入射点与出射点连线的中垂线上. 如图 1 所示.



(a)　　(b)　　(c)

图 1

(3) 完整性：速度大小相等、入射方向与边界夹角为互补角的相同带电粒子，其轨迹圆半径相同，轨迹圆的圆心角之和也为 2π，且出射点离入射点距离相同. 如图 1(b)、(c)所示. 比荷相同、速度相同的正负粒子从匀强磁场的边界同一点入射，则它们的两段圆弧轨迹可构成一个完整的圆，对应的圆心角之和为 2π，如图 2 所示.

2. 带电粒子在进出有双直线边界的匀强磁场时，存在临界极值. 临界条件的突破口是轨迹与边界相切. 如图 3 所示.

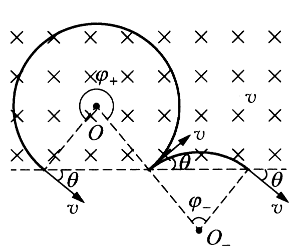


图 2

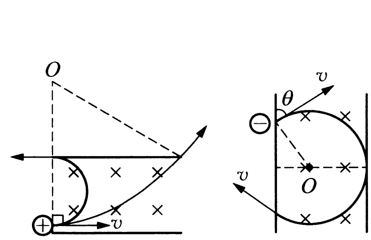


图 3

二、带电粒子在圆形有界匀强磁场中的运动

1. 带电粒子沿径向射入圆形匀强磁场时必沿径向射出磁场. 如图 4 所示.

2. 带电粒子在环状磁场区域中的运动:带电粒子沿(逆)半径方向射入磁场,若能返回同一边界,则一定逆(沿)半径方向射出磁场. 当带电粒子的轨迹与圆边界相切时,粒子有最大速度或磁场有最小的磁感应强度. 如图 5 所示.

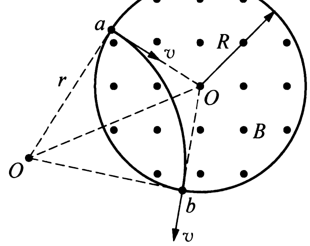


图 4

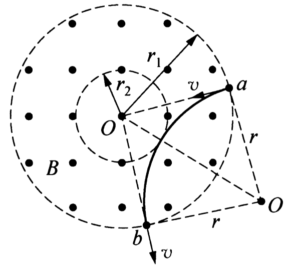


图 5

3. 从圆形边界某点垂直磁场向各个方向发射速率相同的带电粒子,若轨迹圆半径等于圆形磁场区域半径,所有的粒子射出圆形磁场时,速度方向均相同. 反之,以相同速度从边界不同点射入的粒子,若轨迹圆半径等于圆形磁场区域半径,则必从同一点射出磁场(磁聚焦). 如图 6 所示.

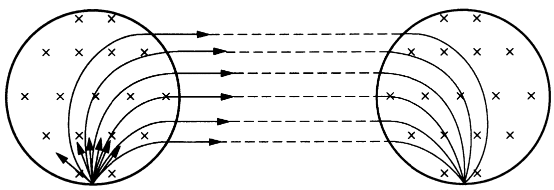


图 6

三、带电粒子在有界匀强磁场中运动的临界问题

1. 粒子的运动轨迹往往是一个残缺圆,因此会出现一些最值问题. 刚好穿出磁场边界的条件是带电粒子在磁场中运动的轨迹与边界相切. 据此可以确定速度、磁感应强度、轨迹圆半径、磁场区域面积等物理量的最值或范围.

2. 寻找临界轨迹的常用方法有:

(1) 轨迹圆的放缩法:当入射粒子的入射方向不变而速度大小可变时,粒子做圆周运动的圆心一定在入射点所受洛伦兹力所表示的射线上,但位置(半径 R)不确定,可以将半径放缩用圆规作出一系列大小不同的轨迹图,运用"放缩法"探索出临界轨迹,如图 7 所示.

(2) 动态圆法:当粒子的入射速度大小确定而方向不确定时,所有不同方向入射的粒子的轨迹圆是一样大的,只是位置绕入射点发生了旋转,将轨迹圆旋转,从定圆的动态旋转中,探索出临界轨迹,从而找出"临界点",如图 8 所示.

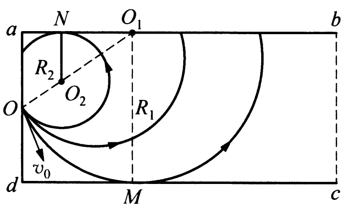


图 7

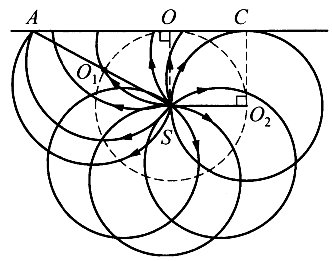


图 8

常见的临界条件是：①轨迹圆与磁场边界相切（如图7中的M、N点，图8中的C点）；②粒子在运动过程中轨迹上两点之间的距离不可能超过$2R$（如图8中的A点）.

3. 最值的计算

（1）速度的最值：当带电粒子在磁场中的运动轨迹与边界相切或运动轨迹恰好过边界的端点时，其速度就是满足条件的最大或最小值. 求出临界轨迹的半径即可求得速度最值.

（2）时间的最值：由$T=\dfrac{2\pi m}{qB}$和$t=\dfrac{\theta}{2\pi}T$得带电粒子在磁场中的运动时间$t=\dfrac{m\theta}{qB}$，时间与速度大小无关，圆心角最大时运动时间最长. 当粒子的入射速度大小确定而方向不确定时，轨迹圆的半径大小一定，在轨迹弧都是劣弧的情况下，最短的弦对应的圆心角最小，运动的时间最短.

（3）磁场范围的最值：求有界磁场的最小范围的关键是分析粒子的运动过程和运动形式，找出运动过程的临界点，画出粒子运动的部分轨迹，根据题目规定的形状画出能覆盖粒子运动轨迹的最小磁场，然后利用数学工具和物理规律相结合分析解出磁场的最小面积.

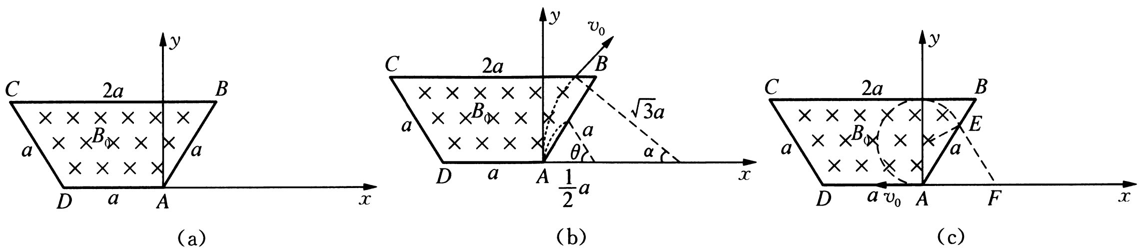
零点突破

例1 真空中有一等腰梯形匀强磁场区域$ABCD$，磁场方向垂直纸面向里，强度为B_0且$AD=AB=a$，$BC=2a$，如图(a)所示，建立以DA边为x轴、A为原点的直角坐标系，从A点在纸面内沿y轴正方向发射各种速率的电子，忽略电子间相互作用，已知电子的电量为e，质量为m.

（1）在磁场中的转动半径分别$\dfrac{1}{2}a$和$\sqrt{3}a$的电子，在磁场中的运动时间之比为多少？

（2）若使所有从A沿y轴正方向出发的电子在磁场中运动时间相同，则电子的速率应满足什么条件？

（3）若使电子从A沿x轴负方向出发，速率应满足什么条件的电子经磁场偏转后能再次回到x轴？且在x轴上什么范围内能接收到返回的电子？



例1题图

分析 先计算粒子刚好从B点射出时对应的轨道半径大小，从而判断出有不同的速度或轨道半径的粒子将从AB、BC的那条边界射出磁场，画出相应的轨迹求解.

解答 （1）由几何关系得$\angle ABC=\angle BAx=60^\circ$. 当粒子恰能从$B$点射出磁场时，可知其粒子轨道半径为$a$，当粒子轨道半径为$a/2$时，将从$AB$边中点射出磁场，其偏转角为$\theta=60^\circ$，半径为$\sqrt{3}a$的粒子将从$BC$边射出磁场，其偏转角为$\alpha$，如图(b)所示. $\sqrt{3}a\sin\alpha=a\sin 60^\circ$，得：$\alpha=30^\circ$. $t_1=\dfrac{\theta}{2\pi}T$，$t_2=\dfrac{\alpha}{2\pi}T$，故两粒子在磁场中运动时间之比为：$t_1:t_2=\theta:\alpha=2:1$.

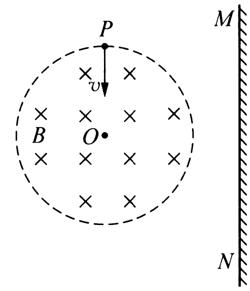
（2）若所有从A沿y轴正方向出发的电子在磁场中运动时间相同，则偏转角相同，必须均从AB边射出磁场才可. 有：$R\leqslant a$，$evB=mv^2/R$，得：$v\leqslant eB_0a/m$.

（3）当粒子沿x轴负方向出发，经磁场偏转后能再次回到x轴，其轨迹最上端不能超出BC边界，如图(c)所示. 此时$2R\leqslant\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，即：$2\dfrac{mv_0}{eB}\leqslant\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，解出：$v_0\leqslant\dfrac{\sqrt{3}eBa}{4m}$. 此时轨迹圆心角为$240^\circ$，

$AF = AE = 2R\cos 30° = \frac{3}{4}a.$

答案 (1) 2∶1；(2) $v \leqslant eB_0a/m$；(3) 从 A 点到 A 点右侧 $\frac{3}{4}a$ 的范围内.

例 2 如图所示，在半径为 R 的圆形区域内充满磁感应强度为 B 的匀强磁场，MN 是一竖直放置的感光板. 从圆形磁场最高点 P 垂直磁场射入大量的带正电、电荷量为 q、质量为 m、速度为 v 的粒子，不考虑粒子间的相互作用力，关于这些粒子的运动以下说法中正确的是(　　).



例 2 题图

A. 只要对着圆心入射，出射后均可垂直打在 MN 上

B. 对着圆心入射的粒子，其出射方向的反向延长线一定过圆心

C. 对着圆心入射的粒子，速度越大在磁场中通过的弧长越长，时间也越长

D. 只要速度满足 $v = \frac{qBR}{m}$，对准圆心方向入射的粒子出射后可垂直打在 MN 上

分析 抓住粒子轨迹是圆弧，磁场的边界也是圆弧的特点，利用几何知识分析出射速度与入射速度方向的关系，确定轨迹圆的圆心角，分析运动时间的关系.

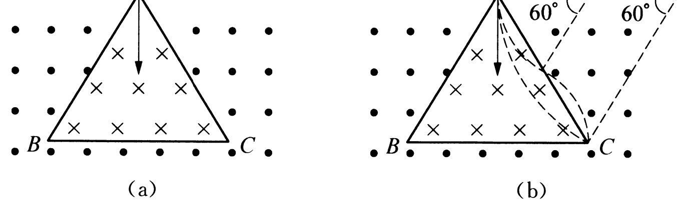
解答 对着圆心沿半径射入的粒子必沿半径射出，但不一定垂直打在 MN 上，选项 A 错误 B 正确；只要速度满足 $v = \frac{qBR}{m}$，粒子的偏转半径 $r = \frac{mv}{qB} = R$，由于 r 等于磁场半径 R，入射点、出射点、O 点与轨迹圆的圆心将构成菱形，射出磁场时对应的轨迹半径与最高点处的圆磁场半径平行，粒子的速度一定垂直打在 MN 板上，故沿不同方向入射的粒子出射后均可垂直打在 MN 上，选项 D 正确；速度不同的粒子，周期相同，由 $t = \frac{\theta}{2\pi}T$ 知圆心角越大偏转时间越长，其中速度越小的粒子轨迹对应的圆心角越大，时间越长，选项 C 错误. 故选 BD.

答案 BD.

探究提升——

例 3 (多选)如图所示，两方向相反、磁感应强度大小均为 B 的匀强磁场被边长为 L 的等边三角形 ABC 理想分开，三角形内磁场垂直纸面向里，三角形顶点 A 处有一质子源，能沿 $\angle BAC$ 的角平分线发射速度不同的质子(质子重力不计)，所有质子均能通过 C 点，质子比荷 $\frac{q}{m} = k$，则质子的速度可能为(　　).

A. $2BkL$　　　B. $\frac{BkL}{2}$　　　C. $\frac{3BkL}{2}$　　　D. $\frac{BkL}{8}$



例 3 题图

分析 沿同一方向发射的速度大小不同的质子，其轨道半径不同，轨迹不同，但同一质子在两个强度大小相同的磁场中，其轨道半径相等. 根据对称性，同一质子在两个方向相反的磁场中运动的轨迹圆的圆心角相等，轨迹弧对应的弦长也相等.

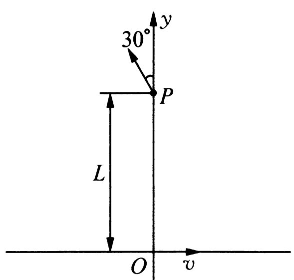
解答 因质子带正电，且经过 C 点，其可能的轨迹如图所示，所有圆弧所对圆心角均为 60°，所以质子运行半径 $r=\frac{L}{n}(n=1, 2, 3, \cdots)$，由洛伦兹力提供向心力，得 $Bqv=m\frac{v^2}{r}$，即 $v=\frac{Bqr}{m}=Bk\cdot\frac{L}{n}(n=1, 2, 3, \cdots)$，故选 BD.

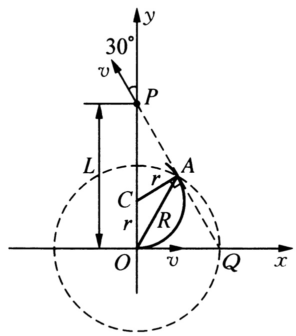
答案 BD.

例 4 有一匀强磁场，磁场方向垂直于 xOy 平面，在 xOy 平面上，磁场分布在以 O 为中心的一个圆形区域内. 一个质量为 m、电荷量为 q 的带电粒子，由原点 O 开始运动，初速度为 v，方向沿 x 轴正方向，后来，粒子经过 y 轴上的 P 点，此时速度方向与 y 轴的夹角为 30°，P 到 O 的距离为 L，如图(a)所示. 不计重力的影响. 求：

(1) 磁场的磁感强度 B 的大小和 xOy 平面上磁场区域的半径 R.

(2) 若匀强磁场方向仍垂直于 xOy 平面，能使该带电粒子完成以上运动的最小的圆形磁场区域的面积是多少？





例 4 题图

分析 可按找圆心、定半径、画轨迹、找关系的程序去解题. 特别要分析出轨迹圆圆心不可能是 O、P 处速度线垂线的交点，P 点是在粒子离开磁场后做直线运动的轨迹与 y 轴的交点. 粒子轨迹弧对应的弦长恰为圆形磁场区域的半径.

解答 (1) 带点粒子在磁场中受洛伦兹力作用做匀速圆周运动，设其轨道半径为 r，$qvB=m\frac{v^2}{r}$ ①，据此并由题意知，粒子在磁场中的轨迹的圆心 C 必在 y 轴上，且 P 点在磁场区之外. 过 P 沿速度方向作反向延长线，它与 x 轴相交于 Q 点. 作过 O 点的圆弧与 x 轴相切，并且与 PQ 相切，切点 A 即粒子离开磁场区的地点. 求得圆弧轨迹的圆心 C 的位置，如图所示. 由图中几何关系得：$L=3r$ ②，由①、②式求得：$B=\frac{3mv}{qL}$ ③，图中 OA 的长度即圆形磁场区的半径 R，由图中几何关系可得：$R=\frac{\sqrt{3}}{3}L$ ④.

(2) 该圆形磁场区域的圆心应在 OA 的中点，直径大小为 OA 长度. 故圆形磁场区域的最小面积为：$S_{\min}=\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\pi R^2=\frac{1}{12}\pi L^2$.

答案　(1) $B=\frac{3mv}{qL}$, $R=\frac{\sqrt{3}}{3}L$；(2) $S_{\min}=\frac{1}{12}\pi L^2$.

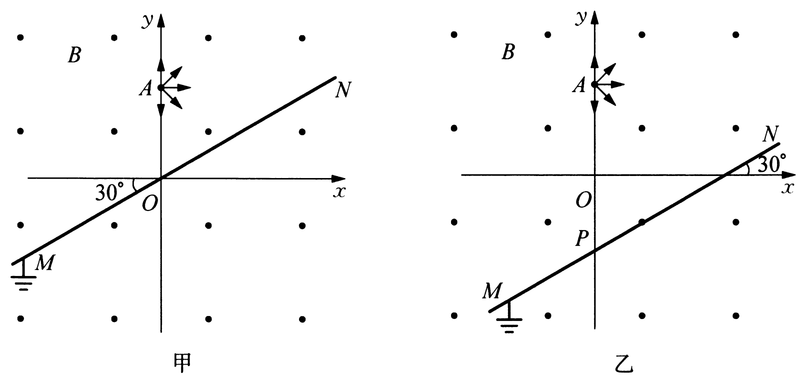
点睛　从圆心处射出的粒子其轨迹弧对应的弦长恰为圆形磁场区域的半径 R.

压轴精炼

例5　如图甲所示，在 Oxy 平面(纸面)内有垂直平面向外的匀强磁场，磁感应强度大小为 B，一足够长的挡板 MN 与 x 轴成30°角倾斜放置且通过原点 O，放射源 A 的位置坐标为(0, a). 某时刻，放射源 A 沿纸面向第一象限内的各个方向均匀地辐射同种带正电的粒子，粒子的质量为 m、电荷量为 q，速率均为$\frac{\sqrt{3}aqB}{2m}$. 不计粒子的重力，不考虑粒子间的相互作用，打到挡板的粒子均被接地的挡板吸收.

(1) 求在同一时刻，放射源 A 发出的能够到达挡板的粒子中，最后到达挡板的粒子和最先到达挡板的粒子的时间差；

(2) 如图乙所示，保持挡板与 x 轴正方向的夹角30°不变，在纸面内沿 y 轴负方向将挡板 MN 平移至某一位置，发现从放射源 A 发出的所有粒子中只有$\frac{1}{3}$的粒子能击中挡板，求挡板与 y 轴交点 P 的纵坐标.



例5题图

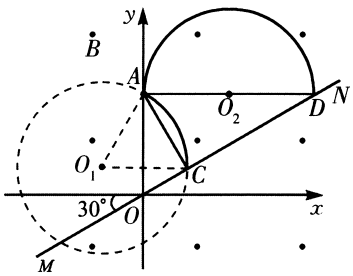
分析　(1) 由洛伦兹力提供向心力即可求出粒子运动的半径，然后求出周期. 根据粒子转过的圆心角与粒子做圆周运动的周期，根据 $t=\frac{\theta}{2\pi}T$ 求出粒子的运动时间. 画出最后到达挡板的粒子和最先到达挡板的粒子的运动轨迹，可求出两者的时间差.

(2) 发射粒子的角度范围是180°，若有$\frac{1}{3}$的粒子能击中挡板，则对应的是发射角度为60°的范围，画出粒子运动的两个临界轨迹，找出几何关系即可正确解答.

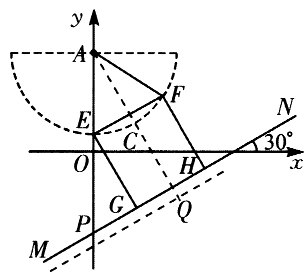
解答　(1) 粒子在纸面内做半径为 R 的匀速圆周运动，由牛顿第二定律有：$qvB=m\frac{v^2}{R}$，代入数据解得：$R=\frac{\sqrt{3}}{2}a$. 弦长最短时对应的圆心角最小，做圆周运动的时间最短. 过 A 点作挡板的垂线，垂足为 C，AC 为最短弦，其对应的圆心为 O_1，如图丙所示. 在 $\triangle OCA$ 中：$AC=a\cdot\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，可见 $\triangle O_1AC$ 为等边三角形，则：$\angle AO_1C=60^\circ$，故在某一时刻，从放射源出发最先到达挡板

的粒子(设为甲)用时:$t_{\min}=\frac{60^\circ}{360^\circ}T_1$;从放射源出发最后到达挡板的粒子(设为乙)用时最长,对应的弦可能为直径$\sqrt{3}a$,过A点作y轴的垂线,垂线AD交挡板于D点,在$\triangle OAD$中:$AD=a\cdot\tan 60^\circ=\sqrt{3}a$,故沿$y$轴正方向射出的乙粒子经过半个圆周最后到达挡板上的$D$点,用时:$t_{\max}=\frac{T_2}{2}$,甲、乙两粒子速率相同,半径相同,由周期公式有:$T_1=T_2=\frac{2\pi m}{qB}$,联立解得甲、乙两粒子到达挡板的时间差:$\Delta t=\frac{2\pi m}{3qB}$.

(2) 如图丁所示,以A点为圆心,以$R=\frac{\sqrt{3}}{2}a$为半径画出所有粒子圆心的轨迹(是过C点的半圆).在直线AC上取点Q,令$CQ=AC=\frac{\sqrt{3}}{2}a$,当挡板平移到$Q$点的下方时,所有粒子都不能到达挡板.假设挡板平移到y轴负方向上的P点时,从放射源A发出的所有粒子中有$\frac{1}{3}$的粒子能击中挡板.作$EF\parallel MN$,交半圆周于E、F,分别过E、F点作挡板的垂线,对应的垂足为G、H,使$EG=FH=R=\frac{\sqrt{3}}{2}a$,当$\angle EAF=\frac{1}{3}\times180^\circ=60^\circ$时,将有$\frac{1}{3}$的粒子(轨迹的圆心位置在$\overset{\frown}{EF}$之间的粒子)能击中挡板.由于$\angle EAC=30^\circ$,故$E$点必在$y$轴上.由几何关系:$AP=R+\frac{R}{\sin 60^\circ}$,$P$点纵坐标:$y_P=-(AP-a)$,联立解得:$y_P=-\frac{\sqrt{3}}{2}a$.



丙



丁

例5题图

答案 (1) $\frac{2\pi m}{3qB}$;(2) $-\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

点睛 本题考查了带电粒子在磁场中做圆周运动的时间最值的计算问题,难度较大,尤其是计算总有$\frac{1}{3}$的粒子能击中挡板时挡板的位置,涉及到临界范围问题,轨迹圆圆心在E、F点的两个粒子其轨迹正好与挡板相切于G、H点.本题对通过作图寻找几何关系的要求较高.

画龙点睛

1. 解决带电粒子在磁场中做匀速圆周运动问题的基本思路是:根据进场点和出场点的速度方向,确定洛伦兹力的方向,其交点为圆心,利用几何关系求出半径.

2. 带电粒子进出有界磁场的问题通常会涉及:

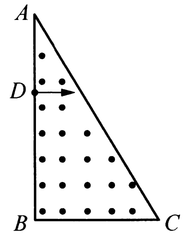
(1) 粒子能否穿出某直线边界,存在临界条件,对应的临界轨迹与该边界线相切.

(2) 在多边界磁场中,粒子能从某一条边界射出,其速度大小或方向的范围.

(3) 入射速度大小或方向的不唯一会引起多解问题. 带电粒子的电性不确定或磁场方向不确定也会引起多解.

变式训练

1. (多选)如图所示,在直角三角形 ABC 内分布着磁感应强度 $B=4\times10^{-4}$ T的匀强磁场,磁场方向垂直三角形所在平面向外. 在 AB 边上的 D 点有一粒子源向磁场区域内以不同的速率发射比荷 $\frac{q}{m}=2.5\times10^{5}$ C/kg 的带正电的粒子,粒子的发射速度均垂直于 AB 边,已知 $AB=3\sqrt{3}$ cm, $AD=\sqrt{3}$ cm, $\angle A=\frac{\pi}{6}$,下列说法中正确的是(　　).



第 1 题图

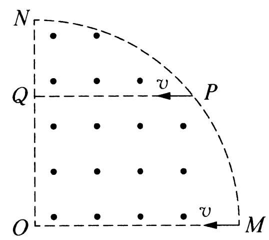
A. 速率 $v>\sqrt{3}$ m/s 的粒子一定从 AC 边射出

B. 速率 $v<\sqrt{3}$ m/s 的粒子可能从 AD 之间射出

C. 速率 $v<\sqrt{3}$ m/s 的粒子可能从 BC 边射出

D. 速率 $v<\sqrt{3}$ m/s 的粒子一定从 DB 之间射出

2. 如图所示,匀强磁场分布在半径为 R 的 $\frac{1}{4}$ 圆形区域 MON 内, Q 为半径 ON 上的一点且 $OQ=\frac{\sqrt{2}}{2}R$, P 点为边界上一点,且 PQ 与 OM 平行. 现有两个完全相同的带电粒子以相同的速度射入磁场(不计粒子重力及粒子间的相互作用),其中粒子 1 从 M 点正对圆心射入,恰从 N 点出,粒子 2 从 P 点沿 PQ 射入,下列说法中正确的是(　　).



第 2 题图

A. 粒子 2 一定从 N 点射出磁场

B. 粒子 2 在 P、N 之间某点射出磁场

C. 粒子 1 与粒子 2 在磁场中的运行时间之比为 3∶2

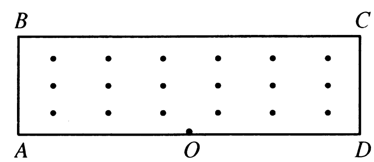
D. 粒子 1 与粒子 2 在磁场中的运行时间之比为 2∶1

3. 如图所示,在矩形区域 $ABCD$ 内有垂直于纸面向外的匀强磁场,磁感应强度大小为 $B=5.0\times10^{-2}$ T,矩形区域长 AD 为 $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ m,宽 AB 为 0.2 m,在 AD 边中点 O 处有一放射源,某时刻,放射源沿纸面向磁场中各方向均匀地发射出速率均为 $v=2\times10^{6}$ m/s的某种带正电粒子,带电粒子质量 $m=1.6\times10^{-27}$ kg,电荷量为 $q=+3.2\times10^{-19}$ C(不计粒子重力),求:

(1) 带电粒子在磁场中做圆周运动的半径;

(2) 从 BC 边界射出的粒子中,在磁场中运动的最短时间;

(3) 分别从 BC 边界和 CD 边界射出粒子数目的比值.



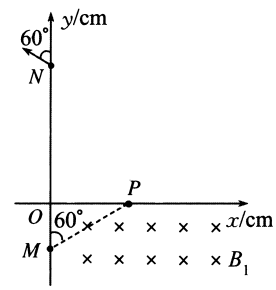
第 3 题图

4. 如图所示，第四象限内有互相正交的匀强电场 E 与匀强磁场 B_1，E 的大小为 0.5×10^3 V/m，B_1 大小为 0.5 T；第一象限的某个矩形区域内，有方向垂直纸面向里的匀强磁场 B_2，磁场的下边界与 x 轴重合. 一质量 $m=1\times10^{-14}$ kg、电荷量 $q=1\times10^{-10}$ C 的带正电微粒以某一速度 v 沿与 y 轴正方向成 60° 角从 M 点沿直线运动，经 P 点进入处于第一象限内的磁场 B_2 区域. 一段时间后，带电微粒经过 y 轴上的 N 点并与 y 轴正方向成 60° 角的方向飞出. M 点的坐标为(0，−10)，N 点的坐标为(0，30)，不计微粒重力，g 取 10 m/s².

(1) 请分析判断匀强电场 E 的方向并求出微粒的运动速度 v；

(2) 匀强磁场 B_2 的大小为多大？

(3) B_2 磁场区域的最小面积为多少？

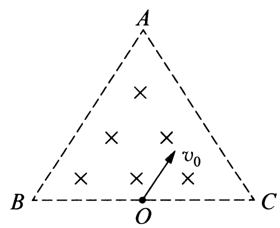


第 4 题图

5. 在边长为 a 的等边三角形 ABC 区域内有一匀强磁场，磁感应强度为 B，方向垂直纸面向里，一带正电的粒子质量为 m，电量为 q，由 BC 边中点 O 沿平行于 AB 的方向射入磁场，速度大小为 v_0，忽略粒子的重力.

(1) 若粒子刚好垂直 AB 边飞出磁场，求粒子在磁场中的运动时间；

(2) 如果要求粒子在磁场中的飞行时间最长，求粒子的速度必须满足的条件.



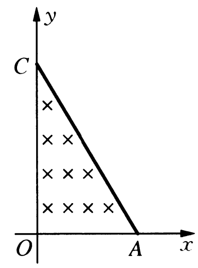
第 5 题图

6. 如图所示，A、C 两点分别位于 x 轴和 y 轴上，$\angle OCA = 30^\circ$，OA 的长度为 L. 在 $\triangle OCA$ 区域内有垂直于 xOy 平面向里的匀强磁场. 质量为 m、电荷量为 q 的带正电粒子，以平行于 y 轴的方向从 OA 边射入磁场. 已知粒子从某点射入时，恰好垂直于 OC 边射出磁场，且粒子在磁场中运动的时间为 t_0. 不计重力.

(1) 求磁场的磁感应强度的大小；

(2) 若粒子先后从两不同点以相同的速度射入磁场，恰好从 OC 边上的同一点射出磁场，求该粒子这两次在磁场中运动的时间之和；

(3) 若粒子从某点射入磁场后，其运动轨迹与 AC 边相切，且在磁场内运动的时间为 $\frac{5}{3}t_0$，求粒子此次入射速度的大小.



第 6 题图

专题十四　带电粒子在复合场中的运动

带电粒子在复合场中的运动问题，是高考物理的必考题型，也是高中物理的重难点知识. 常见类型有：电场、磁场共存于同一空间（复合场）；电场、磁场、重力场共存同一空间（复合场）. 电场、磁场在相邻空间交替分布（组合场）；电场、磁场在时间上交替出现于同一空间（组合场）；电场、磁场在时间或空间上作周期性变化（组合场）等. 实际应用有质谱仪、速度选择器、回旋加速器、霍尔效应、磁流体发电机、电磁流量计等.

入门导学

难点解读——

带电粒子在复合场中的运动解题技巧：

一、弄清复合场的组成

1. 所谓复合场是指电场、磁场、重力场中两场共存或者三场共存的场. 常见有电场、磁场的复合；磁场、重力场的复合；电场、重力场的复合；电场、磁场、重力场的复合等. 尤其是先弄清带电粒子的重力是否考虑.

2. 重力是否考虑分三种情况：

(1) 对于微观粒子，如电子、质子、离子等粒子，因为其重力一般情况下与电场力或磁场力相比太小，可以忽略；而对于一些实际物体，如带电小球、液滴等一般应当考虑其重力.

(2) 在题目中有明确说明是否要考虑重力的，按题目要求处理，解题时注意审题.

(3) 不能直接判断是否要考虑重力的，在进行受力分析与运动分析时，要结合运动状态确定是否要考虑重力.

二、解题步骤和方法

1. 正确进行受力分析，除重力、弹力、摩擦力外要特别注意对静电力和磁场力的分析.

2. 根据受力情况确定带电粒子的运动状态，注意运动情况和受力情况的相结合分析，画出运动轨迹.

3. 灵活选择不同的运动规律列方程求解.

(1) 静止或做匀速直线运动，用平衡的观点去处理，根据受力平衡列方程求解.

(2) 做匀变速直线运动，用牛顿运动定律、动能定理、动量定理、功能关系等去处理.

(3) 做匀变速曲线运动，一般用运动的合成与分解去处理，同时辅助以动能定理和功能关系列方程.

(4) 匀速圆周运动，结合带电粒子在匀强磁场中的运动规律，找圆心、定半径、求时间，应用牛顿定律结合圆周运动规律求解.

(5) 非匀变速曲线运动，一般用动能定理、功能关系去处理.

三、常见类型

1. 类型一：带电粒子在分离的电场、磁场中的运动

即带电粒子先后在电场、磁场中运动. 常见运动模型是匀加速直线运动、类平抛运动、类斜抛运动和匀速圆周运动. 可对带电粒子在电场中的加速或偏转、在匀强磁场中的匀速圆周运动分段选用相应方法研究. 在对带电粒子在每个场中的运动状况分析时，要特别注意粒子在场与场交接处的运动情况，因为这往往是一个临界状态，一定要分析清楚此刻粒子的速度大小和方向以及相应的位置关系，对进入另一个场中的运动有决定性的影响. 有时带电粒子在组合场中的运动具有周期性和对称性，画出运动轨迹是解题的关键.

2. 类型二：多场并存的无约束运动

带电粒子在复合场中运动时没有受到绳子，杆，环等的约束，可以在空间中自由移动，只受场力的作用. 根据空间存在的场的不同，一般带电粒子的运动规律不同，通常可以分为以下几类：

(1) 静止或匀速直线运动

如果是重力场与电场共存，说明电场力等于重力；如果是重力场与磁场共存，说明重力与洛伦兹力平衡；如果是匀强磁场和电场共存说明电场力和洛伦兹力平衡；如果是重力场、电场、磁场三场共存，则粒子的运动情况又分为两类：

① 静止：带电粒子所受的重力和电场力平衡，没有运动不受洛伦兹力作用.

② 匀速直线运动：可能是重力与电场力平衡，但运动方向与磁场方向在同一个直线上，不受洛伦兹力作用；也可能是受到三个场力，这个时候运动方向与磁场方向肯定不在一条直线上，这说明三力平衡，一般结合正交分解法写出对应的方程即可.

(2) 匀变速直线运动或者匀变速曲线运动

一般是电场与重力场共存的情况比较多，由于合力恒定，可以采取等效重力场的方法. 有洛伦兹力作用时不可能做匀变速运动.

(3) 匀速圆周运动

当带电粒子所受的重力与电场力大小相等，方向相反时，带电粒子在洛伦兹力的作用下，在垂直于匀强磁场的平面内做匀速圆周运动. 相当于带电粒子只受洛伦兹力作用的情况.

(4) 较复杂的曲线运动

当带电粒子所受合外力的大小和方向均变化，且与初速度方向不在同一直线上，粒子做非匀变速曲线运动，这时粒子运动轨迹既不是圆弧，也不是抛物线(比如螺旋式运动，这种情况高考一

般不作考查).

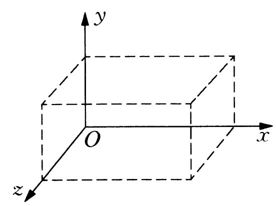
3. 类型三:多场并存有约束的运动

(1) 带电粒子所在的运动空间不仅有电场、磁场、重力场中的任意两个场或者三个场共存,且在运动中还受到了绳子、杆、圆环等的约束,导致带电粒子在空间不能自由移动,也就是说除了受到场力外还受到其他约束力作用,这一类型的题目往往是压轴题的常考题型.由于受到约束力作用,物体的运动形式比不受约束时更加模型化.不同的约束条件可以构造不同的运动模型:绳子或杆的约束作用可以构造直线运动模型、圆周运动模型(如类线模型或类杆模型).因此我们要根据约束的特性,确定带电粒子的运动形式,再根据基本运动的规律来解决问题.

(2) 存在临界问题的,要挖掘隐含条件,从一些关键词如"恰好"、"至少"等寻找解题突破口.利用熟悉的物理模型去寻找规律,建立方程.

零点突破——

例 1 如图所示的虚线区域内存在匀强电场和匀强磁场,取坐标系如图所示.一带电粒子沿 x 轴正方向进入此区域,在穿过此区域的过程中运动方向始终不发生偏转.不计重力的影响,电场强度 E 和磁感应强度 B 的方向可能是(　　)



例 1 题图

A. E 和 B 都沿 x 轴方向

B. E 沿 y 轴正方向,B 沿 z 轴正方向

C. E 沿 z 轴正方向,B 沿 y 轴正方向

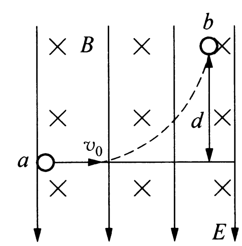
D. E 和 B 都沿 z 轴方向

分析 由于不计重力,只需对各选项中粒子所受的电场力和磁场力的方向作出分析,便可判断.

解答 当 E、B 都沿 x 轴方向时,粒子不受洛伦兹力,受到的电场力的方向与速度在同一直线上,粒子做直线运动,方向不发生偏转,选项 A 对;当 E 沿 y 轴正方向,B 沿 z 轴正方向时,若粒子带正电,则电场力沿 y 轴正方向,洛伦兹力沿 y 轴负方向,当 $qE = qvB$ 时,粒子做匀速直线运动,当粒子带负电荷时,电场力和洛伦兹力均反向,也可能平衡,粒子做匀速直线运动,选项 B 对;当 E 沿 z 轴正方向,B 沿 y 轴正方向,粒子带正电荷时,电场力沿 z 轴正方向,洛伦兹力也沿 z 轴正方向,不能平衡,粒子带负电荷时,两力均沿 z 轴负方向,也不能平衡,选项 C 错;当 E、B 都沿 z 轴方向时,电场力在 z 轴上,洛伦兹力在 y 轴上,两力不能平衡,选项 D 错.故选 AB.

答案 AB.

例 2 如图所示,相互垂直的匀强电场和匀强磁场,其电场强度和磁感应强度分别为 E 和 B,一个质量为 m,带正电荷量为 q 的油滴,以水平速度 v_0 从 a 点射入,经一段时间后运动到 b.试计算:



例 2 题图

(1) 油滴刚进入叠加场 a 点时的加速度.

(2) 若到达 b 点时,偏离入射方向的距离为 d,此时速度大小为多大?

分析 油滴进入的是匀强电场、匀强磁场和重力场共存的区域,做的是非匀变速曲线运动.应利用牛顿第二定律求粒子的瞬时加速度,用动能定理求末速度.

解答 (1) 对 a 点的油滴进行受力分析,油滴受到竖直向下的重力和电场力,竖直向上的洛伦兹力作用.由牛顿第二定律 $qv_0B - mg - Eq = ma$,得:$a = \dfrac{qv_0B-(mg+Eq)}{m}$.

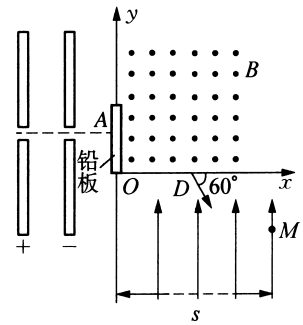
(2) 由动能定理 $-(mg+Eq)d=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$，得 $v=\sqrt{v_0^2-\frac{2(mg+Eq)d}{m}}$.

答案 (1) $a=\frac{qv_0B-(mg+Eq)}{m}$；(2) $v=\sqrt{v_0^2-\frac{2(mg+Eq)d}{m}}$.

拓展提升

例3 如图所示，在第一象限有一磁感应强度为 B、方向垂直纸面向外的匀强磁场；在第四象限有一水平宽度为 s（竖直范围足够大）的匀强电场，电场强度大小未知、方向竖直向上. 铅板垂直放置在 y 轴处，且与纸面垂直. 现有一质量为 m、电荷量为 q 的粒子由静止经过加速电压为 U 的电场加速，然后以垂直于铅板的方向从 A 处沿直线穿过铅板，而后从 x 轴上的 D 处以与 x 轴正向夹角为 60° 的方向进入电场区域，最后恰好从电场的右边界 M 处水平射出. 已知 O、D 间距离为 l（不计粒子重力）求：

(1)粒子经过铅板时损失了多少动能？(2)粒子从电场右边界射出时距 x 轴的距离为多大？



例3题图

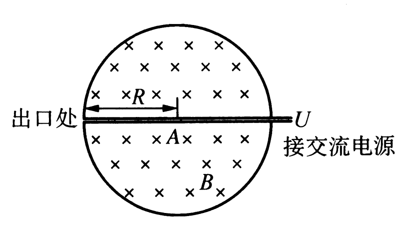
分析 带电粒子在三个分立的电、磁场中分别做匀加速直线运动、匀速圆周运动和类斜抛运动，可利用动能定理、牛顿运动定律、圆周运动公式、运动分解法以及几何知识结合求解.

解答 (1) 由动能定理可知此带电粒子穿过铅板前的动能：$E_{k0}=qU$，由几何知识可得：$\frac{l}{R}=\sin 60°$，根据 $qvB=m\frac{v^2}{R}$，得 $v=\frac{qBR}{m}$，由于洛伦兹力不做功，带电粒子穿过铅板后的动能：$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{2q^2B^2l^2}{3m}$，因此粒子穿过铅板时动能的损失为：$\Delta E_k=E_{k0}-E_k=qU-\frac{2q^2B^2l^2}{3m}$.

(2) 粒子在电场中水平方向做匀速直线运动：$v_x=v\cos 60°=\frac{\sqrt{3}qBl}{3m}$，运动时间为：$t=\frac{s-l}{v_x}=\frac{\sqrt{3}m(s-l)}{qBl}$，粒子在竖直方向做匀减速直线运动：$v_y=v\sin 60°=\frac{qBl}{m}$，$y=\frac{v_y}{2}t=\frac{\sqrt{3}}{2}(s-l)$.

答案 (1) $qU-\frac{2q^2B^2l^2}{3m}$；(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}(s-l)$.

例4 1932 年，劳伦斯和利文斯设计出了回旋加速器. 回旋加速器的工作原理如图所示，置于高真空环境中的 D 形金属盒半径为 R，两盒间的狭缝很小，带电粒子穿过的时间可以忽略不计. 磁感应强度为 B 的匀强磁场与盒面垂直. A 处粒子源产生的粒子，质量为 m、电荷量为 $+q$，在加速器中被加速，加速电压为 U. 加速过程中不考虑相对论效应和重力作用.



例4题图

(1) 求粒子第 2 次和第 1 次经过两 D 形盒间狭缝后轨道半径之比；

(2) 求粒子从静止开始加速到出口处所需的时间 t；

(3) 实际使用中，磁感应强度和加速电场频率都有最大值的限制. 若某一加速器磁感应强度和加速电场频率的最大值分别为 B_m、f_m，试讨论粒子能获得的最大动能 E_{km}.

分析 (1) 根据动能定理可求出经狭缝加速后的速度，然后根据洛伦兹力提供向心力，推出

半径表达式可求两次轨道半径之比；

(2) 假设粒子运动 n 圈后到达出口，则共加速 $2n$ 次，整体运用动能定理，再与向心力公式、粒子运动的固有周期公式联立求解总时间 t；

(3) f_{Bm} 是对应粒子在磁场中运动可提供的最大频率，f_m 是对应加速电场可提供的最大频率，选两者较小者，作为其共同频率，然后求此频率下的最大动能.

解答 (1) 设粒子第 1 次经过狭缝后的半径为 r_1，速度为 v_1，$qU=\frac{1}{2}mv_1^2$，$qv_1B=m\frac{v_1^2}{r_1}$，解得：$r_1=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$. 同理，粒子第 2 次经过狭缝后的半径：$r_2=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{4mU}{q}}$，则 $r_2:r_1=\sqrt{2}:1$.

(2) 设粒子到出口处被加速了 n 圈，$2nqU=\frac{1}{2}mv^2$，$qvB=m\frac{v^2}{R}$，$T=\frac{2\pi m}{qB}$，$t=nT$，解得：$t=\frac{\pi BR^2}{2U}$.

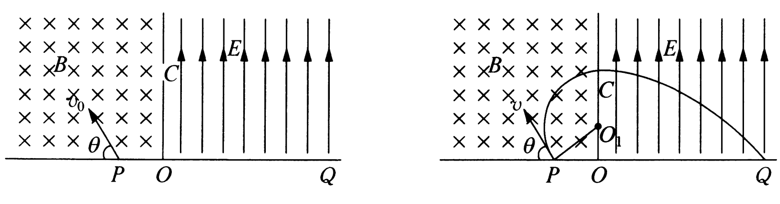
(3) 加速电场的频率应等于粒子在磁场中做圆周运动的频率，即 $f=\frac{qB}{2\pi m}$. 当磁场感应强度为 B_m 时，加速电场的频率应为：$f_{Bm}=\frac{qB_m}{2\pi m}$，粒子的动能：$E_k=\frac{1}{2}mv^2$. 当 $f_{Bm}\leqslant f_m$ 时，粒子的最大动能由 B_m 决定，$qv_mB_m=m\frac{v_m^2}{R}$，解得：$E_{km}=\frac{q^2B_m^2R^2}{2m}$；当 $f_{Bm}\geqslant f_m$ 时，粒子的最大动能由 f_m 决定，$v_m=2\pi f_mR$，解得：$E_{km}=2\pi mf_m^2R^2$.

答案 (1)$\sqrt{2}:1$；(2) $t=\frac{\pi BR^2}{2U}$；(3) $f_{Bm}\leqslant f_m$ 时，$E_{km}=\frac{q^2B_m^2R^2}{2m}$；$f_{Bm}\geqslant f_m$ 时，$E_{km}=2\pi mf_m^2R^2$.

点睛 此题是带电粒子在复合场中运动与动能定理的灵活应用，每一问都比较新颖，需要反复琢磨解答过程.

压轴精炼——

例 5 如图(a)所示的区域中，左边为垂直纸面向里的匀强磁场，磁感应强度 B 大小未知，右边是一个电场强度大小为 $E=\frac{mv_0^2}{2qL}$ 的匀强电场，其方向平行于 OC 向上且垂直于磁场方向. 有一初速度大小为 v_0，质量为 m、电荷量为 $-q$ 的带电粒子从 P 点沿与边界线 PQ 的夹角 $\theta=60°$ 的方向射入匀强磁场，恰好从距 O 点正上方 L 处的 C 点垂直于 OC 射入匀强电场，最后打在 Q 点，不计粒子的重力，求：



例 5 题图

(1) 磁感应强度 B 的大小；

(2) 求粒子从 P 至 Q 所用时间及 OQ 的长度；

(3) 如果保持电场与磁场方向不变，而将它们左右对调，且磁感应强度大小变为原来的 $\frac{1}{4}$，电

场强度减小到原来的一半，粒子仍从 P 点以速度 v_0 沿某一方向射入，恰好从 O 点正上方的小孔 C 射入匀强磁场，则粒子进入磁场后做圆周运动的半径是多少？

分析 (1) 粒子在磁场中做的是匀速圆周运动，在电场中粒子做的是类平抛运动，作出运动轨迹图，根据几何关系求出带电粒子做圆周运动的半径，再求磁感应强度和运动时间；

(2) 将电场中的类平抛运动进行分解，求得电场中运动时间和 OQ 的长度；

(3) 电场和磁场左右对调后，因初速度方向不确定，故选用动能定理来计算出 C 点时的速度，从而计算进入磁场时的轨道半径.

解答 (1) 作出粒子在磁场中做匀速圆周运动的轨迹，如图(b)所示. 由几何关系可知：$r+r\cos 60^\circ = L$，由洛伦兹力提供向心力可得：$qv_0B=\frac{mv_0^2}{r}$，解得 $B=\frac{3mv_0}{2qL}$.

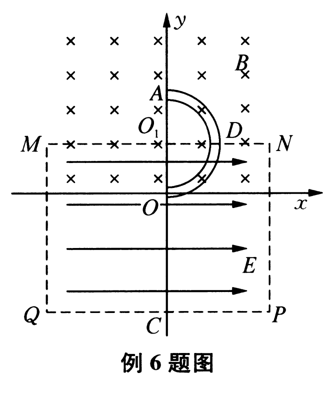
(2) 粒子在磁场中运动的周期 $T=\frac{2\pi m}{qB}$，粒子在磁场中运动的时间为：$t_1=\frac{T}{3}$，粒子在电场中做类平抛运动，在垂直电场方向：$x=v_0t_2$，在平行电场方向：$qE=ma$，$L=\frac{1}{2}at_2^2$，解得粒子从 P 运动至 Q 点所用的时间：$t=t_1+t_2=\frac{4\pi L}{9v_0}+\frac{2L}{v_0}$，$OQ$ 的长度为：$x=2L$.

(3) 电场和磁场左右对调后，$E'=\frac{1}{2}E=\frac{mv_0^2}{4qL}$，粒子在电场中运动，由动能定理可得：

$-qE'L=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$，粒子在磁场中运动：$B'=\frac{1}{4}B=\frac{3mv_0}{8qL}$，$qvB'=\frac{mv^2}{r'}$，解得粒子进入磁场后做圆周运动的半径为：$r'=\frac{4\sqrt{2}}{3}L$.

答案 (1) $B=\frac{3mv_0}{2qL}$；(2) $t=\frac{4\pi L}{9v_0}+\frac{2L}{v_0}$，$x=2L$；(3) $r'=\frac{4\sqrt{2}}{3}L$.

例6 如图所示，在直角坐标系 xOy 平面内有一矩形区域 $MNPQ$，矩形区域内有水平向右的匀强电场，场强为 E；在 $y\geqslant 0$ 的区域内有垂直于坐标平面向里的匀强磁场，半径为 R 的光滑绝缘空心半圆管 ADO 固定在坐标平面内，半圆管的一半处于电场中，圆心 O_1 为 MN 的中点，直径 AO 垂直于水平虚线 MN，一质量为 m、电荷量为 q 的带电粒子(重力不计)从半圆管的 O 点由静止释放，进入管内后从 A 点穿出恰能在磁场中做半径为 R 的匀速圆周运动，当粒子再次进入矩形区域 $MNPQ$ 时立即撤去磁场，此后粒子恰好从 QP 的中点 C 离开电场. 求：



例6题图

(1) 该粒子带何种电荷？匀强磁场的磁感应强度 B 的大小；

(2) 矩形区域的长度 MN 和宽度 MQ 应满足的条件？

(3) 粒子从 A 点运动到 C 点的时间.

分析 (1)由动能定理可求得粒子从 A 点飞出的速度，再由洛伦兹力充当向心力可求得磁感应强度；(2)粒子在矩形区域内做类平抛运动，由运动的合成与分解知识可求得矩形区域的长宽；(3)求出粒子在各过程的时间，则可求得总时间.

解答 (1) 粒子从 O 到 A 过程中由动能定理得：$qER=\frac{1}{2}mv^2$，从 A 点穿出后做匀速圆周运动，有：$qvB=m\frac{v^2}{R}$，解得：$B=\sqrt{\frac{2mE}{qR}}$.

(2) 粒子再次进入矩形区域后做类平抛运动，由题意得：$R=\frac{1}{2}at^2$，$a=\frac{qE}{m}$，$R+OC=vt$，联立解得：$OC=R$，所以，矩形区域的长度 $MN\geqslant 2R$，宽度 $MQ\geqslant 2R$.

(3) 粒子从 A 点到矩形边界 MN 的过程中，有：$t_1=\frac{1}{4}\cdot\frac{2\pi m}{qB}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{mR}{2qE}}$，从矩形边界 MN 到 C 点的过程中，有：$t_2=\sqrt{\frac{2R}{a}}=\sqrt{\frac{2mR}{qE}}$，故所求时间为：$t=t_1+t_2=\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{mR}{2qE}}+\sqrt{\frac{2mR}{qE}}\right)$.

答案 (1) $B=\sqrt{\frac{2mE}{qR}}$；(2) $MN\geqslant 2R$，$MQ\geqslant 2R$；(3) $t=\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{mR}{2qE}}+\sqrt{\frac{2mR}{qE}}\right)$.

点睛 本题中粒子先做有轨道束缚的非匀速圆周运动再做无轨道束缚的匀速圆周运动，后又做类平抛运动，要学会分析粒子的运动过程，明确各种过程中的运动规律，选择正确的规律求解.

画龙点睛

1. 带电粒子在复合场中运动问题的分析思路：

(1) 作正确的受力分析，尤其是电场力和磁场力的分析.

(2) 正确分析物体的运动状态：找出物体的速度、位置及其变化特点，分析运动过程，画运动轨迹. 如果出现临界状态，要分析临界条件.

(3) 利用合适的物理规律列方程，结合几何、三角知识联立方程求解.

2. 带电粒子在复合场中常见的运动类型：

(1) 当粒子在复合场内所受合力为零时，做匀速直线运动(如速度选择器).

(2) 当带电粒子所受的重力与电场力等值反向，洛伦兹力提供向心力时，带电粒子在垂直于磁场的平面内做匀速圆周运动.

(3) 当带电粒子所受的合力是变力，且与初速度方向不在一条直线上时，粒子做非匀变速曲线运动，这时粒子的运动轨迹既不是圆弧，也不是抛物线，一般不作运动的分解，可使用动能定理求解.

变式训练

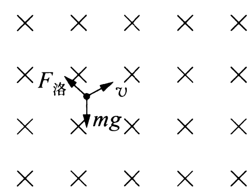
1. 一个带电粒子在磁场中运动，某时刻速度方向如图所示，带电粒子受到的重力和洛伦兹力的合力的方向恰好与速度方向相反，不计阻力，那么接下去的一小段时间内，带电粒子(　　).

A. 可能做匀减速运动

B. 不可能做匀减速运动

C. 可能做匀速直线运动

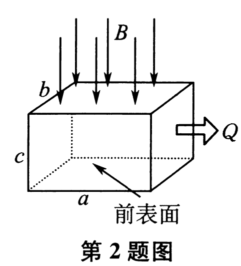
D. 不可能做匀速直线运动



第 1 题图

2. 为了测量某化工厂的污水排放量，技术人员在该厂的排污管末端安装了右图所示的流量计，该装置由绝缘材料制成，长、宽、高分别为 a、b、c，左右两端开口，在垂直于上下底面方向加磁感应强度为 B 的匀强磁场，在前后两个内侧固定有金属板作为电极，污水充满管口从左向右流经该装置时，电压表将显示两个电极间的电压 U. 若用 Q 表示污水流量(单位时间内排出的污水体积)，下列说法中正确的是(　　).

A. 若污水中正离子较多，则前表面比后表面电势高



第 2 题图

B．前表面的电势一定低于后表面的电势，与哪种离子多少无关

C．污水中离子浓度越高，电压表的示数将越大

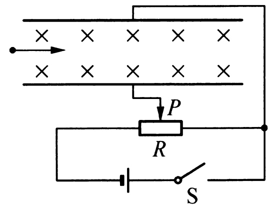
D．污水流量 Q 与 U 成正比，与 a、b 无关

3. 一对平行金属板水平放置，板间距离为 d，板间有磁感应强度为 B 的水平向里的匀强磁场，将金属板连入如图所示的电路，已知电源内阻为 r，滑动变阻器的总电阻为 R. 现将开关 S 闭合，并调节滑动触头 P 至右端长度为总长度的 1/4，一质量为 m、电荷量为 q 的带电质点从两板正中央左端以某一初速度水平飞入场区，恰好做匀速圆周运动.

(1) 求电源的电动势；

(2) 若将滑动变阻器的滑动触头 P 调到 R 的正中间位置，可以使原带电质点以水平直线从两板间穿过，求该质点进入磁场的初速度 v_0；

(3) 若将滑动变阻器的滑动触头 P 调到 R 的最左端，原带电质点恰好能从金属板边缘飞出，求质点飞出时的动能.



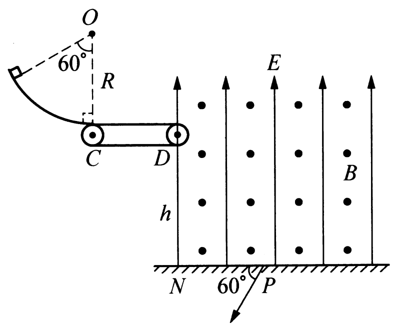
第 3 题图

4. 如图所示，半径 $R=1.6\ \text{m}$ 的 $\frac{1}{6}$ 光滑圆弧轨道位于竖直平面内，与长 $L=3\ \text{m}$ 的绝缘水平传送带平滑连接，传送带以 $v=3\ \text{m/s}$ 的速率顺时针转动，传送带右侧空间存在互相垂直的匀强电场和匀强磁场，电场强度 $E=20\ \text{N/C}$，方向竖直向上，磁感应强度 $B=3.0\ \text{T}$，方向垂直纸面向外. 两个质量均为 $m=1.0\times10^{-3}\ \text{kg}$ 的物块 a 和 b，物块 a 不带电，b 带 $q=1.0\times10^{-3}\ \text{C}$ 的正电并静止于圆弧轨道最低点，将 a 物块从圆弧轨道顶端由静止释放，运动到最低点与 b 发生正碰，碰撞时间极短，碰后粘合在一起，离开传送带后一起飞入复合场中，最后以与水平地面成 60° 角落在地面上的 P 点(如图所示)，已知两物块与传送带之间的动摩擦因数均为 $\mu=0.1$，取 $g=10\ \text{m/s}^2$，a、b 均可看作质点. 求：

(1) 物块 a 运动到圆弧轨道最低点时对轨道的压力大小；

(2) 传送带距离水平地面的高度；

(3) 两物块碰撞后到落地前瞬间的运动过程中，a、b 系统机械能的变化量.



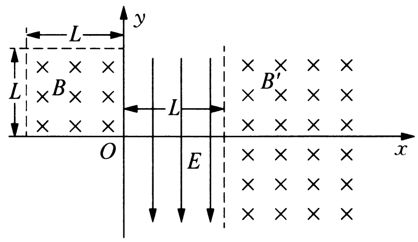
第 4 题图

5. 如图所示，在直角坐标系的第Ⅱ象限中，一边长为 L 的正方形区域内存在磁感应强度大小为 B、方向垂直 xOy 平面向里的匀强磁场，磁场的下边界与 x 轴重合，右边界与 y 轴重合；在第Ⅰ、Ⅳ象限 $x<L$ 区域内存在沿 y 轴负方向的匀强电场，电场强度大小为 E，在 $x>L$ 区域内存在磁感应强度大小为 B'、方向垂直纸面向里的矩形区域匀强磁场. 一质量为 m、电荷量为 q 的带正电的粒子(重力不计)以沿 y 轴负方向的速度进入第Ⅱ象限的匀强磁场区域，并从坐标原点 O 处沿 x 轴正方向射入匀强电场区域.

(1) 求带电粒子射入第Ⅱ象限的匀强磁场时的速度大小；

(2) 求带电粒子从匀强电场区域射出时的位置坐标；

(3) 若带电粒子进入 $x>L$ 区域的匀强磁场时的速度方向与 x 轴正方向成 45° 角，要使带电粒子能够回到 $x<L$ 区域，则 $x>L$ 区域矩形匀强磁场的最小面积为多少？



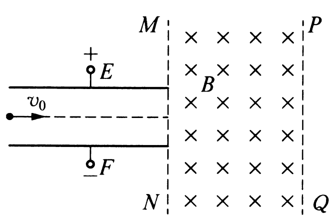
第 5 题图

6. 如图甲所示，竖直虚线 MN、PQ 间有垂直于纸面向里的匀强磁场，MN 左侧有水平的平行金属板，板的右端紧靠虚线 MN，在两板的电极 E、F 上加上如图乙所示的电压，在板的左侧沿两板的中心线不断地射入质量为 m、电荷量为 $+q$ 的带电粒子，粒子的速度均为 v_0，侧移最大的粒子刚好从板的右侧边缘射入磁场，两板长为 L，若 $\frac{L}{v_0}$ 远小于 T，磁场的磁感应强度为 B，$U_0=\frac{mv_0^2}{3q}$，不计粒子的重力，求：

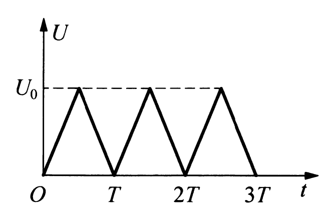
(1) 两板间的距离 d 为多少？

(2) 要使所有粒子均不能从边界 PQ 射出磁场，PQ、MN 间的距离至少多大？

(3) 若将下板下移 $(\sqrt{3}-1)d$，则所有粒子进入磁场后，要使所有粒子均不能从边界 PQ 射出磁场，PQ、MN 间的距离至少为多大？



甲



乙

第 6 题图

专题十五　电磁感应与力学综合

电磁感应与力学问题联系的桥梁是磁场对感应电流的安培力.此类题往往成为压轴题.主要涉及力学平衡问题、动态分析问题、能量转化与守恒问题.一方面考查电磁学有关规律,如楞次定律、法拉第电磁感应定律、左手定则、右手定则、安培力计算公式等;另一方面考查力学有关规律,如牛顿运动定律、动量定理、动能定理、能量守恒定律等,是高考的热点问题.典型问题是导体切割磁感线类问题,有双轨单棒类、双轨双棒类、线框类等.常以较难题出现在选择题和计算题中.

入门导学

难点解读

1. 一般解题步骤:

(1) 选择研究对象,即是哪一根导体棒(线圈)或哪几根导体棒组成的系统.

(2) 用法拉第电磁感应定律和楞次定律(包括右手定则)求出感应电动势的大小和方向.

(3) 画出等效电路图,依据闭合电路欧姆定律,求出回路中的感应电流.

(4) 分析研究对象的受力情况(其中安培力可利用左手定则确定其方向).

(5) 选用相应的物理规律列方程求解.

2. 导体的两种状态及处理方法:

(1) 导体的平衡态——静止状态或匀速直线运动状态.

处理方法:根据平衡条件即合外力等于零列方程分析计算.

(2) 导体的非平衡态——加速度不为零.

处理方法:根据牛顿第二定律进行动态分析或结合动量观点、功能关系、能量守恒定律分析.

3. 动态分析的基本思路是:导体运动产生感应电动势→产生感应电流→通电导体受安培力→合外力变化→加速度变化→速度变化,最终导体的加速度等于零,导体达到稳定运动状态,要抓住 $a=0$ 时,速度 v 达最大值的特点.

4. 电磁感应中的能量问题:

(1) 电磁感应过程中产生的感应电流在磁场中必定受到安培力的作用,因此,要维持感应电流的存在,必须有"外力"克服安培力做功.此过程中,其他形式的能转化为电能."外力"克服安培力做了多少功,就有多少其他形式的能转化为电能.而当感应电流通过用电器时,电能又转化为其他形式的能.可见,电磁感应的过程总是伴随能量的转化.

(2) 解题思路:从能量转化和守恒着手,运用动能定理或能量守恒定律求解.

① 基本思路:受力分析→弄清哪些力做功,做正功还是负功→明确有哪些形式的能量参与转化,哪些增哪些减→由动能定理或能量守恒定律列方程求解.

② 能量转化特点:其他形式能(如机械能) $\xrightarrow{\text{安培力做负功}}$ 电能 $\xrightarrow{\text{电流做功}}$ 内能(焦耳热).

(3) 电能求解的三种方法:

① 功能关系:电磁感应过程产生的电能等于该过程克服安培力所做功: $Q=-W_{安}$.

② 能量守恒:电磁感应过程中产生的电能等于该过程中其他形式能的减少量: $Q=|\Delta E_{其他}|$.

③ 利用电流做功:电磁感应过程中产生的电能等于通过电路中电流所做的功.若回路中电流恒定,可以利用电路结构及 $W=UIt$ 或 $Q=I^2Rt$ 直接进行计算.

零点突破

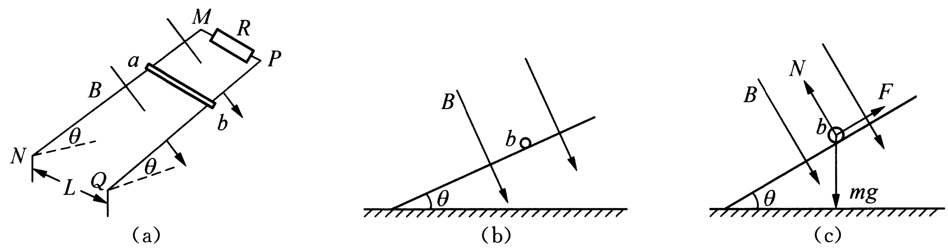
例 1　如图(a)所示,两根足够长的直金属导轨 MN、PQ 平行放置在倾角为 θ 的绝缘斜面上,两导轨间距为 L. M、P 两点间接有阻值为 R 的电阻.一根质量为 m 的均匀直金属杆 ab 放在两导轨上,并与

导轨垂直. 整套装置处于磁感应强度为 B 的匀强磁场中，磁场方向垂直斜面向下，导轨和金属杆的电阻可忽略. 让 ab 杆沿导轨由静止开始下滑，导轨和金属杆接触良好，不计它们之间的摩擦.

(1) 由 b 向 a 方向看到的装置如图(b)所示，请在此图中画出 ab 杆下滑过程中某时刻的受力示意图；

(2) 在加速下滑过程中，当 ab 杆的速度大小为 v 时，求此时 ab 杆中的电流及其加速度的大小；

(3) 求在下滑过程中，ab 杆可以达到的速度最大值.



例 1 题图

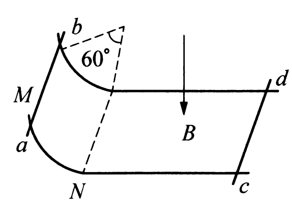
分析 导体 ab 沿导轨下滑过程中受三个力作用，即重力 mg，支持力 N、和安培力 $F_{安}$，如图(c)所示，ab 由静止开始下滑后，将是 $v\uparrow\rightarrow E\uparrow\rightarrow I\uparrow\rightarrow F_{安}\uparrow\rightarrow a\downarrow$（$\uparrow$ 为增大符号），所以这是个变加速过程，当加速度减到 $a=0$ 时，其速度即增到最大 $v=v_m$，此时必将处于平衡状态.

解答 (1) 重力 mg，竖直向下，支撑力 N，垂直斜面向上，安培力 F，沿斜面向上. 如图(c)所示；(2) 当 ab 杆速度为 v 时，感应电动势 $E=BLv$，此时电路中电流：$I=\dfrac{E}{R}=\dfrac{BLv}{R}$，$ab$ 杆受到安培力 $F=BIL=\dfrac{B^2L^2v}{R}$，根据牛顿运动定律，有：$ma=mg\sin\theta-F=mg\sin\theta-\dfrac{B^2L^2v}{R}$，$a=g\sin\theta-\dfrac{B^2L^2v}{mR}$；(3) 当 $\dfrac{B^2L^2v}{R}=mg\sin\theta$ 时，ab 杆达到最大速度 v_m，$v_m=\dfrac{mgR\sin\theta}{B^2L^2}$.

答案 (1) 如图(c)；(2) $I=\dfrac{BLv}{R}$，$a=g\sin\theta-\dfrac{B^2L^2v}{mR}$；(3) $v_m=\dfrac{mgR\sin\theta}{B^2L^2}$.

点睛 若在例题中平行金属导轨是粗糙的，ab 与其动摩擦因数为 μ，则导体 ab 下滑的最大速度为 v_m，有：$mg\sin\theta-\mu mg\cos\theta-F=0$ ①，$F=BIL=\dfrac{B^2L^2v}{R}$ ②，由①②式得：$v_m=\dfrac{mg(\sin\theta-\mu\cos\theta)R}{B^2L^2}$.

例 2 如图所示，两根间距为 L 的光滑金属导轨(不计电阻)，由一段圆弧部分与一段无限长的水平部分组成. 其水平段加有方向竖直向下的匀强磁场，其磁感应强度为 B，导轨水平段上静止放置一金属棒 cd，质量为 $2m$，电阻为 $2r$. 另一质量为 m，电阻为 r 的金属棒 ab，从圆弧段 M 处由静止释放下滑至 N 处进入水平段，圆弧段 MN 半径为 R，所对圆心角为 60°，求：



例 2 题图

(1) ab 棒在 N 处进入磁场区时速度多大？此时棒中电流是多少？

(2) cd 棒能达到的最大速度是多少？cd 棒由静止到达最大速度过程中，系统所能释放的热量是多少？

(3) 若在 cd 棒达到最大速度时给 cd 棒施加一水平向右的恒力 F(F 已知)，则在此恒力作用下整个回路的最大电功率为多少?

分析 (1) ab 棒由静止从 M 滑下到 N 的过程中，只有重力做功，机械能守恒，据此可求出 ab 棒在 N 处进入磁场时的速度，进而可求 ab 棒切割磁感线时产生的感应电动势和回路中的感应电流.

(2) 分析 ab 棒进入磁场后两棒的运动情况，判断 cd 速度达到最大的条件. ab 棒在安培力作用下做减速运动，cd 棒在安培力作用下做加速运动，当两棒速度达到相同速度 v' 时，电路中电流为零、安培力为零，cd 达到最大速度. 再根据两棒构成的系统动量守恒列式求解速度，根据能量守恒定律求解热量.

(3) 施加恒力 F 后，cd 做加速度逐渐减少的加速运动，ab 棒做加速度逐渐增大的加速运动. 电路达最大功率后，ab、cd 棒速度差恒定，回路中产生稳定的电流，两棒具有相同的加速度.

解答 (1) ab 棒由静止从 M 滑下到 N 的过程中，只有重力做功，机械能守恒，则有：$mgR(1-\cos 60°)=\frac{1}{2}mv^2$，解得：$v=\sqrt{gR}$，进入磁场区瞬间，回路中电流强度为：$I=\frac{E}{2r+r}=BL\frac{\sqrt{gR}}{3r}$.

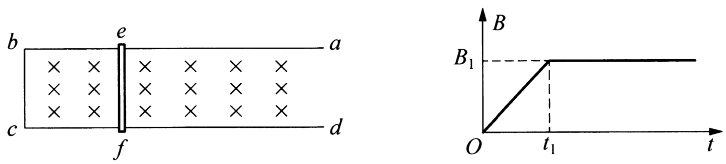
(2) ab 棒进入磁场后在安培力作用下做减速运动，cd 棒在安培力作用下做加速运动，当两棒速度达到相同速度 v' 时，电路中电流为零、安培力为零，cd 达到最大速度. 可知 ab、cd 系统动量守恒，得：$mv=(2m+m)v'$，解得 cd 棒的最大速度为：$v'=\frac{1}{3}\sqrt{gR}$. 系统释放热量应等于系统机械能减少量，故有：$Q=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}\cdot 3mv'^2$，解得：$Q=\frac{1}{3}mgR$.

(3) cd 棒达到最大速度后，在恒力 F 作用下做加速度逐渐减少的加速运动，ab 做加速度逐渐增大的加速运动，当 cd 棒达最大功率时，ab、cd 棒具有相同的加速度，速度差恒定，回路中有稳定的电流，设为 I，由牛顿第二定律，ab 棒：$F_安=ma$，cd 棒：$F-F_安=2ma$，得：$F_安=\frac{1}{3}F$. 又：$F_安=BIL$，$P=I^2\cdot 3r$，联立得：$P=\frac{F^2r}{3B^2L^2}$.

点睛 本题是电磁感应与电路、磁场、力学等知识的综合应用，根据牛顿第二定律分析出金属棒的运动情况是解题的关键. 考查分析和处理综合题的能力.

探究提升

例3 如图甲所示，固定于水平桌面上的金属导轨 $abcd$ 足够长，质量为 20 kg 的金属棒 ef 搁在导轨上，可无摩擦地滑动，此时 $bcfe$ 构成一个边长为 $L=1$ m 的正方形. 金属棒的电阻为 $r=1\ \Omega$，其余部分的电阻不计. 在 $t=0$ 的时刻，导轨间加一竖直向下的磁场，磁感应强度随时间的变化如图乙所示，其中 $B_1=10$ T，$t_1=1$ s. 为使金属棒 ef 在 $0\sim t_1$ 保持静止，需在金属棒 ef 上施加一水平拉力 F，从 t_1 时刻起保持此时的水平拉力 F 不变，金属棒 ef 在导轨上运动了距离 $s=1$ m 时，刚好达到最大速度. 求：



甲　　乙

例3题图

(1) 在 $t=0.5$ s 时刻，流过金属棒的电流方向以及该水平拉力 F 的大小和方向；

(2) 金属棒 ef 在导轨上运动的最大速度；

(3) 从 $t=0$ 开始到金属棒 ef 达到最大速度的过程中，金属棒 ef 中产生的热量.

分析 (1)0～t_1 内：由法拉第电磁感应定律求出感应电动势，由 $F=BIL$ 求出安培力，由楞次定律判断出感应电流的方向，由左手定则判断出安培力的方向，由平衡条件求出拉力大小与方向；(2)t_1 时刻以后，ef 棒做变加速运动，当拉力与安培力相等时，导体棒做匀速运动，速度达到最大，求出拉力，根据安培力公式求出导体棒的最大速度；(3)先由焦耳定律求出导体棒静止时产生的焦耳热，再由能量守恒定律求出导体棒运动时产生的焦耳热，然后求出整个过程产生的焦耳热.

解答 (1) 在 $t=0.5$ s 时刻，由楞次定律可知，电流方向从 f 到 e，感应电动势大小为：$E=\frac{\Delta B}{\Delta t}S=\frac{B_1L^2}{t_1}=10$ V，感应电流：$I=\frac{E}{r}=10$ A，导体棒受到的安培力：$F_安=\frac{B_1}{2}\cdot I\cdot L=50$ N，方向水平向左. 故水平拉力 $F=F_安=50$ N，方向水平相右.

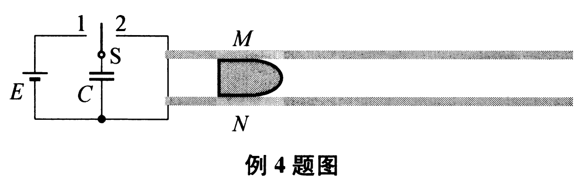
(2) 当金属棒的速度最大时，感应电动势为：$E'=B_1Lv_m$，此时导体棒受到的安培力：$F'_安=B_1\cdot\frac{B_1Lv_m}{r}\cdot L=\frac{B_1^2L^2v_m}{r}$，此时拉力为 t_1 时刻时的拉力：$F'=B_1\cdot I\cdot L=100$ N，当金属棒的速度最大时，有：$F'=F_安'$，解得：$v_m=1$ m/s.

(3) 金属棒静止时 $I_1=10$ A，$Q_1=I_1^2rt_1=100$ J，金属棒从开始运动到最大速度阶段由能量守恒得：$Q_2=F's-\frac{1}{2}mv_m^2=90$ J，所以全过程产生的焦耳热：$Q=Q_1+Q_2=190$ J.

答案 (1) f 到 e，50 N，水平向右； (2) 1 m/s； (3) 190 J.

点睛 导体棒静止时，磁感应强度均匀变化，产生的感应电动势是定值，感应电流是定值，但导体棒受到的安培力 $F=BIL$ 是变力；导体棒在拉力作用下向右运动时，做的是加速度逐渐减小的加速运动，最后做匀速直线运动，对导体棒正确受力分析，分析清楚导体棒的运动过程是正确解题的关键.

例 4 如图所示为航母上电磁弹射装置的等效电路图(俯视图). 图中直流电源电动势为 E，电容器的电容为 C. 两根固定于水平面内的光滑平行金属导轨置于垂直于导轨平面、磁感应强度大小为 B 的匀强磁场中(图中未画出)，导轨足够长，间距为 L，电阻不计. 炮弹可视为一质量为 m、电阻为 R 的金属棒 MN，垂直放在两导轨间处于静止状态，并与导轨良好接触. 首先开关 S 接 1，使电容器完全充电，然后将 S 接至 2，电容器释放储存的电能所产生的强大电流使 MN 开始向右加速运动. 下列说法中正确的是(　　).



例 4 题图

A. MN 刚开始运动时加速度的大小为 $a=\frac{BEL}{mR}$

B. MN 能获得的最大速度为 $v_m=\frac{CBLE}{m+CB^2L^2}$

C. MN 离开导轨后电容器上剩余的电荷量是 $Q=\frac{B^2L^2C^2E}{B^2L^2C+m}$

D. 电容器储存的电能全部转化为金属棒的动能和焦耳热

分析 根据欧姆定律得出 MN 刚开始运动时的电流，结合安培力公式，根据牛顿第二定律得出 MN 刚开始运动时加速度 a 的大小. 开关 S 接 2 后，MN 开始向右加速运动，速度达到最大值 v_m 时，电路达稳定状态，根据电动势和电荷量的关系以及动量定理求出电容器上剩余的电荷量 Q 和 MN 的最大速度.

解答 电容器完全充电后，两极板间电压为 E，当开关 S 接 2 时，电容器放电，设刚放电时流经 MN 的电流为 I，有：$I=\dfrac{E}{R}$……①，设 MN 受到的安培力为 F，$F=BIL$……②，由牛顿第二定律有：$F=ma$……③，联立①②③式：得 $a=\dfrac{BEL}{mR}$……④. A 正确；当电容器充电完毕时，设电容器上电量为 Q_0，有：$Q_0=CE$……⑤，开关 S 接 2 后，MN 开始向右加速运动，速度达到最大值 v_m 时，设 MN 上的感应电动势为 E'，有：$E'=BLv_m$……⑥，依题意有：$E'=\dfrac{Q}{C}$……⑦，设在此过程中 MN 的平均电流为 $\bar{I}$，MN 上受到的平均安培力为 $\bar{F}$，有：$\bar{F}=B\bar{I}L$……⑧，根据动量定理有：$\bar{F}\Delta t=mv_m-0$……⑨，又：$\bar{I}\Delta t=Q_0-Q$……⑩，联立⑤⑥⑦⑧⑨⑩式得：$Q=\dfrac{B^2L^2C^2E}{B^2L^2C+m}$，$v_m=\dfrac{CBLE}{m+CB^2L^2}$. 故选 ABC.

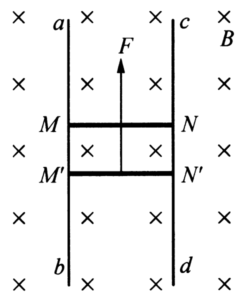
点睛 本题是电磁感应与电路、力学知识的综合，解决这类题目的基本思路是对研究对象正确进行受力分析，弄清运动形式，然后依据相应规律求解. 注意电流在变化，安培力在变化，应使用动量定理，通过平均电流与通过的电量的关系进行求解.

压轴精练——

例 5 如图所示，ab 和 cd 是两条竖直放置的长直光滑金属导轨，MN 和 $M'N'$ 是两根用细线连接的金属杆，其质量分别为 m 和 $2m$. 竖直向上的外力 F 作用在杆 MN 上，使两杆水平静止，并刚好与导轨接触；两杆的总电阻为 R，导轨间距为 l. 整个装置处在磁感应强度为 B 的匀强磁场中，磁场方向与导轨所在平面垂直. 导轨电阻可忽略，重力加速度为 g. 在 $t=0$ 时刻将细线烧断，保持 F 不变，金属杆和导轨始终接触良好. 求：

(1) 细线烧断后，任意时刻两杆运动的速度之比；

(2) 两杆分别达到的最大速度.



例 5 题图

分析 (1) 细线烧断前对 MN 和 $M'N'$ 受力分析，得出竖直向上的外力 $F=3mg$；(2) 细线烧断后对 MN 和 $M'N'$ 受力分析，分析两金属棒运动情况，根据两者加速度关系判断速度关系；(3) 分析 MN 和 $M'N'$ 的运动过程，找出两杆达到最大速度时的受力平衡特点，结合电磁感应规律列方程求解最大速度.

解答 (1) 设任意时刻 MN 和 $M'N'$ 速度分别为 v_1 和 v_2，根据初状态静止，对两杆整体有：$F=3mg$. 在将细线烧断后，设安培力为 F_A，因为 MN 受安培力向下，$M'N'$ 受安培力向上，二者大小相等，则 MN 的加速度：$a_1=\dfrac{F-F_A-mg}{m}=2g-\dfrac{F_A}{m}$，方向向上；$M'N'$ 的加速度：$a_2=\dfrac{2mg-F_A}{2m}=g-\dfrac{F_A}{2m}$，方向向下. 所以在任意时刻两杆运动的加速度之比为 2∶1，因此在任意时刻两杆运动的速度之比为：$v_1:v_2=2:1$ ①；

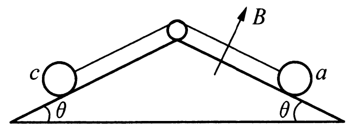
(2) 两杆达到最大速度时，皆受力平衡，对 $M'N'$：有 $F_A=2mg$，感应电动势：$E=BL(v_1+v_2)$，电流：$I=\dfrac{E}{R}$，安培力：$F_A=BIL$，所以：$F_A=\dfrac{B^2L^2(v_1+v_2)}{R}$，解得 $v_1+v_2=\dfrac{2mgR}{B^2L^2}$ ②，联立①②式

解得：$v_1=\frac{4mgR}{3B^2L^2}$，$v_2=\frac{2mgR}{3B^2L^2}$.

答案　(1) $v_1:v_2=2:1$；(2) $v_1=\frac{4mgR}{3B^2L^2}$，$v_2=\frac{2mgR}{3B^2L^2}$.

点睛　第(1)问也可利用动量定理或动量守恒定律解．由于 MN 和 $M'N'$ 组成的系统所受合外力为零，MN 和 $M'N'$ 动量守恒：设任意时刻 MN 和 $M'N'$ 速度分别为 v_1、v_2，由动量守恒定律得 $mv_1-2mv_2=0$ 求出：$\frac{v_1}{v_2}=2$.

例 6　如图所示，两固定的绝缘斜面倾角均为 θ，上沿相连．两细金属棒 ab（仅标出 a 端）和 cd（仅标出 c 端）长度均为 L，质量分别为 $2m$ 和 m；用两根不可伸长的柔软轻导线将它们连成闭合回路 $abdca$，并通过固定在斜面上沿的两光滑绝缘小定滑轮跨放在斜面上，使两金属棒水平．右斜面上存在匀强磁场，磁感应强度大小为 B，方向垂直于斜面向上．已知两根导线刚好不在磁场中，回路电阻为 R，两金属棒与斜面间的动摩擦因数均为 μ，重力加速度大小为 g．已知金属棒 ab 匀速下滑．求：

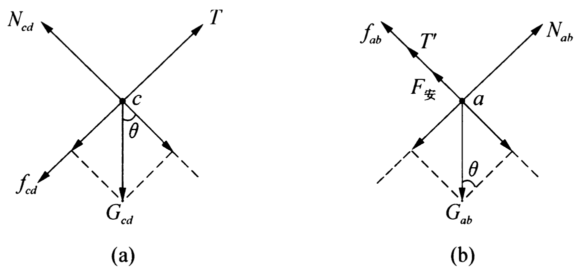


例 6 题图

(1)作用在金属棒 ab 上的安培力的大小；(2)金属棒运动速度的大小．

分析　(1) 对 ab、cd 棒根据共点力平衡列式求作用在金属棒 ab 上的安培力的大小；(2) 根据安培力公式，感应电动势和闭合电路欧姆定律建立关系式，联立求解．

解答　(1) 由于 ab、cd 棒被平行于斜面的导线相连，故 ab、cd 速度时时刻刻相等，cd 也做匀速直线运动；选 cd 为研究对象，受力分析如图(a)所示．由于 cd 匀速，其受力平衡，垂直于斜面方向受力平衡方程：$N_{cd}=G_{cd}\cos\theta$，沿斜面方向受力平衡方程：$f_{cd}+G_{cd}\sin\theta=T$，且 $f_{cd}=\mu N_{cd}$，联立可得：$T=\mu mg\cos\theta+mg\sin\theta$．选 ab 为研究对象，受力分析如图(b)所示，其沿斜面方向受力平衡：$T'+f_{ab}+F_{安}=G_{ab}\sin\theta$，垂直于斜面方向受力平衡：$N_{ab}=G_{ab}\cos\theta$，且 $f_{ab}=\mu N_{ab}$，T 与 T' 为作用力与反作用力：$T'=T$，联立可得：$F_{安}=mg\sin\theta-3\mu mg\cos\theta$　①；



例 6 题图

(2) 设感应电动势为 E，由电磁感应定律得：$E=BLv$，由闭合电路欧姆定律得，回路中电流：$I=\frac{E}{R}=\frac{BLv}{R}$，棒中所受的安培力：$F_{安}=BIL=\frac{B^2L^2v}{R}$，与①式联立可得：$v=\frac{mgR(\sin\theta-3\mu\cos\theta)}{B^2L^2}$.

答案　(1) $F_{安}=mg\sin\theta-3\mu mg\cos\theta$；(2) $v=\frac{mgR(\sin\theta-3\mu\cos\theta)}{B^2L^2}$.

点睛　本题是电磁感应中的力学平衡问题，涉及法拉第电磁感应定律和闭合电路的欧姆定律等知识点，受力分析和计算安培力是关键．

画龙点睛

解决电磁感应中的动力学问题的一般思路是“先电后力”．即：

1. 先做“源”的分析——分离出电路中由电磁感应所产生的电源，求出电源参数 E 和 r.

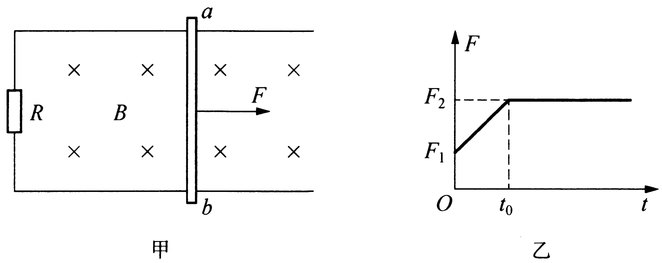
2. 再进行“路”的分析——分析电路结构，弄清串、并联关系，求出相应部分的电流大小，以便求解安培力．

3. 然后是“力”的分析——分析研究对象(常是金属杆、导体线框等)的受力情况，尤其注意其所受的安培力.

4. 最后进行“运动”状态的分析——根据力和运动的关系，找出正确的运动模型.

变式训练

1. (多选)如图甲所示，间距为 L 的光滑导轨水平放置在竖直向下的匀强磁场中，磁感应强度为 B，导轨左侧连接一定值电阻 R. 垂直导轨的导体棒 ab 在水平外力 F 作用下沿导轨运动，F 随 t 变化的规律如乙图所示. 在 $0 \sim t_0$ 时间内，棒从静止开始做匀加速直线运动. 乙图中 t_0、F_1、F_2 为已知量，棒和导轨的电阻不计. 则(　　).



第 1 题图

A. 在 t_0 以后，导体棒一直做匀加速直线运动

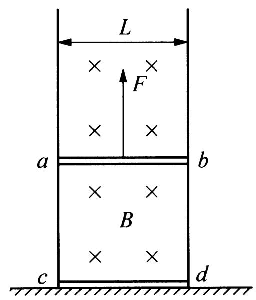
B. 在 t_0 以后，导体棒先做加速，最后做匀速直线运动

C. 在 $0 \sim t_0$ 时间内，导体棒的加速度大小为 $\dfrac{2(F_2 - F_1)R}{B^2L^2t_0}$

D. 在 $0 \sim t_0$ 时间内，通过导体棒横截面的电荷量为 $\dfrac{(F_2 - F_1)t_0}{2BL}$

2. 如图所示，足够长的平行光滑金属导轨竖直固定放置，导轨间距 $L = 0.2\ \text{m}$，完全相同的两金属棒 ab、cd 均垂直于导轨放置且与导轨接触良好，其长度恰好等于导轨间距，两棒的质量均为 $m = 0.01\ \text{kg}$，电阻均为 $R = 0.2\ \Omega$，回路中其余电阻忽略不计. cd 棒放置在水平绝缘平台上，整个装置处在垂直于导轨平面向里的匀强磁场中，磁感应强度 $B = 1\ \text{T}$. 棒 ab 在恒力 F 作用下由静止开始向上运动，位移 $x = 0.1\ \text{m}$ 时达到最大速度，此时 cd 棒对绝缘平台的压力恰好为零. g 取 $10\ \text{m/s}^2$，求：

(1)恒力 F 的大小；(2)在此过程中 ab 棒中产生的焦耳热.



第 2 题图

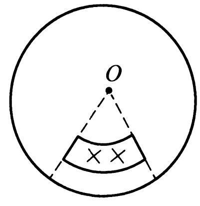
3. 如图所示,一均匀金属圆盘绕通过其圆心且与盘面垂直的轴逆时针匀速转动.现施加一垂直穿过圆盘的有界匀强磁场,圆盘开始减速.对于圆盘减速过程,以下说法中正确的是(　　).

A. 处于磁场中的圆盘部分,靠近圆心处电势高

B. 所加磁场越强越易使圆盘停止转动

C. 若所加磁场反向,圆盘将加速转动

D. 若所加磁场穿过整个圆盘,圆盘将匀速转动



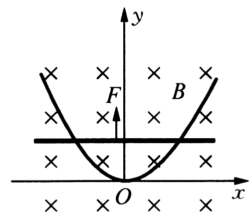
第 3 题图

4. 如图所示,一关于 y 轴对称的导体轨道位于水平面内,磁感应强度为 B 的匀强磁场与水平面垂直.一足够长,质量为 m 的直导体棒沿 x 轴方向置于轨道上,在外力 F 作用下从原点由静止开始沿 y 轴正方向做加速度为 a 的匀加速直线运动,运动时棒与 x 轴始终平行.棒单位长度的电阻 ρ,与电阻不计的轨道接触良好,运动中产生的热功率随棒位置的变化规律为 $P=ky^{3/2}$(SI).求:

(1) 导体轨道的轨道方程 $y=f(x)$;

(2) 棒在运动过程中受到的安培力 F_A 随 y 变化的关系式;

(3) 棒从 $y=0$ 运动到 $y=L$ 过程中外力 F 做的功.



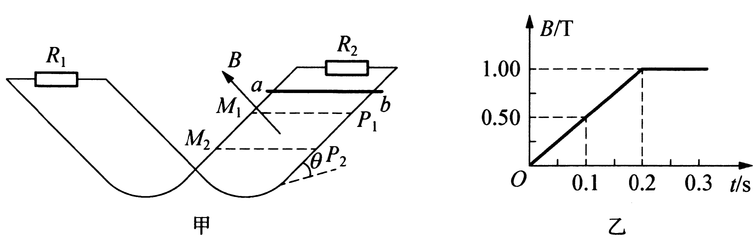
第 4 题图

5. 如图甲所示,两根完全相同的光滑平行导轨固定,每根导轨均由两段与水平方向成 $\theta=30°$ 的长直导轨和一段圆弧导轨平滑连接而成,导轨两端均连接电阻,阻值 $R_1=R_2=2\ \Omega$,导轨间距 $L=0.6$ m.在右侧导轨所在斜面的矩形区域 $M_1M_2P_2P_1$ 内分布有垂直斜面向上的磁场,磁场上下边界 M_1P_1、M_2P_2 的距离 $d=0.2$ m,磁感应强度大小随时间的变化规律如图乙所示.$t=0$ s 时刻,在右侧导轨斜面上与 M_1P_1 距离 $s=0.1$ m 处,有一根阻值 $r=2\ \Omega$ 的金属棒 ab 垂直于导轨由静止释放,金属棒第一次经过磁场过程恰好匀速通过,最终金属棒在导轨上做往复运动.取重力加速度 $g=10\ \text{m/s}^2$,导轨电阻不计.求:

(1) 金属棒 ab 匀速通过磁场的速度大小 v;

(2) 在 $t_1=0.1$ s 时刻和 $t_2=0.25$ s 时刻电阻 R_1 的电功率之比;

(3) 最终电阻 R_2 产生的总热量 $Q_{总}$.



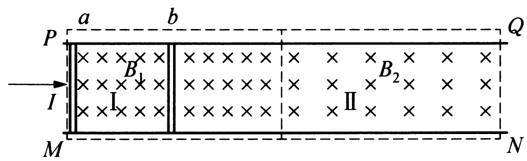
第 5 题图

6. 如图所示，光滑、足够长、不计电阻、间距为 l 的平行金属导轨 MN、PQ 水平放在竖直向下的磁感应强度不同的两个相邻的匀强磁场中，左半部分为Ⅰ匀强磁场区，磁感应强度为 B_1；右半部分为Ⅱ匀强磁场区，磁感应强度为 B_2，且 $B_1 = 2B_2$. 在Ⅰ匀强磁场区的左边界垂直于导轨放置一质量为 m、电阻为 R_1 的金属棒 a，在Ⅰ匀强磁场区的某一位置，垂直于导轨放置另一质量也为 m、电阻为 R_2 的金属棒 b. 开始时 b 静止，给 a 一个向右的冲量 I 后 a、b 开始运动. 设运动过程中，两金属棒总是与导轨垂直.

(1) 求金属棒 a 受到冲量后的瞬间通过金属导轨的感应电流；

(2) 设金属棒 b 在运动到Ⅰ匀强磁场区的右边界前已经达到最大速度，求金属棒 b 在Ⅰ匀强磁场区中的最大速度值；

(3) 金属棒 b 进入Ⅱ匀强磁场区后，金属棒 b 再次达到匀速运动状态，设这时金属棒 a 仍然在Ⅰ匀强磁场区中. 求金属棒 b 进入Ⅱ匀强磁场区后的运动过程中金属棒 a、b 中产生的总焦耳热.



第 6 题图

第四部分　物理实验

专题十六　力学实验

高考物理实验题基本是一力、一电.考查范围以实验原理、实验步骤、数据处理、误差分析为基础，逐步迁移到创新设计类实验.主要考查考生完成实验的一般能力，同时考查对运用常规实验处理新情境实验问题的创新能力和迁移能力.在兼顾考查课本实验的基础上，会更注重对课本实验的拓展和延伸考查.类型一：以传统实验为模版，作纵向、横向拓展，作知识的迁移；类型二：将传统实验变形创新，考查学生用已知的知识方法变通应用的能力；类型三：考查学生对一个新问题的探究能力(实验设计).

入门导学

难点解读——

一、高考大纲规定的力学实验

(1) 研究匀变速运动.

(2) 探究加速度与力和质量的关系(牛顿第二定律).

(3) 验证机械能守恒定律.

(4) 探究求合力的方法(验证平行四边形定则).

(5) 探究弹簧伸长与受力的关系.

(6) 探究动能变化与弹力做功的关系.

二、力学实验类型

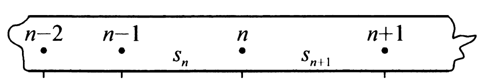
1. 纸带类实验

用打点计时器测出瞬时速度、加速度，研究匀变速运动，进一步探究加速度与力和质量的关系、验证机械能守恒定律、探究动能变化与弹力做功的关系等.

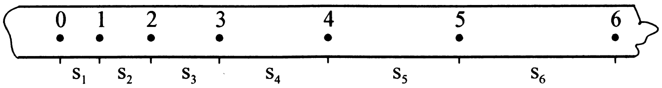
(1) 根据纸带点迹判断物体的运动情况：如果纸带上的点间隔均匀，说明物体做匀速直线运动，设 s 为相邻两点间距，T 为打点的周期，则匀速直线运动的速度 $v=\frac{s}{T}$.

(2) 若相邻点间距分别为 s_1、s_2、s_3… 且 $s_2-s_1=s_3-s_2=s_4-s_3=\cdots=s_{n+1}-s_n=\Delta s$，则说明物体做匀变速直线运动.

(3) 如图所示，已知物体做匀变速直线运动，打下第 n 个点时纸带的瞬时速度，即是 $(n-1)$ 点到 $(n+1)$ 点这段时间内的平均速度，即：$v_n=\bar{v}=\frac{s_n+s_{n+1}}{2T}$.

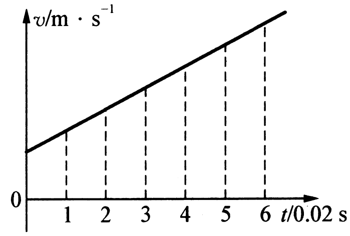


(4) 根据纸带计算匀变速直线运动的加速度：一物体以加速度 a 做匀变速直线运动，在任意两个连续相等的时间间隔(T)内的位移(s_n 和 s_{n+1})之差 Δs 是一个常数，即：$\Delta s=s_{n+1}-s_n=aT^2$.故测出纸带上各相邻点的间距后，可利用 $a=\frac{\Delta s}{T^2}$ 求解.也可由 $s_m-s_n=(m-n)aT^2$ 求解 a.一般求解方法有：



(a)“逐差法”：$s_4-s_1=s_5-s_2=s_6-s_3=3aT^2$，分别求出 $a_1=\frac{s_4-s_1}{3T^2}$，$a_2=\frac{s_5-s_2}{3T^2}$，$a_3=\frac{s_6-s_3}{3T^2}$，然后取平均值，即：$\bar{a}=\frac{a_1+a_2+a_3}{3}$，即为物体运动的加速度.

(b) 作 $v-t$ 图象法：先根据 $v_n=\frac{s_n+s_{n+1}}{2T}$ 求出打第n个点时的瞬时速度，作出 $v-t$ 图象，图线的斜率即为物体运动的加速度，即 $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$.



2. 探究(验证)型实验

如探究求合力的方法(验证平行四边形定则)，探究弹簧伸长与受力的关系等.

3. 创新(设计)型实验

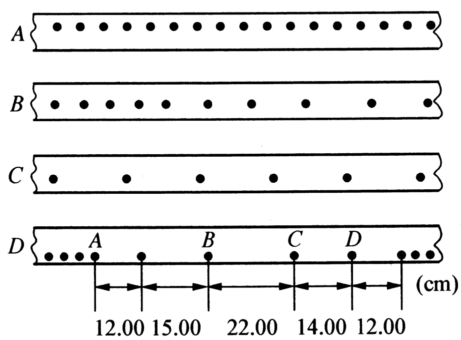
(1) 创新型实验试题可分为四大类：实验原理创新型、测量方法创新型、数据处理创新型、新型器件创新型. 不管是哪一类创新型实验试题，都能在教材中找到其原形. 因此，要解答这类实验试题，一是要深刻理解教材实验的原理、数据处理的典型方法，对常用仪器、仪表的使用要了然于胸；二是要培养迁移能力，在反复阅读创新型实验试题后，要能在大脑中快速检索出对应的教材实验，比较二者的异同，在试题与学过的教材实验之间建立起联系，把教材实验的原理迁移到新试题中.

(2) 一般解题步骤是：理解题意、联系教材、比较异同、寻找规律、正确解答.

(3) 常见题型如测定动摩擦因数等实验的创新设计. 实验器材的创新如光电门、气垫导轨、各种传感器等的使用.

零点突破

例 1 如图所示的四条纸带，是某同学练习使用打点计时器得到的纸带(纸带的左端先通过打点计时器). 从点迹的分布情况可以断定：纸带________是匀速通过打点计时器的，纸带________是越走越快的，纸带________是开始越走越快，后来又越走越慢的. 若所用电源的频率是 50 Hz，图中 D 纸带，从 A 点通过计时器到 B 点通过计时器，历时________s，位移为________m，这段时间内纸带运动的平均速度是________m/s，BC 段的平均速度是________m/s，AD 段的平均速度是________m/s.



例 1 题图

分析 利用平均速度公式 $\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ 求解.

解答 速度是单位时间内物体所通过的位移. 纸带上每相邻两点间的时间间隔相等，因此物体匀速运动时，相邻两点间的距离相等，所以 A、C 纸带是匀速通过打点计时器的；B 纸带相邻两点间距离越来越大，则速度越来越大，因此 B 纸带是越来越快地通过打点计时器的；D 纸带相邻两点间的距离先变大，后变小，说明速度先变大后变小，因此 D 纸带是开始越来越快，后来

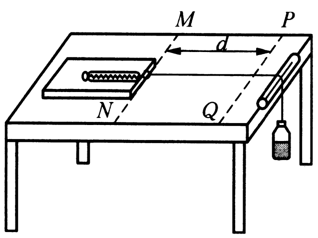
又越来越慢. 所用电源的频率是 50 Hz,则相邻两点间的时间间隔为 0.02 s,从 A 点到 B 点有两段时间间隔,所以时间为 0.04 s,位移为 0.27 m,这段时间的平均速度为 $\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$,代入数值得平均速度为 6.75 m/s. BC 段的位移为 22 cm,即 0.22 m,所用时间为 0.02 s,代入上式得平均速度为 11 m/s. 而 AD 段的位移为 63 cm,即 0.63 m,所用时间为 0.08 s,代入上式得平均速度为 7.88 m/s.

答案 A、C　B　D　0.04　0.27　6.75　11　7.88.

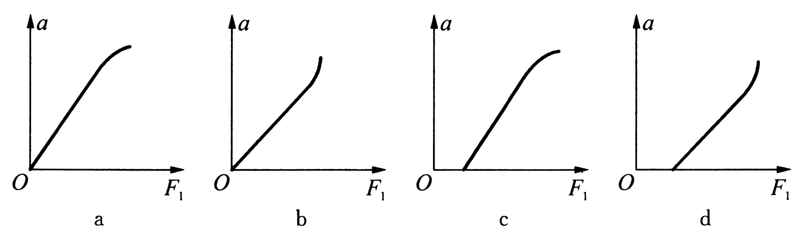
例 2 某同学设计了如图甲所示的装置来探究加速度与力的关系. 弹簧秤固定在一合适的木板上,桌面的右边缘固定一支表面光滑的铅笔代替定滑轮,细绳的两端分别与弹簧秤的挂钩和矿泉水瓶连接. 在桌面上画出两条平行线 MN、PQ,并测出间距 d. 开始时将木板置于 MN 处,现缓慢向瓶中加水,直到木板开始运动为止,记下弹簧秤的示数 F_0,以此表示滑动摩擦力的大小. 再将木板放回原处并按住,继续向瓶中加水后,记下弹簧秤的示数 F_1. 然后释放木板,并用秒表记下木板运动到 PQ 处的时间 t.

(1) 木板的加速度可以用 d、t 表示为 $a=$________;为了减小测量加速度的偶然误差可以采用的办法是(一种即可):________________________________;

(2) 改变瓶中水的质量重复实验,确定加速度 a 与弹簧秤示数 F_1 的关系. 下列图乙所示图象中能表示该同学实验结果的是________;



甲



a　b　c　d

乙

例 2 题图

(3) 用加水的方法改变拉力的大小与挂钩码的方法相比,它的优点是______________.

A. 可以改变滑动摩擦力的大小　　B. 可以更方便地获取多组实验数据

C. 可以比较精确地测出摩擦力的大小　　D. 可以获得更大的加速度以提高实验精度

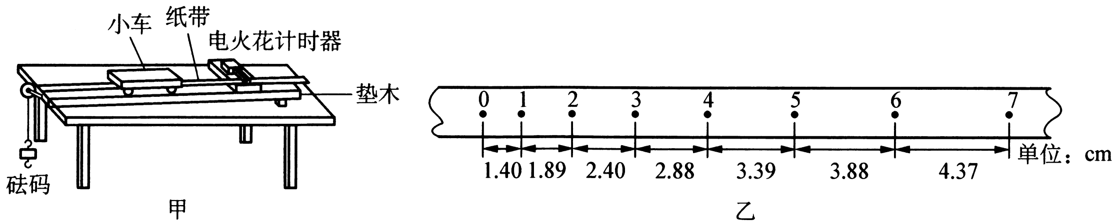
分析 本题考查探究加速度与力的关系实验,意在考查考生对新颖实验情景的把握和理解,考查考生的实验能力、分析能力和综合运用知识能力.

解答 (1)由木板做匀加速运动,由 $d=\frac{1}{2}at^2$,得 $a=\frac{2d}{t^2}$. 由牛顿第二定律可得 $F_1-F_0=ma$,解得 $a=\frac{F_1}{m}-\frac{F_0}{m}$,此实验要求水的质量必须远远小于木板质量. (2) 当矿泉水瓶中水的质量逐渐增大到一定量后,图线将向下弯曲,所以能够表示该同学实验结果的图象是图 c. (3) 由于水的质量可以几乎连续变化,所以可以方便地获取多组实验数据,还可较精确测摩擦力大小. 所以选项 BC 正确. 故选 BC.

答案 (1)$\frac{2d}{t^2}$,增大 d 或让 F_1 在大于 F_0 的前提下尽量小;(2) c;(3) BC.

探究提升——

例3 物理小组在一次探究活动中测量滑块与木板之间的动摩擦因数. 实验装置如图甲所示，一表面粗糙的木板固定在水平桌面上，一端装有定滑轮；木板上有一滑块，其一端与电磁打点计时器的纸带相连，另一端通过跨过定滑轮的细线与托盘连接. 打点计时器使用的交流电源的频率为50 Hz. 开始实验时，在托盘中放入适量砝码，滑块开始做匀加速运动，在纸带上打出一系列小点.



例3题图

(1) 乙图给出的是实验中获取的一条纸带的一部分：0、1、2、3、4、5、6、7是计数点，每相邻两计数点间还有4个打点(图中未标出)，计数点间的距离如图乙所示. 根据图中数据计算的加速度 a=________(保留三位有效数字)；

(2) 为测量动摩擦因数，下列物理量中还应测量的有________(填入所选物理量前的字母)；

A. 木板的长度 l　　　　B. 木板的质量 m_1

C. 滑块的质量 m_2　　　　D. 托盘和砝码的总质量 m_3

E. 滑块运动的时间 t

(3) 滑块与木板间的动摩擦因数 μ=________(用被测物理量的字母表示，重力加速度为 g)，与真实值相比，测量的动摩擦因数________(选填“偏大”或“偏小”). 写出支持你的看法的一个论据：________________________________.

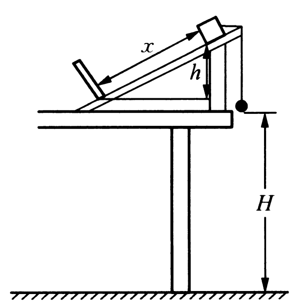
分析 (1)利用逐差法计算纸带的加速度；(2)对小滑块运用牛顿第二定律求解 μ.

解答 (1) 由逐差法，则 $a=\dfrac{s_6+s_5+s_4-s_3-s_2-s_1}{9T^2}=0.495\ \mathrm{m/s^2}$；

(2) 由牛顿第二定律，$m_3g-\mu m_2g=(m_2+m_3)a$，则需要测定滑块的质量 m_2 和托盘和砝码的总质量 m_3，故选CD；

(3) 由(2)中等式可得 $\mu=\dfrac{m_3g-(m_2+m_3)a}{m_2g}$，因存在纸带与限位孔之间的阻力等，测量的动摩擦因数偏大.

答案 (1)0.495至0.497 m/s² 之间均可；(2)CD；(3)$\dfrac{m_3g-(m_2+m_3)a}{m_2g}$　偏大　存在纸带与限位孔之间的阻力等.



例4题图

例4 某探究小组设计了“用一把尺子测定动摩擦因数”的实验方案. 如图所示，将一个小球和一个滑块用细绳连接，跨在斜面上端. 开始时小球和滑块均静止，剪断细绳后，小球自由下落，滑块沿斜面下滑，可先后听到小球落地和滑块撞击挡板的声音，保持小球和滑块释放的位置不变，调整挡板位置，重复以上操作，直到能同时听到小球落地和滑块撞击挡板的声音. 用刻度尺测出小球下落的高度 H、滑块释放点与挡板处的高度差 h 和沿斜面运动的位移 x(空气阻力对本

实验的影响可以忽略).

(1) 滑块沿斜面运动的加速度与重力加速度的比值为________;

(2) 滑块与斜面间的动摩擦因数为________________;

(3) 以下能引起实验误差的是________.

a. 滑块的质量　　　　　　　　　　b. 当地重力加速度的大小

c. 长度测量时的读数误差　　　　　d. 小球落地和滑块撞击挡板不同时

分析 显然本实验不是教材实验.但从题中叙述的实验过程、实验目的来看,实验原理尽在平时学习的物理之中.题中叙述了两个物理模型,一个小球,一个是滑块.小球做自由落体运动,初速度为0,加速度为 g.滑块显然在斜面上做初速度为0的匀加速直线运动.二者的联系是什么,这是关键.最终利用牛顿第二定律分析出此题.

解答 设斜面与水平面的夹角为 θ,由 $mg\sin\theta-\mu mg\cos\theta=ma$ 得:$a=g\sin\theta-\mu g\cos\theta$,又:$H=\frac{1}{2}gt^2$,$x=\frac{1}{2}at^2$,$\sin\theta=\frac{h}{x}$,$\cos\theta=\frac{\sqrt{x^2-h^2}}{x}$,联立得:$\mu=\tan\theta-\frac{a}{g\cos\theta}=\left(h-\frac{x^2}{H}\right)\frac{1}{\sqrt{x^2-h^2}}$.由此可知动摩擦因数与滑块的质量和当地重力加速度的大小无关,与测量的 x、h、H 有关;同时上式推导过程是以滑块和小球运动时间相等为前提推得的结论,由于操作者要根据二者与地面、木板碰撞的声音来判断运动是否同时,这个判断肯定是不准确的,要带来误差,所以要选 d.故会引起实验误差的是 cd 两项.

答案 (1) $\frac{a}{g}=\frac{x}{H}$;(2) $\mu=\left(h-\frac{x^2}{H}\right)\frac{1}{\sqrt{x^2-h^2}}$;(3) cd.

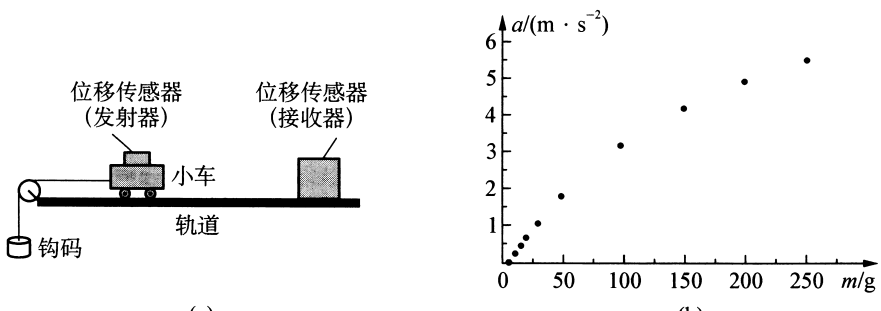
压轴精练——

例 5 某同学利用图(a)所示实验装置及数字化信息系统获得了小车加速度 a 与钩码的质量 m 的对应关系图,如图(b)所示.实验中小车(含发射器)的质量为 200 g,实验时选择了不可伸长的轻质细绳和轻定滑轮,小车的加速度由位移传感器及与之相连的计算机得到.回答下列问题:

(1) 根据该同学的结果,小车的加速度与钩码的质量成________(选填"线性"或"非线性")关系;

(2) 由图(b)可知,$a-m$ 图线不经过原点,可能的原因是________存在;

(3) 若利用本实验装置来验证"在小车质量不变的情况下,小车的加速度与作用力成正比"的结论,并直接以钩码所受重力 mg 作为小车受到的合外力,则实验中应采取的改进措施是________________________________,钩码的质量应满足的条件是________________________________.



例 5 题图

分析 此题属常规实验——探究加速度与力、质量的关系的一个创新设计.将常规的纸带打点计时器改为了位移传感器.不要被现代的仪器迷惑，从教材中找到原形，涉及问题仍旧不变.

解答 由图(b)知，图线非直线则非线性.当钩码有一定质量时，小车加速度仍为零，所以小车还受摩擦力作用，即实验中未平衡摩擦力或平衡得不够.实验的改进有两个要求，一是需要调节轨道的倾斜度以平衡摩擦力；二是钩码的质量不要太大，因为图线是曲线，说明小车的合力并不等于钩码的重力.只有当钩码的质量远小于小车质量时，钩码的加速度所产生的影响才被忽略，小车的合力才近似等于钩码的重力.

答案 (1) 非线性；(2) 摩擦力；(3) 调节轨道的倾斜度以平衡摩擦力，钩码的质量远小于小车质量.

点睛 本实验中若以钩码和小车整体为研究对象，把钩码的重力作为钩码和小车整体的合外力，则对钩码质量就没有特殊要求了.

画龙点睛

1. 实验题答题规则：

(1) 严格依据实验原理选择仪器；

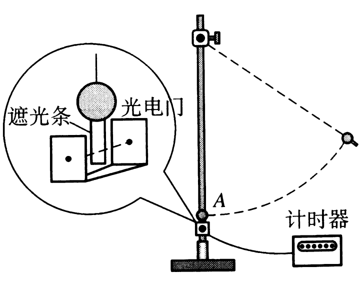
(2) 纸带法测加速度须采用逐差法，其他方法误差太大.若有奇数组数据，应舍去开头(或结尾)的一组，利用偶数组数据用逐差法计算；

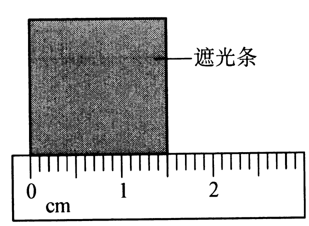
(3) 物理量一定要有单位.涉及计算时一般统一用国际单位制.结果也尽量用国际单位制单位表示.

2. 创新型实验试题不是无本之木、无源之水，更不是天上的云——来无影、去无踪.相反它必源于教材但又高于教材.近年高考力学实验题不断推陈出新，变化莫测，考题开放性很大.虽仍以考主干知识为主，但不再局限于对教材传统实验的考查.解题方法则是尽可能与常规实验建立联系，将基本的实验方法和设计思想合理迁移.

变式训练

1. 某同学用如图(a)所示的装置验证机械能守恒定律.一根细线系住钢球，悬挂在铁架台上，钢球静止于A点，光电门固定在A的正下方.在钢球底部竖直地粘住一片宽度为d的遮光条.将钢球拉至不同位置由静止释放，遮光条经过光电门的挡光时间t时由计时器测出，取$v=\frac{d}{t}$作为钢球经过A点时的速度.记录钢球每次下落的高度h和计时器示数t，计算并比较钢球在释放点和A点之间的势能变化大小ΔE_p与动能变化大小ΔE_k，就能验证机械能是否守恒.





第1题图

(1) 以$\Delta E_p=mgh$计算钢球重力势能变化的大小，式中钢球下落高度h应测量释放时的钢球

球心到________之间的竖直距离；

A. 钢球在 A 点时的顶端

B. 钢球在 A 点时的球心

C. 钢球在 A 点时的底端

(2) 用 $\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 计算钢球动能变化的大小，用刻度尺测量遮光条宽度，示数如图(b) 所示，其读数为________cm. 某次测量中，计时器的示数为 0.0100 s，则钢球的速度为 v = ________m/s；

(3) 下表为该同学的实验结果：

$\Delta E_p(\times 10^{-2}$ J)	4.892	9.786	14.69	19.59	29.38
$\Delta E_k(\times 10^{-2}$ J)	5.04	10.1	15.1	20.0	29.8

他发现表中的 ΔE_p 与 ΔE_k 之间存在差异，认为这是由于空气阻力造成的. 你是否同意他的观点？请说明理由.

____；

(4) 请你提出一条减小上述差异的改进建议.

____.

2. 物理小组利用频闪照相和气垫导轨做“探究碰撞中的不变量”的实验. 步骤如下：

① 用天平测出滑块 A、B 的质量分别为 200 g 和 300 g；

② 安装好气垫导轨，调节气垫导轨的调节旋钮，使导轨水平；

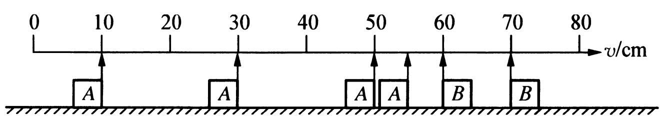
③ 向气垫导轨通入压缩空气；

④ 把 A、B 两滑块放到导轨上，并给他们一个初速度，同时开始闪光照相，闪光的时间间隔设定为 Δt=0.2 s. 照片如图所示. 该组同学结合实验过程和图象分析知：该图象是闪光 4 次摄得的照片，在这 4 次闪光的瞬间，A、B 两滑块均在 0—80 cm 刻度范围内；第一次闪光时，滑块 A 恰好通过 x = 55 cm 处，滑块 B 恰好通过 x = 70 cm 处；碰撞后有一个物体处于静止状态. 请问：

(1) 以上情况说明碰后________(选填 A 或 B)物体静止，滑块碰撞位置发生在________cm 处；

(2) 滑块碰撞时间发生在第一次闪光后________s；

(3) 设向右为正方向，试分析碰撞前两滑块的质量与速度乘积之和是________kg · m/s，碰撞后两滑块的质量与速度乘积之和是________kg · m/s，以上实验结果说明在碰撞过程中保持不变的物理量是____________.



第 2 题图

3. 某同学利用图示装置来研究机械能守恒问题，设计了如下实验. A、B 是质量均为 m 的小物块，C 是质量为 M 的重物，A、B 间由轻弹簧相连，A、C 间由轻绳相连. 在物块 B 下放置一压力传感器，重物 C 下放置一速度传感器，压力传感器与速度传感器相连. 当压力传感器示数为零时，就触发速度传感器测定此时重物 C 的速度. 整个实验中弹簧均处于弹性限度内，重力加速度为 g. 实验操作如下：

(1) 开始时，系统在外力作用下保持静止，细绳拉直但张力为零. 现释放 C，使其向下运动，当

压力传感器示数为零时，触发速度传感器测出 C 的速度为 v；

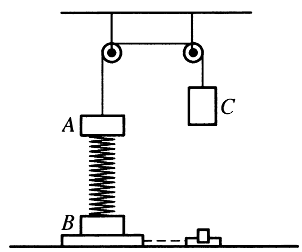
(2) 在实验中保持 A、B 质量不变，改变 C 的质量 M，多次重复第(1)步.

① 该实验中，M 和 m 大小关系必须满足 M ________ m(选填“小于”、“等于”或“大于”)；

② 为便于研究速度 v 与质量 M 的关系，每次测重物的速度时，其已下降的高度应________(选填“相同”或“不同”)；

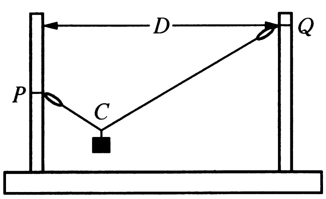
③ 根据所测数据，为得到线性关系图线，应作出________(选填“v^2-M”、“$v^2-\frac{1}{M}$”或“$v^2-\frac{1}{M+m}$”)图线；

④ 根据③问的图线知，图线在纵轴上截距为 b，则弹簧的劲度系数为________(用题给的已知量表示).

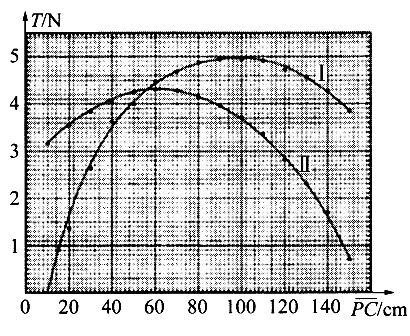


第 3 题图

4. 为了研究人们用绳索跨越山谷过程中绳索拉力的变化规律，同学们设计了如题图(a)所示的实验装置. 他们将不可伸长轻绳的两端通过测力计(不计质量及长度)固定在相距为 D 的两立柱上，固定点分别为 P 和 Q，P 低于 Q，绳长为 L ($L > PQ$). 他们首先在绳上距离 P 点 10 cm 处(标记为 C) 系上质量为 m 的重物(不滑动)，由测力计读出 PC、QC 的拉力大小 T_P、T_Q. 随后，改变重物悬挂点 C 的位置，每次将 P 到 C 的距离增加 10 cm，并读出测力计的示数，最后得到 T_P、T_Q 与绳长 PC 的关系曲线如图(b) 所示. 由实验可知：① 曲线 Ⅱ 中拉力最大时，C 与 P 点的距离为________cm，该曲线为________(选填“T_P”或“T_Q”) 的曲线；② 在重物从 P 移到 Q 的整个过程中，受到最大拉力的是________(选填“P”或“Q”) 点所在的立柱；③ 曲线 Ⅰ、Ⅱ 相交处，可读出绳的拉力为 $T_0 =$ ________N，它与 L、D、m 和重力加速度 g 的关系为 $T_0 =$ ________.



(a)



(b)

第 4 题图

5. 某同学根据机械能守恒定律，设计实验探究弹簧的弹性势能与压缩量的关系.

(1) 如图(a)所示，将轻质弹簧下端固定于铁架台，在上端的托盘中依次增加砝码，测量相应的弹簧长度，部分数据如下表. 由数据算得劲度系数 $k=$ ________N/m(g 取 9.80 m/s^2)；

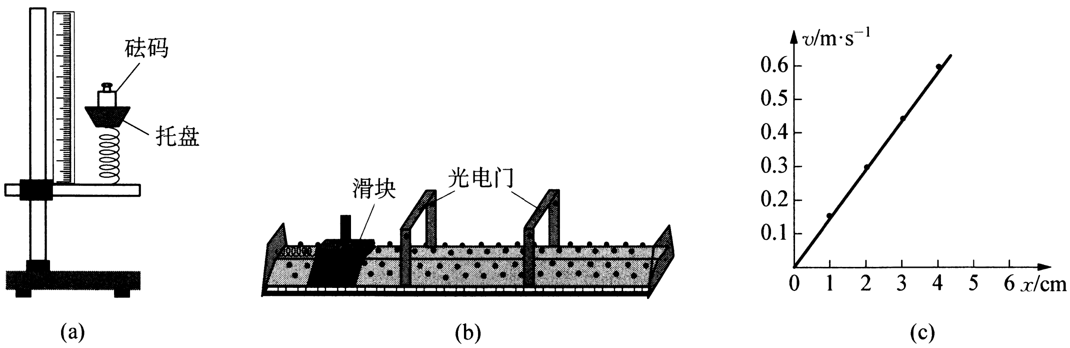
砝码质量(g)	50	100	150
弹簧长度(cm)	8.62	7.63	6.66

(2) 取下弹簧，将其一端固定于气垫导轨左侧，如图(b)所示；调整导轨，使滑块自由滑动时，通过两个光电门的速度大小________；

(3) 用滑块压缩弹簧，记录弹簧的压缩量 x；释放滑块，记录滑块脱离弹簧后的速度 v. 释放滑

块过程中，弹簧的弹性势能转化为________；

(4) 重复(3)中的操作，得到 v 与 x 的关系如图(c)所示. 由图可知，v 与 x 成________关系. 由上述实验可得结论：对同一根弹簧，弹性势能与弹簧的________成正比.



第 5 题图

6. 某实验小组在"探究加速度与物体的质量、受力的关系"实验中，设计出如下的实验方案，实验装置如图(a)所示. 已知小车质量 $M = 261$ g，打点计时器所使用的交流电频率 $f = 50$ Hz. 其实验步骤是：

A. 按实验装置图安装好实验装置；

B. 利用垫块调节长木板的倾角，轻推小车后，使小车(与纸带、细绳和砝码盘相连)能沿长木板向下做匀速运动；

C. 取下细绳和砝码盘，记下砝码盘中砝码的质量 m；

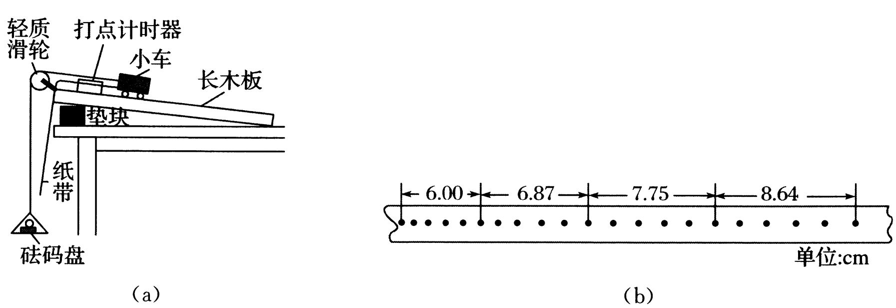
D. 将小车置于打点计时器旁(小车与纸带相连，但与细绳和砝码盘不相连)先接通电源，再放开小车，打出一条纸带，由纸带求得小车的加速度 a；

E. 重新挂上细绳和砝码盘，改变砝码盘中砝码质量，重复 A、B、C、D 步骤，求得小车在不同合外力 F 作用下的加速度.

回答以下问题：

(1) 按上述方案做实验，是否要求砝码和砝码盘的总质量远小于小车的质量？________(填"是"或"否").

(2) 实验中打出的其中一条纸带如图(b)所示，每隔 4 个点取一个计数点，由该纸带可求得小车的加速度 $a =$ ________ m/s^2(结果保留三位有效数字).



第 6 题图

(3) 某次实验砝码盘中砝码的重力和对应小车加速度数据如下表

次数	1	2	3	4	5
砝码盘中砝码的重力 F/N	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
小车的加速度 a(m·s^{-2})	0.61	0.80	1.00	1.19	1.38

① 请根据表中的数据在虚线框中画出 $a-F$ 图象；

② 造成图线不过坐标原点的最主要原因是______________________________；

③ 砝码盘的重力大小是________N.

专题十七　电学实验

电学实验题主要考查仪表读数、器材选择、步骤操作、方案设计、数据处理、误差分析等.实验类型有测量型实验、探究型实验、创新设计型实验.电学实验主要围绕电阻的测量、电源电动势和内阻的测量、伏安特性曲线的描绘等几个实验考查，突出实验创新设计.一般采用填空题或作图题的形式出现.

入门导学

难点解读

1. 各种仪器、仪表的读数一定要注意有效数字和单位，以及是否要估读.

2. 实物连接图一定要先画出电路图(仪器位置要对应)再连线.注意细节与规范.

3. 常规实验题主要考查课本实验，考查比较多的是实验器材、原理、步骤、读数、注意事项、数据处理和误差分析等.

4. 设计型实验重在考查实验的原理.重点是能审清题意，明确实验目的，应用迁移能力，联想相关实验原理.实验设计一定要强调四性：科学性、安全性、准确性、简便性.设计电学实验时，要把仪器的安全性放在首位，同时还要尽可能减小实验的误差，避免出现大量程测量小数值的情况.

5. 滑动变阻器的在电学实验中起着不可或缺的作用，主要作用是：(1)保护电路；(2)调节被测电阻两端的电压与电路中的电流，从而能多次实验使实验结果更准确；(3)改变电路中的总电阻，起到分压的作用.连接用电器时滑动变阻器应调到最大电阻处，避免电流过大损坏仪器.

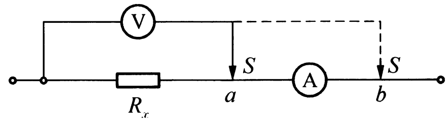
6. 测量电阻的方法常见的有：伏安法、伏伏法、安安法和半偏法.以伏安法测电阻为核心，重点掌握电路接法的选择和误差分析.伏安法测电阻虽然精度不很高，但所用的测量仪器比较简单，而且使用也方便，是最基本的测电阻的方法.测电阻还有替代法、惠斯通电桥法等多种方法.

(1) 电流表内外接的选择：

① 若 $R_x > \sqrt{R_A R_V}$，说明 R_x 较大，采用内接法，$R_{测量值} > R_{真实值}$；

若 $R_x < \sqrt{R_A R_V}$，视为 R_x 较小，采用外接法，$R_{测量值} < R_{真实值}$.

② 若 R_x、R_A、R_V 的关系事先没有给定，可用试触法确定内外接法. 只空出电压表的一个触头 S，然后将 S 分别与 a、b 接触一下，并观察电压表和电流表的示数变化情况：若电流表示数有显著变化，即 $\frac{\Delta I}{I_{小}} > \frac{\Delta U}{U_{小}}$，说明电压表的分流作用较强，即 R_x 的阻值大，应选用电流表内接法；若电压表示数有显著变化，即 $\frac{\Delta I}{I_{小}} < \frac{\Delta U}{U_{小}}$，说明电流表的分压作用较强，即 R_x 阻值小，应选用电流表外接法.



(2) 滑动变阻器两种接法的选择：在题中没有特别要求，又满足安全性原则和方便性原则的基础上可优先选用“限流式”，但以下三种情况，滑动变阻器必须采用“分压式”接法：

① 若题中要求所研究对象的电压从零开始连续增大时，则必须采用“分压式”.

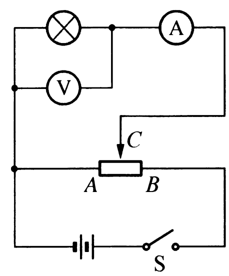
② 若采用限流电路，电路中的最小电流大于用电器的额定电流或超过电表的量程时，则滑动变阻器必须采用“分压式”接法.

③ 当用电器的电阻远大于滑动变阻器的最大阻值，且实验要求的电压变化范围较大或要求测量多组实验数据时，必须采用“分压式”.

7. 作图法在电学实验中的应用.

(1) 描绘小灯泡的伏安特性曲线.

实验电路如图所示. 从电压表和电流表上读出相应的电压 U 和电流 I，绘出 $U-I$ 图. 根据金属丝电阻率随温度的升高而增大的特点，分析曲线的变化规律. 实验误差来源主要是电压表的分流未考虑会造成电流测量值偏大，造成系统误差，描绘 $U-I$ 图线时作图不准还会造成偶然误差.

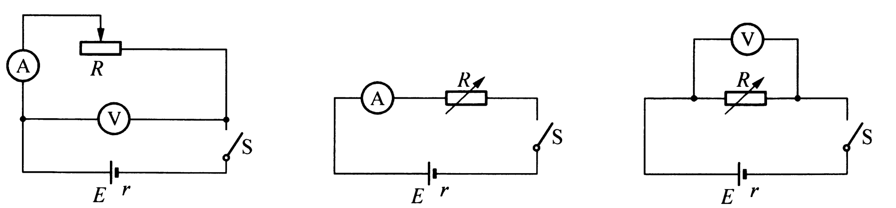


(2) 测电源的电动势和内阻.

方案一：伏安法——用电压表、电流表、滑动电阻器测量，电路图如图(a)所示，由 $E=U+Ir$ 得 $U=E-Ir$，依据测得的多组 U、I 数据作出 $U-I$ 图象，由图象截距和斜率测得 E 和 r.

方案二：安阻法——用电流表、电阻箱测量，电路图如图(b)所示，由 $E=I(R+r)$ 得 $\frac{1}{I}=\frac{1}{E}\cdot R+\frac{r}{E}$，依据测得的多组 I、R 数据作出 $\frac{1}{I}-R$ 图象，由图象截距和斜率测得 E 和 r.

方案三：伏阻法——用电压表、电阻箱测量，电路图如图(c)所示，由 $E=U+\frac{U}{R}r$ 得：$\frac{1}{U}=\frac{1}{E}+\frac{r}{E}\cdot\frac{1}{R}$，依据实验数据作出 $\frac{1}{U}-\frac{1}{R}$ 图象，由图象截距和斜率测得 E 和 r.



(a) (b) (c)

零点突破——

例 1 在“描绘小灯泡的伏安特性曲线”的实验中，有以下器材：A. 小灯泡 L(3 V, 0.6 A)，B. 滑动变阻器 R(0～10 Ω)，C. 电压表 V_1(0～3 V)，D. 电压表 V_2(0～15 V)，E. 电流表A_1(0～

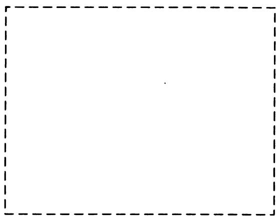
0.6 A)，F. 电流表 A_2(0～3 A)，G. 铅蓄电池、开关各一个，导线若干.

(1) 为了减小误差，实验中应选电流表________，电压表________；

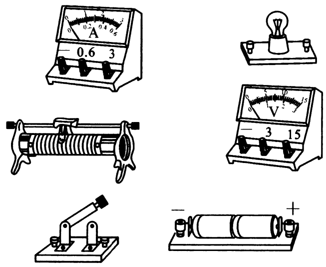
(2) 在图(a)虚线框内按要求设计实验电路图；

(3) 如图(b)所示，在实验中，同组同学已经完成部分导线的连接，请你在实物接线图中完成余下的导线的连接；

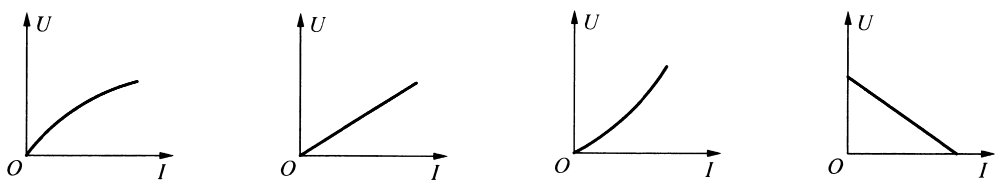
(4) 连好图示的电路后闭合开关，通过移动变阻器的滑片，使小灯泡中的电流由零开始逐渐增大，直到小灯泡正常发光，由电流表和电压表得到的多组读数描绘出的 $U-I$ 图象应是图(c)中的(　　).



(a)



(b)



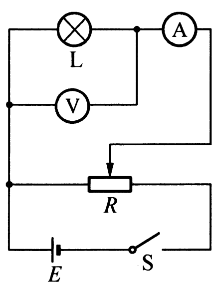
A.　　B.　　C.　　D.

(c)

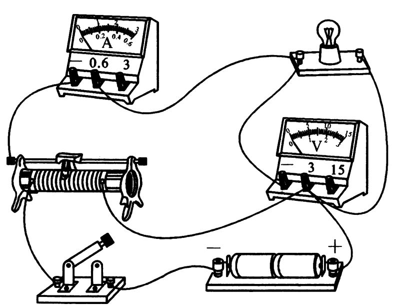
例 1 题图

分析　①选电表要掌握好安全原则和可操作原则；②根据待测电阻大小选择电流表的合适接法；③根据滑动变阻器的电阻范围和实验需要选择好滑动变阻器的合适接法.

解答　(1)根据灯泡的额定电压和额定电流，电流表应选 A_1(0～0.6 A)，电压表应选 V_1(0～3 V)；(2)因为小灯泡的电阻远小于电压表内阻，所以选电流表外接法，需要测量多组数据和描绘图象，需要电压从 0 开始调节，所以滑动变阻器为分压式接法. 电路图如图(d)所示；(3)实物接线图如图(e)所示；(4)小灯泡的电阻随温度的升高逐渐增大，所以 $U-I$ 图象中的斜率也要逐渐增大，C 项正确. 故选 C.



(d)



(e)

例 1 题图

答案　(1)A_1　V_1；(2)如图(d)所示；(3)如图(e)所示；(4)C.

例 2　已知电阻丝的电阻约为 10 Ω，现备有下列器材供测量该电阻丝的电阻时选用，应选用的器材有________（只填代号）. 画出用伏安法测上述电阻丝电阻的电路图.

A. 量程是 0.6 A，内阻是 0.5 Ω 的电流表；

B. 量程是 3 A，内阻是 0.1 Ω 电流表；

C. 量程是 3 V，内阻是 6 kΩ 电压表；

D. 量程是 15 V，内阻是 30 kΩ 电压表；

E. 阻值为 0～1 kΩ，额定电流为 0.5 A 的滑动变阻器；

F. 阻值为 0～10 Ω，额定电流为 2 A 的滑动变阻器；

G. 蓄电池(6 V)；

H. 开关一个，导线若干；

例 2 题图

分析　主要抓住以下几点：电流表内接法和外接法的选择；滑动变阻器改变电路中电流或电压时串联限流和并联分压两种接法的选择；电表量程的选择等.

解答　①先选出电源和开关、导线即 G、H；

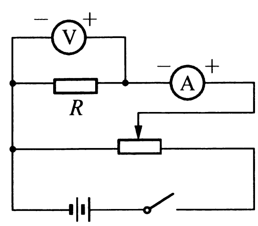
② 选电流表：电源选定后可估算总电流，不连入滑动变阻器时干路电流最大值为：$I_{\max}=\frac{6}{10}$ A $=0.6$ A，因此电流表选A；若选B表，会有以下不足：首先0.6 A电流太小，指针偏转范围不足刻度盘的三分之一，读数时误差较大，其次电流表满偏电流越大，最小刻度即精确度越低，故不选B；

③ 选电压表：若选 C 表，量程 3 V，则干路总电流要被控制在 0.3 A 以下，选 A 电流表指针偏转可较大；若选 D 表，量程 15 V，电源 6 V，$\frac{6}{15}=\frac{1}{2.5}$，此时电压表指针偏转范围不满足指针在$\frac{1}{3}$～$\frac{2}{3}$刻度盘范围，加之15 V量程时，精确度太低，为实现电压和电流表精确度的匹配，应选C表而不选 D 表；

④ 选变阻器：由上面已选量程是 3 V 的电压表，当滑动变阻器用限流接法时，选 0～10 Ω 的变阻器的阻值太小（回路电流超电流表量程），选用 0～1000 Ω 的阻值太大（调节不方便）. 因此决定滑动变阻器采用分压电路连接方式. 由于电阻丝阻值约为 10 Ω，为在 3 V、0.3 A 以下范围内调节滑动变阻器，读取几组测量值，滑动变阻器应选 0～10 Ω 的. 不应选用 0～1000 Ω 的滑动变阻器，一是因为其阻值太大，调压不灵敏，二是满足要求的情况下，应尽量选用小规格的器材；

⑤ 确定电流表的接法. 由 $R_x=10\,\Omega$，$R_A=0.5\,\Omega$，$R_V=6\,\text{k}\Omega$ 可得. 为减小 R_A 分压带来误差，应选电流表外接.

答案　所选器材为 ACFGH，电路图如图所示.



例 2 题图

点睛　选用实验器材一般应根据实验原理掌握“可行”、“精确”和“方便”的原则. “可行”是指选用的实验器材要能保持实验的正常进行；“精确”是指选用的实验器材要考虑尽可能减小实验误差（如电表的指针偏转角要求较大）；“方便”是指选用的实验器材要便于操作.

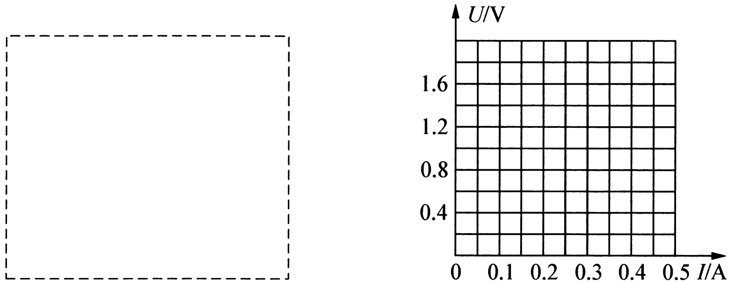
探究提升

例 3　小灯泡灯丝的电阻会随温度的升高而变大. 某同学为研究这一现象，用实验得到如下数据（I 和 U 分别表示小灯泡上的电流和电压）：

I(A)	0.12	0.21	0.29	0.34	0.38	0.42	0.45	0.47	0.49	0.50
U(V)	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00

(1) 在左下方框中画出实验电路图. 可用的器材有：电压表、电流表、滑线变阻器(变化范围0—10 Ω)、电源、小灯泡、电键、导线若干；

(2) 在图(b)中画出小灯泡的$U-I$曲线；



(a)　　(b)

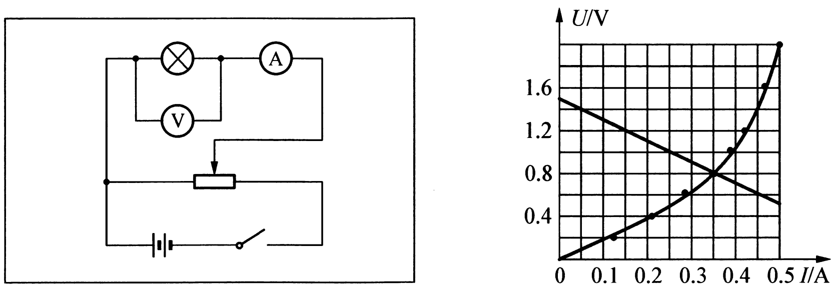
例3题图

(3) 如果某一电池的电动势是1.5 V，内阻是2.0 Ω. 问：将本题中的灯泡接在该电池两端，小灯泡的实际功率是多少.（简要写出求解过程；若需作图，可直接画在第(2)小题的方格图中).

分析　根据表格中的实验数据，可以知道电压的调节范围大，滑动电阻器要采用分压式. 同时，通过表格数据，能计算出小灯泡的阻值大约2～4 Ω，是个小电阻，电流表要采用外接法.

解答　(1) 见图(c)，(2)见图(d)，(3)作出$U=E-Ir$图线，由图线与小灯泡的$U-I$曲线的交点坐标可得小灯泡工作电流为0.35 A，工作电压为0.80 V，因此小灯泡实际功率为0.28 W.

答案　(1)如图(c)所示；(2)如图(d)所示；(3)0.28 W.



(c)　　(d)

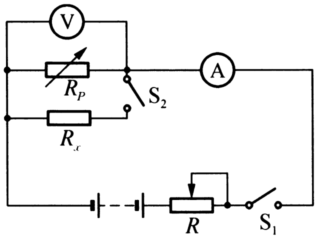
例3题图

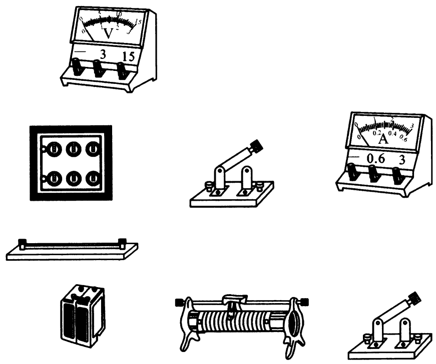
例4　某同学用下列器材测量一电阻丝的电阻R_x：电源E，适当量程的电流表电压表各一只，滑动变阻器R，电阻箱R_P，开关S_1、S_2，导线若干. 他设计的电路图如图(a)所示，具体做法：先闭合S_1，断开S_2，调节R和R_P，使电流表和电压表示数合理，记下两表示数为I_1，U_1；再保持R_P阻值不变，闭合S_2，记下电流表和电压表示数为I_2、U_2.

(1) 请你帮他按电路图在图(b)的实物图上连线；

(2) 写出被测电阻$R_x=$________(用电表的读数表示)；

(3) 此实验中因电流表有内阻，电压表内阻不是无限大，使被测电阻的测量值________真实值(选填"大于"、"小于"或"等于").



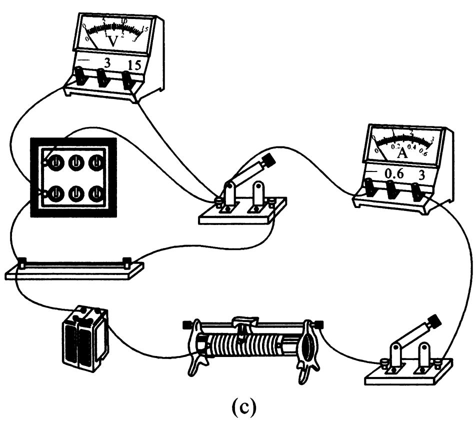


例 4 题图

分析 (1) 本实验只有电流和电压两组数据，不宜用作图法处理数据，应考虑用部分电路欧姆定律，并结合电阻并联公式联立方程计算结果；(2)看最后计算出的 R_x 的表达式中是否牵扯电流表和电压表的内阻，进而讨论二电表内阻是否对实验带来影响.

解答 先闭合 S_1，断开 S_2，调节 R 和 R_P，使电流表和电压表示数合理，记下两表示数为 I_1，U_1，设电压表内阻为 R_V，则：$\frac{I_1}{U_1}=\frac{1}{R_P}+\frac{1}{R_V}$，再保持 R_P 不变，闭合 S_2，记下电流表和电压表示数为 I_2、U_2，有：$\frac{I_2}{U_2}=\frac{1}{R_P}+\frac{1}{R_V}+\frac{1}{R_x}$，所以 $R_x=\frac{U_1U_2}{U_1I_2-U_2I_1}$；由 R_x 的表达式可知，最终结果中并不涉及两个电表的内阻问题，故虽然电流表、电压表都不是理想电表，并不会影响电阻的测量值，测量值等于真实值.

答案 (1)如图(c)所示；(2) $R_x=\frac{U_1U_2}{U_1I_2-U_2I_1}$；(3)等于.



(c)

例 4 题图

压轴精练

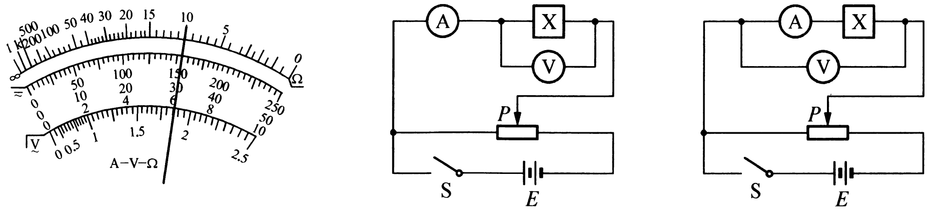
例 5 某实验小组研究两个未知元件 X 和 Y 的伏安特性，使用的器材包括电压表(内阻约为 3 kΩ)，电流表(内阻约为 1 Ω)，定值电阻等.

① 使用多用电表粗测元件 X 的电阻. 选择“×1”欧姆挡测量，示数如图甲(a)所示，读数为________Ω. 据此应该选择图甲中的________(选填“b”或“c”)的电路进行实验；

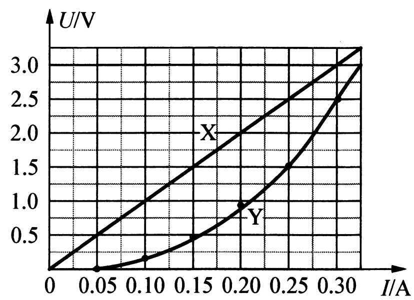
② 连接所选电路，闭合 S，滑动变阻器的滑片 P 从左向右滑动，电流表的示数逐渐________（选填“增大”或“减小”），依次记录电流及相应的电压，将元件 X 换成 Y，重复实验；

③ 如图乙是根据实验数据作出的 $U-I$ 图线，由图可判断元件________（选填“X”或“Y”）是非线性元件；

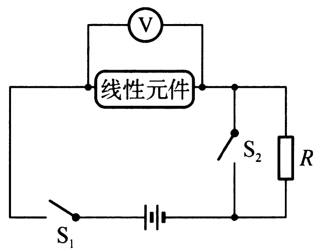
④ 该小组还借助 X 和 Y 中的线性元件和阻值 $R=21\,\Omega$ 的定值电阻，测量待测电池的电动势 E 和内阻 r，电路如图丙所示. 闭合 S_1 和 S_2，电压表读数为 3.00 V；断开 S_2，读数为 1.00 V. 利用图乙可算得 $E=$________V，$r=$________Ω（结果均保留两位有效数字，视电压表为理想电压表）.



甲



乙



丙

例 5 题图

分析 (1)欧姆表读数应是刻度盘示数与倍率相乘的结果；(2)按“小外大内”法选择电流表的合适接法；(3)根据闭合电路欧姆定律分别列出闭合 S_1、S_2 时和 S_1 闭合、S_2 断开时的方程求解 E、r.

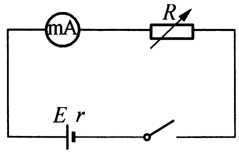
解答 ①由题图读得：$R_X=10\times1\,\Omega=10\,\Omega$，$R_X<\sqrt{R_AR_V}$，$R_X$ 为小电阻，电流表的分流作用影响大，为了减小误差应采用电流表外接法，即图甲(b)接法；②闭合 S，滑动变阻器的滑片 P 从左向右滑动，使测量电路电压增大，由欧姆定律得电流增大；③线性元件的 $U-I$ 图线为直线，非线性元件的 $U-I$ 图线为曲线，由图知 Y 是非线性元件；④由图乙可得线性元件 X 的阻值为 10 Ω，根据闭合电路欧姆定律及题意有：$E=3.00+\frac{3.00}{10}r$ 和 $E=1.00+\frac{1.00}{10}(21+r)$，解得 $E=3.15\text{ V}\approx3.2\text{ V}$，$r=0.50\,\Omega$.

答案 ① 10　b；② 增大；③ Y；④ 3.2　0.50.

例 6 某同学为了测量一节电池的电动势和内阻，从实验室找到以下器材：一个满偏电流为 100 μA、内阻为 2500 Ω 的表头，一个开关，两个电阻箱（0～999.9 Ω）和若干导线.

(1) 由于表头量程偏小，该同学首先需将表头改装成量程为 50 mA 的电流表，则应该将表头与电阻箱________（选填“并联”或“串联”），并将该电阻箱阻值调为________Ω；

(2) 接着该同学用改装的电流表对电池的电动势及内阻进行测量，实验电路如图(a)所示，通过改变电阻 R 测相应的电流 I，且作相关计算后一并记录如表(b).



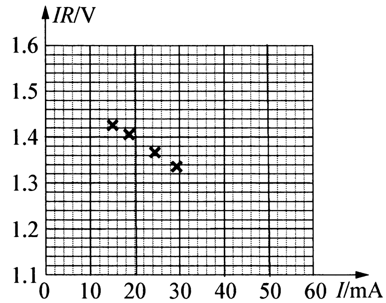
(a)

	1	2	3	4	5	6
$R(\Omega)$	95.0	75.0	55.0	45.0	35.0	25.0
I(mA)	15.0	18.7	24.8	29.5	36.0	48.0
IR(V)	1.42	1.40	1.36	1.33	1.26	1.20

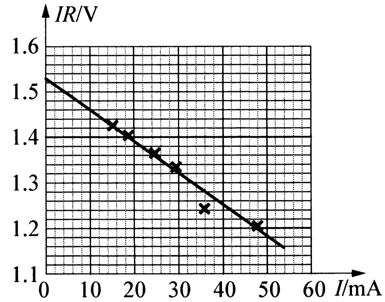
(b)

例 6 题图

① 根据表中数据，图(c)中已描绘出四个点，请将第 5、6 两组数据也描绘在图(c)中，并画出 $IR-I$ 图线；② 根据图线可得电池的电动势 E 是________V，内阻 r 是________Ω.



(c)



(d)

例 6 题图

分析 (1)利用并联电路规律计算电流表改装所需并联的分流电阻阻值；(2)将 5、6 两组数据在图中描点，作一倾斜直线，如图(d)所示，连线时应使尽可能多的点落在直线上，或使各点均匀落在直线两侧；(3)明确直线纵截距和斜率的物理意义，并通过斜率计算电源内阻，由纵截距读出电动势大小.

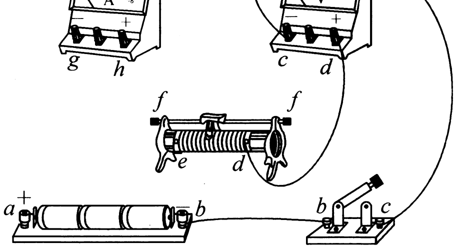
解答 电流表扩大量程需并联一个电阻，有 $I_{mA}R_{mA}=(I-I_{mA})R_{并}$，得 $R_{并}\approx 5.0\,\Omega$. 描点连线作出 $IR-I$ 图象如图(d)所示，由图可得电池的电动势 E 是 1.53 V，曲线斜率的绝对值 k 为电池内阻 r 和改装电表的内阻 R_A 之和，$k=\dfrac{(1.53-1.20)\,\text{V}}{0.047\,\text{A}}=7.0\,\Omega$，$R_A=5\,\Omega$，故内阻 r 是 2.0 Ω.

答案 (1)并联 5.0；(2)①如图所示，②1.53 2.0.

例 7 用电流表和电压表测定由三节干电池串联组成的电池组(电动势约为4.5 V，内电阻约为 1 Ω)的电动势和内电阻，除了待测电池组、电键、导线外，还有下列器材供选用. A. 电流表：量程 0.6 A，内电阻约为 1 Ω；B. 电流表：量程 3 A，内电阻约为 0.2 Ω；C. 电压表：量程 3 V，内电阻约为 30 kΩ；D. 电压表：量程 6 V，内电阻约为 60 kΩ；E. 滑动变阻器：0～1000 Ω，额定电流 0.5 A；F. 滑动变阻器：0～20 Ω，额定电流 2 A.

① 为了使测量结果尽量准确，电流表应选用________，电压表选用________，滑动变阻器选用________(均填仪器的字母代号)；

② 如图所示为正确选择仪器后，连好的部分电路，为了使测量误差尽量小，还需要在电路中用导线将________和________相连、________和________相



例 7 题图

连、________和________相连(均填仪器上接线柱的字母代号);

③ 实验时发现电流表坏了,于是不再使用电流表,剩余仪器中仅用电阻箱替换掉滑动变阻器,重新连接电路,仍能完成实验,实验中读出几组电阻箱的阻值 R 和对应电压表的示数 U;用图象法处理采集到的数据,为了在直角坐标系中得到的函数图象是一条直线,则可以________为纵坐标,以________为横坐标.

分析 由于电动势已确定,首先选择合适的电压表,再根据电源内阻选择方便调节的变阻器,最后选择电流表.实物连线前可先画好电路图.

解答 ①电池组总电动势为 4.5 V,应选择量程 6 V 的电压表 D;因电源内阻较小,滑动变阻器应选择阻值接近电源内阻的,以便调节,故选 0~20 Ω 的 F;电流表在选择时注意其量程,为防止电源急剧放电时产生极化现象而引起电动势的下降,放电电流一般控制在 0.5 A 以内,故电流表选 A;②由于电源内阻与电流表内阻大致相等,为减小误差应采用电流表外接法,即把伏特表接在电源两端,故需将 a 与 d、c 与 g、f 与 h 相连;③为了得到一条直线,应使纵、横坐标物理量成一次函数关系,根据 $U=E-Ir$ 和 $U=IR$ 得:$\frac{1}{U}=\frac{r}{E}\cdot\frac{1}{R}+\frac{1}{E}$,即以 $\frac{1}{U}$ 为纵坐标,以 $\frac{1}{R}$ 为横坐标,可得斜率为 $\frac{r}{E}$、截距为 $\frac{1}{E}$ 的直线$\left(\text{得出 } U=E-r\frac{U}{R} \text{ 或 } \frac{R}{U}=\frac{1}{E}R+\frac{r}{E} \text{ 也可}\right)$.

答案 ①A D F;②a d c g f h;③$\frac{1}{U}$ $\frac{1}{R}$$\left(\text{或 } U \quad \frac{U}{R}\text{;或}\frac{R}{U} \quad R\text{;横纵坐标互换也可}\right)$.

画龙点睛

1. 根据电路图进行实物图连接时,可从电源的正极出发,逐条支路一个一个地连接,避免导线交叉.注意电流应从电表的正接线柱流入,从负接线柱流出.注意滑动变阻器分压式(用两下一上三个接线柱)和限流式(用一下一上两个接线柱)接法的不同.实物图连线的基本原则:

(1) 对限流式电路,一般是从电源的正极开始,把电源、开关、滑动变阻器以及测量电路顺次连接起来即可.

(2) 对分压式电路,应先将电源、开关和滑动变阻器的全部电阻用导线连接起来,然后在滑动变阻器上金属杆两端的接线柱中任选一个,依据电路中电流的流向将测量电路部分连接起来即可.

2. 由于电表内阻的影响,伏安法实验存在系统误差,可以利用“等效电源法”比较哪一电表对测量误差影响较大,以确定电路的连接.

3. 电阻箱可以兼顾变阻器和电压表或电流表的双重功能,利用“伏阻法”、“安阻法”也可完成实验.

4. 数据处理一般采用图象法,通常选择合适的物理量为坐标作线性图线以方便计算.

5. 在描绘小电珠的伏安特性曲线时,要注意一定要用平滑的曲线,当某个(或某些)测量数据出现明显错误时,要舍掉.坐标轴选取的标度要合适,使所作图线占满坐标纸.小灯泡的伏安特性曲线(一般指 I-U 关系图线)上各点切线斜率的倒数不表示小电珠在该 U 电压下的电阻,此时计算小电珠的电阻一定要使用电阻的定义式 $R=\frac{U}{I}$,而不能使用表达式 $R=\frac{\Delta U}{\Delta I}$,只有当 I 和 U 为线性关系时二者才相等.

6. 欧姆表使用六注意:

(1)先选倍率再欧姆调零;(2)换挡后需重新调零;(3)待测电阻要与电路、电源断开;

(4)尽量使指针指在表盘中间位置附近；(5)读数之后要乘以倍率才是被测电阻值；

(6)使用完毕要将选择开关置于“OFF”挡或交流电压的最高挡.

7. 电路设计几点注意：

(1) 注意电表选择的安全性和方便性：电表正负接线柱不反接；量程不能太小，也不能太大. 若电表量程不合适，要利用有准确内阻的电表进行改装. 两电表量程要匹配，当电流表和电压表有选择余地时，应选择电流表和电压表指针能同时接近满偏或能同时超过$\frac{1}{3}$量程的进行匹配. 如果实验中电表没有选择余地，而两电表量程又不匹配时，应利用定值电阻加以协调.

(2) 控制电路的选择：以小控大用分压，相差无几用限流. 另外，滑动变阻器必须接为分压式的情况有三种：①电压要求从零开始变化；②滑动变阻器最大阻值太小，不能起到限流的作用；③限流式不能获取有区分度的多组数据.

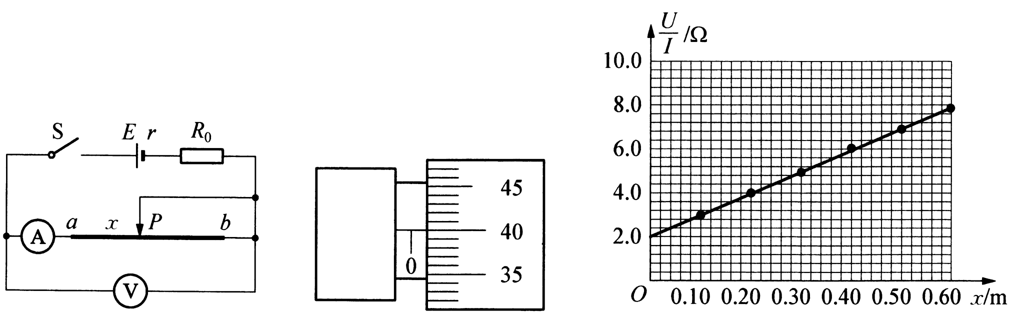
变式训练

1. 为测定一段电阻丝的电阻率 ρ，设计了如图甲所示的电路. ab 是一段电阻率较大的粗细均匀的电阻丝，R_0 是阻值为 2 Ω 的保护电阻，滑片 P 与电阻丝接触始终良好.

(1) 实验中用螺旋测微器测得电阻丝的直径如图乙所示，其示数为 $d=$________mm.

(2) 实验时闭合开关，调节 P 的位置，记录 aP 长度 x 和对应的电压 U、电流 I 等相关数据，如下表：

x(m)	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60
U(V)	1.50	1.72	1.89	2.00	2.10	2.18
I(A)	0.49	0.43	0.38	0.33	0.31	0.28
U/I(Ω)	3.06	4.00	4.97	6.06	6.77	7.79



甲　　乙　　丙

第 1 题图

① 根据表中数据作出$\frac{U}{I}-x$关系图象如图丙所示，利用该图象，可求得电阻丝的电阻率 ρ 为________Ω · m(保留两位有效数字).

② 图丙中$\frac{U}{I}-x$关系图线纵截距的物理意义是________.

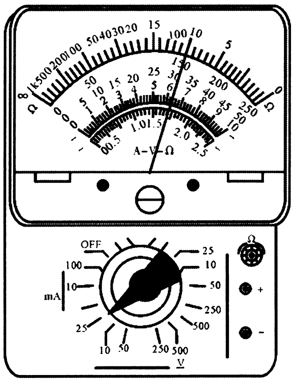
2. 测电池的电动势 E 和内阻 r 的电路图如图所示.

(1) 首先直接用多用电表测定该电池电动势，在操作无误的情况下，多用电表盘面如图甲所

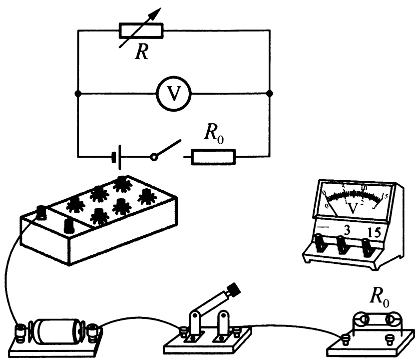
示，其示数为________V.

(2) 然后，用电压表 Ⓥ 、电阻箱 R、定值电阻 ($R_0 = 5\ \Omega$)、开关 S、若干导线和该电池连成电路，进一步测定该电池电动势和内阻.

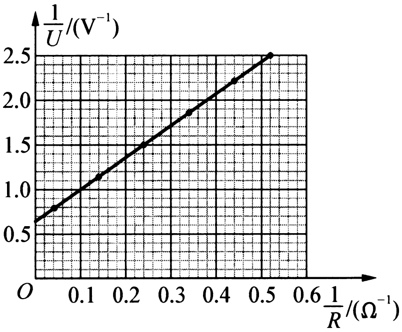
① 在图乙中，根据电路图，用笔画线代替导线，完成实物图连接；



甲



乙



丙

第 2 题图

② 闭合开关 S，调整电阻箱阻值 R，读出电压表 Ⓥ 相应示数 U. 记录多组 R、U 数据，并计算出相应的 $\frac{1}{R}$ 与 $\frac{1}{U}$ 的值，作出 $\frac{1}{U}-\frac{1}{R}$ 图线如图丙所示. 分析该图线斜率 k 的物理意义知 $k=$ ________(用 E、r、R_0 表示)；

③ 从图线中可求得待测电池电动势 $E=$________V，内阻 $r=$________Ω(计算结果均保留到小数点后两位)；

④ 若考虑电压表为非理想表，则电池电动势 E 测量值相对真实值________(选填“偏大”、“偏小”或“不变”).

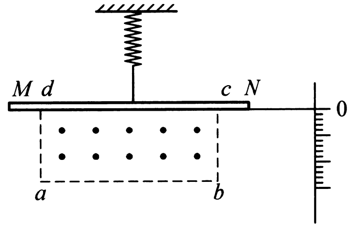
3. 如图所示为一电流表的原理示意图. 质量为 m 的均质细金属棒 MN 的中点处通过一绝缘挂钩与一竖直悬挂的弹簧相连，绝缘弹簧劲度系数为 k. 在矩形区域 $abcd$ 内有匀强磁场，磁感应强度大小为 B，方向垂直纸面向外. 与 MN 的右端 N 连接的一绝缘轻指针可指示标尺上的读数，MN 的长度大于 $\overline{ab}$. 当 MN 中没有电流通过且处于平衡状态时，MN 与矩形区域的 cd 边重合；当 MN 中有电流通过时，指针示数可表示电流强度大小.

(1) 当电流表示数为零时，弹簧伸长多少(重力加速度为 g)?

(2) 若要电流表正常工作，MN 的哪一端应与电源正极相接?

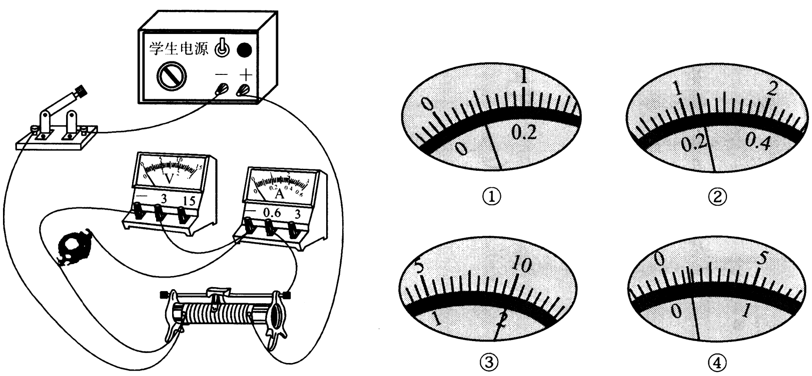
(3) 若 $k=2.0\ \text{N/m}$，$\overline{ab}=0.20\ \text{m}$，$\overline{bc}=0.050\ \text{cm}$，$B=0.20\ \text{T}$，此电流表的量程是多少(不计通电时电流产生的磁场的作用)?

(4) 若将量程扩大 2 倍，磁感应强度应变为多大?



第 3 题图

4. 图(a)所示是小红同学做“描绘小灯泡的伏安特性曲线”实验的实物连接图.(1)根据图(a)画出实验电路图;(2)调节滑动变阻器得到了两组电流表与电压表的示数如图(b)中的①②③④所示,电流表量程为0.6 A,电压表量程为3 V.所示读数为:①________ ②________ ③________ ④________.两组数据得到的电阻分别为________和________.

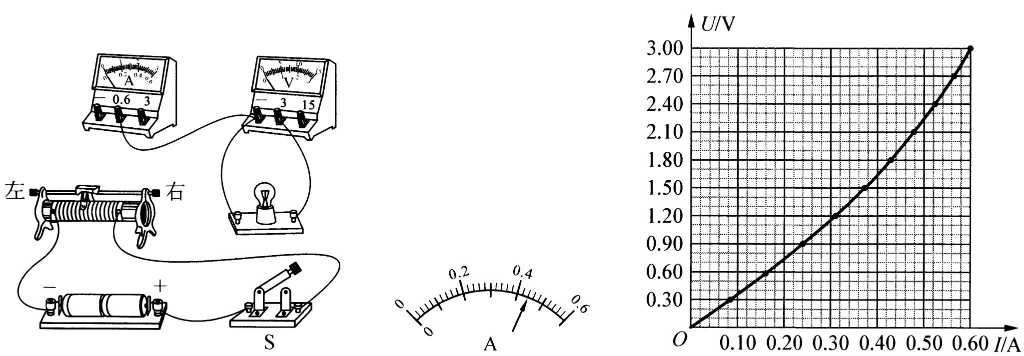


(a)　　　　(b)

第4题图

5. 某学习小组探究一小电珠在不同电压下的电功率大小,实验器材如图甲所示,现已完成部分导线的连接.

①实验要求滑动变阻器的滑片从左到右移动过程中,电流表的示数从零开始逐渐增大,请按此要求用笔画线代替导线在图甲实物接线图中完成余下导线的连接;②某次测量,电流表指针偏转如图乙所示,则电流表的示数为________A;③该小组描绘出的伏安特性曲线如图丙所示,根据图线判断,将________只相同的小电珠并联后,直接与电动势为3 V、内阻为1 Ω的电源组成闭合回路,可使小电珠的总功率最大,其总功率的值约为________W(保留两位小数).

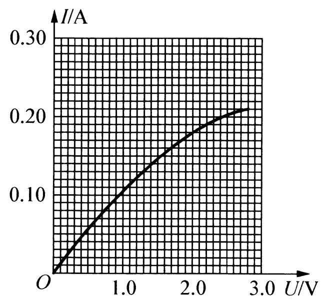


甲　　乙　　丙

第5题图

6. 要测绘一个标有“3 V　0.6 W”小灯泡的伏安特性曲线,灯泡两端的电压需要由零逐渐增加到3 V,并便于操作.已选用的器材有:电池组(电动势为4.5 V,内阻约1 Ω);电流表(量程为0～250 mA,内阻约5 Ω);电压表(量程为0～3 V,内阻约3 kΩ);电键一个、导线若干.

① 实验中所用的滑动变阻器应选下列中的________(填字母代号);

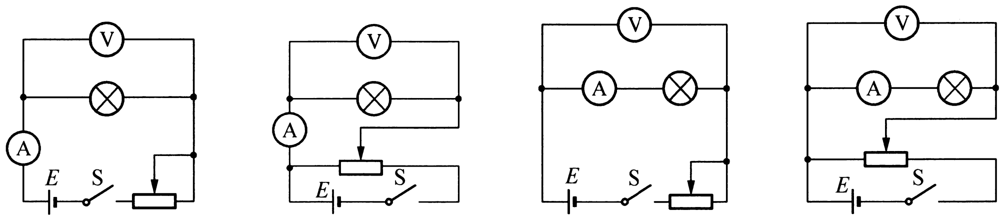


第6题图

A. 滑动变阻器(最大阻值 20 Ω,额定电流 1 A)

B. 滑动变阻器(最大阻值 1750 Ω,额定电流 0.3 A)

② 实验的电路图应选用下列中的图________(填字母代号);

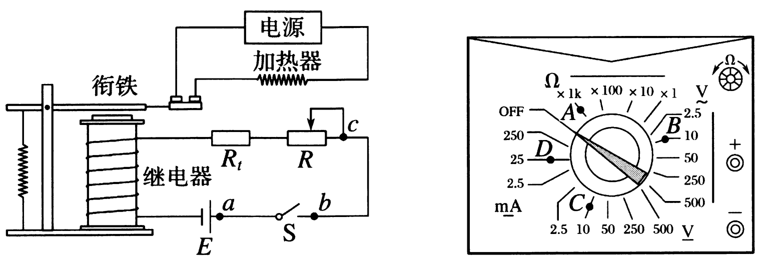


A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

③ 实验得到小灯泡的伏安特性曲线如图所示. 如果将这个小灯泡接到电动势为 1.5 V,内阻为 5 Ω 的电源两端,小灯泡消耗的功率是________W.

7. 某同学通过实验制作一个简易的温控装置,实验原理电路图如图甲所示,继电器与热敏电阻 R_t、滑动变阻器 R 串联接在电源 E 两端,当继电器的电流超过 15 mA 时,衔铁被吸合,加热器停止加热,实现温控. 继电器的电阻约 20 Ω,热敏电阻的阻值 R_t 与温度 t 的关系如下表所示.

t/℃	30.0	40.0	50.0	60.0	70.0	80.0
R_t/Ω	199.5	145.4	108.1	81.8	62.9	49.1



甲　　　　乙

第 7 题图

(1) 提供的实验器材有:电源 E_1(3 V,内阻不计)、电源 E_2(6 V,内阻不计)、滑动变阻器 R_1(0~200 Ω)、滑动变阻器 R_2(0~500 Ω)、热敏电阻 R_t、继电器、电阻箱(0~999.9 Ω)、开关 S、导线若干. 为使该装置实现对 30~80℃之间任一温度的控制,电源 E 应选用________(选填"E_1"或"E_2"),滑动变阻器 R 应选用________(选填"R_1"或"R_2").

(2) 实验中发现电路不工作. 某同学为排查电路故障,用多用电表测量各接点间的电压,则应将如图乙所示的选择开关旋至________(选填"A""B""C"或"D").

(3) 合上开关 S,用调节好的多用电表进行排查. 在图甲中,若只有 b、c 间断路,则应发现表笔接入 a、b 时指针________(选填"偏转"或"不偏转"),接入 a、c 时指针________(选填"偏转"或"不偏转").

(4) 排除故障后,欲使衔铁在热敏电阻为 50℃时被吸合,下列操作步骤的正确顺序是________.(填写各步骤前的序号)

① 将热敏电阻接入电路;

② 观察到继电器的衔铁被吸合；
③ 断开开关，将电阻箱从电路中移除；
④ 合上开关，调节滑动变阻器的阻值；
⑤ 断开开关，用电阻箱替换热敏电阻，将阻值调至 108.1 Ω.

第五部分　选考模块

专题十八　热学综合

高考考查内容一是热力学定律，二是宏观的气体状态变化规律. 其中热力学定律部分以分子动理论的三个要点为基础，将知识延伸到物体的温度（动能）、体积（做功）、内能（势能与动能之和）的变化. 涉及分子力、分子势能、分子动能、物体内能等概念（可与宏观物体的势能、动能、机械能相比较），以及理想气体的等温、等容、等压过程的特点及规律（包括公式和图象两种描述方法），一般以选择题和计算题型出现.

入门导学

难点解读——

1. 理想气体的状态变化遵守气体实验定律，遵守理想气体状态方程. 即一定质量的气体变化规律满足方程 $\frac{pV}{T}=C$（C 为常数）.

2. 理想气体分子间无相互作用力，因此理想气体没有分子势能. 所以一定质量理想气体的内能仅由分子动能决定，即一定质量的理想气体的内能是温度的函数. 温度升高，内能一定增加；温度降低，内能一定减小；温度不变，气体内能一定不变.

3. 理想气体状态发生变化的过程中，不仅满足理想气体状态方程，而且还满足能量守恒定律. 具体地要满足热力学第一定律，即满足方程 $\Delta E=W+Q$. 其中 W、Q 均可代入符号进行计算. 外界对气体做功，$W>0$；气体对外界做功，$W<0$. 气体吸收热量，$Q>0$；气体放出热量，$Q<0$. $\Delta E>0$ 表示气体内能增加；$\Delta E<0$ 表示气体内能减少；$\Delta E=0$，表示气体内能不变.

(1) 判断做功情况时，主要看气体体积的变化情况. 如仅是气体体积增大，则气体对外界做功；如仅是气体体积减小，则外界对气体做功；如气体体积不变，则气体和外界都不做功. 气体在自由膨胀过程中，气体对外和外界对气体均不做功.

(2) 绝热过程是指气体在变化过程中与外界无热量交换，但并不意味着气体温度不变.

4. 解气体问题时，温度是联系状态方程与热力学第一定律的桥梁，在解题时，应从“温度”这个物理量寻找突破口.

零点突破——

例 1　对于一定量的理想气体，下列说法中正确的是（　　）.

A. 若气体的压强和体积都不变，其内能也一定不变

B. 若气体的内能不变，其状态也一定不变

C. 若气体的温度随时间不断升高，其压强也一定不断增大

D. 气体温度每升高 1 K 所吸收的热量与气体经历的过程有关

E. 当气体温度升高时，气体的内能一定增大

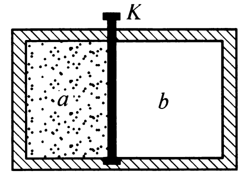
分析　对于理想气体而言，无分子作用力，无分子势能，其内能只由分子动能决定，即温度决定一定质量理想气体内能. 对于一定质量的理想气体的状态变化应根据 $\frac{pV}{T}=C$ 来分析，并结合热力学第一定律分析气体的内能、体积、吸（放）热变化.

解答　一定质量的理想气体，$\frac{pV}{T}=$ 常量，p、V 不变，则 T 不变，分子平均动能不变，又理想气体分子势能为零，故气体内能不变，A 项正确；理想气体内能不变，则温度 T 不变，由 $\frac{pV}{T}=$ 常量

知，p 及 V 可以变化，故状态可以变化，B错误；等压变化过程，温度升高、体积增大，C错误；由热力学第一定律 $\Delta U=Q+W$ 知，温度升高 1 K，内能增量 ΔU 一定，而外界对气体做的功 W 与经历的过程可能有关(如体积变化时)，因此吸收的热量与气体经历的过程也有关，D项正确；温度升高，平均动能增大，分子势能不变，内能一定增大，E项正确. 故选 ADE.

答案　ADE.

例 2　如图所示，一绝热容器被隔板 K 隔开 a、b 两部分. 已知 a 内有一定量的稀薄气体，b 内为真空. 抽开隔板 K 后，a 内气体进入 b，最终达到平衡状态. 在此过程中：(　　).



例 2 题图

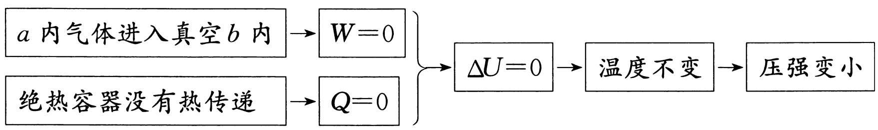
A. 气体对外界做功，内能减少

B. 气体不做功，内能不变

C. 气体压强变小，温度降低

D. 气体压强变小，温度不变

分析　解答本题可按以下思路分析：

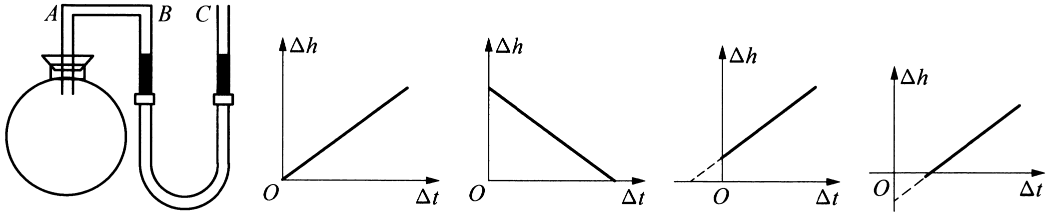


解答　抽开隔板 K 后，a 内的稀薄气体进入真空 b 内，a 内的稀薄气体做功 $W=0$，绝热容器不与外界发生热传递，则 $Q=0$，根据热力学第一定律：$\Delta U=W+Q$，可得 $\Delta U=0$，则内能不变，A错误，B正确；稀薄气体可看作理想气体，内能仅由温度决定，由于 $\Delta U=0$，则气体温度不变. 又根据理想气体状态方程：$\frac{pV}{T}=C$，气体体积变大，而温度不变，则压强变小，C错误，D正确. 故选 BD.

答案　BD.

探究提升

例 3　如图所示为"研究一定质量气体在压强不变的条件下，体积变化与温度变化关系"的实验装置示意图. 粗细均匀的弯曲玻璃管 A 臂插入烧瓶，B 臂与玻璃管 C 下部用橡胶管连接，C 管开口向上，一定质量的气体被封闭于烧瓶内. 开始时，B、C 内的水银面等高.



例 3 题图　　A.　　B.　　C.　　D.

(1) 若气体温度升高，为使瓶内气体的压强不变，应将 C 管________(选填"向上"或"向下")移动，直至________；

(2) (单选)实验中多次改变气体温度，用 Δt 表示气体升高的温度，用 Δh 表示 B 管内水银面高度的改变量. 根据测量数据作出的图线是：(　　).

分析　本题考查"研究一定质量气体在压强不变的条件下，体积变化与温度变化关系"的实验，(1)在温度未升高之前，封闭气体中的压强为大气压，当温度升高时，为保证压强不变，应使 B、C 两管内水银面始终等高；(2)由于气体压强不变，气体经历等压变化即 $\frac{V}{T}=k$，故 $\frac{\Delta V}{\Delta T}=\frac{\Delta h}{\Delta t}S$

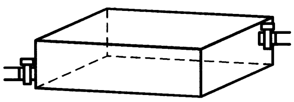
恒定(S为玻璃管的横截面积).

解答 (1) 气体温度升高,封闭气体压强变大,为使封闭气体压强不变,应将C管向下移动,直至B、C两管内水银面等高;

(2) 由于气体压强不变,则$\frac{V}{T}=k$,故有$\frac{\Delta V}{\Delta T}=\frac{\Delta h}{\Delta t}S$为定值,即$\Delta h \propto \Delta t$,故选项A正确. 故选A.

答案 (1)向下 B、C两管内水银面等高;(2)A.

例4 一太阳能空气集热器,底面及侧面为隔热材料,顶面为透明玻璃板,集热器容积为V_0,开始时内部封闭气体的压强为p_0. 经过太阳暴晒,气体温度由$T_0=300\ \text{K}$升至$T_1=350\ \text{K}$.



例4题图

(1) 求此时气体的压强;

(2) 保持$T_1=350\ \text{K}$不变,缓慢抽出部分气体,使气体压强再变回到p_0. 求集热器内剩余气体的质量与原来总质量的比值. 判断在抽气过程中剩余气体是吸热还是放热,并简述原因.

分析 本题以封闭气体为研究对象,结合变质量问题,解答本题时可按以下思路分析:

对象的选取 → 初末状态的确定 → 将变质量问题转化为定质量问题求解

对于本题若把抽出去的气体和剩余的气体当成一个整体,则仍为定质量的问题.

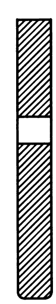
解答 (1) 设升温后气体的压强为p_1,由查理定律得$\frac{p_0}{T_0}=\frac{p_1}{T_1}$ ①,代入数据得$p_1=\frac{7}{6}p_0$ ②;

(2) 抽气过程可视为等温膨胀过程,设膨胀后的总体积为V,由玻意耳定律得:$p_1V_0=p_0V$ ③,联立②③式解得:$V=\frac{7}{6}V_0$ ④,设剩余气体的质量与原来气体的总质量之比为k,由题意得$k=\frac{V_0}{V}$ ⑤,联立④⑤式解得$k=\frac{6}{7}$ ⑥. 抽气过程中剩余气体吸热. 因为抽气过程中剩余气体温度不变,故内能不变,而剩余气体膨胀对外做功,所以根据热力学第一定律可知剩余气体要吸热.

答案 (1) $p_1=\frac{7}{6}p_0$;(2) $k=\frac{6}{7}$,吸热,原因见解答.

压轴精练

例5 如图所示,一上端开口,下端封闭的细长玻璃管,下部有长$l_1=66\ \text{cm}$的水银柱,中间封有长$l_2=6.6\ \text{cm}$的空气柱,上部有长$l_3=44\ \text{cm}$的水银柱,此时水银面恰好与管口平齐,已知大气压强为$p_0=76\ \text{cmHg}$. 如果使玻璃管绕底端在竖直平面内缓慢地转动一周,求在开口向下和转回到原来位置时管中空气柱的长度. 封入的气体可视为理想气体,在转动过程中没有发生漏气.


例5题图

分析 解答本题时可选取封闭气体为研究对象,经历等温变化. 注意玻璃管转动过程中开口向上、向下两位置封闭气体压强的求解(特别注意的是当开口向下时会有部分水银流出),并在这两个位置应用玻意耳定律列出方程.

解答 设玻璃管开口向上时,空气柱的压强为:$p_1=p_0+\rho g l_3$ ①,式中ρ和g分别表示水银的密度和重力加速度.

玻璃管开口向下时，原来上部的水银有一部分会流出，封闭端会有部分真空. 设此时开口端剩下的水银柱长度为 x，则：$p_2 = \rho g l_1$，$p_0 = p_2 + \rho g x$ ②，式中 p_2 为管内空气柱的压强. 由玻意耳定律有：$p_1 l_2 S = p_2 h S$ ③，式中 h 是此时空气柱的长度，S 为玻璃管的横截面积，由 ①②③ 式和题给条件得：$h = 12$ cm.

从开始转动一周后，设空气柱的压强为 p_3，则：$p_3 = p_0 + \rho g x$ ④，由玻意耳定律得：$p_1 l_2 S = p_3 h' S$ ⑤，式中 h' 是此时空气柱的长度，由 ①②③④⑤ 式得：$h' = 9.2$ cm.

答案 $h' = 9.2$ cm.

例 6 (1)关于热力学定律，下列说法中正确的是(　　).

A. 为了增加物体的内能，必须对物体做功或向它传递热量

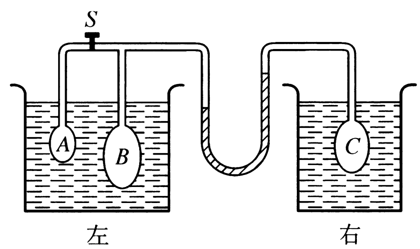
B. 对某物体做功，必定会使该物体的内能增加

C. 可以从单一热源吸收热量，使之完全变为功

D. 不可能使热量从低温物体传向高温物体

E. 功转变为热的实际宏观过程是不可逆过程

(2) 如图所示，由 U 形管和细管连接的玻璃泡 A、B 和 C 浸泡在温度均为 0℃ 的水槽中，B 的容积是 A 的 3 倍. 阀门 S 将 A 和 B 两部分隔开. A 内为真空，B 和 C 内都充有气体. U 形管内左边水银柱比右边的低 60 mm. 打开阀门 S，整个系统稳定后，U 形管内左右水银柱高度相等. 假设 U 形管和细管中的气体体积远小于玻璃泡的容积.



例 6 题图

(i) 求玻璃泡 C 中气体的压强(以 mmHg 为单位)；

(ii) 将右侧水槽的水从 0℃ 加热到一定温度时，U 形管内左右水银柱高度差又为 60 mm，求加热后右侧水槽的水温.

分析 (1) 解答第二小题的第一问，应选用 B 中的气体为研究对象，对于 B 中的气体在打开阀门前后温度保持不变，为等温变化. 打开阀门前，B 中气体体积 V_B 为 B 中容积，压强为 $p_1 = p_C + \Delta p(\Delta p = 60\ \text{mmHg})$，当把阀门打开后 B 中的气体体积 V_2 增大到 A、B 共同的体积，压强和 C 中气体压强相等，可列 $p_1 V_B = p_B V_2$ 求解；(2)在第二问中，研究的对象为 C 中的气体，其体积不变，为等容变化，可根据 $\frac{p_C}{T_0} = \frac{p_C'}{T'}$ 求解.

解答 (1) 由热力学第一定律 $W + Q = \Delta U$ 知，A 正确，B 错误；由热力学第二定律知，C、D 选项中这些过程只在借助于外界帮助的情况下才可以实现，所以 CD 错误；自然界中一切与热现象有关的过程都是不可逆的，E 正确. 故选 AE；

(2) (i)在打开阀门 S 前，两水槽水温均为 $T_0 = 273$ K. 设玻璃泡 B 中气体的压强为 p_1，体积为 V_B，玻璃泡 C 中气体的压强为 p_C，依题意有 $p_1 = p_C + \Delta p$ ①，式中 $\Delta p = 60$ mmHg. 打开阀门 S 后，两水槽水温仍为 T_0，设玻璃泡 A、B 中气体的压强为 p_B. 依题意有 $p_B = p_C$ ②，玻璃泡 A 和 B 中气体的体积为：$V_2 = V_A + V_B$ ③，根据玻意耳定律有：$p_1 V_B = p_B V_2$ ④，联立 ①②③④ 式，并代入题给数据得：$p_C = \frac{V_B}{V_A}\Delta p = 180$ mmHg ⑤；

(ii) 当右侧水槽的水温加热至 T' 时，U 形管左右水银柱高度差为 Δp. 玻璃泡 C 中气体的压强为 $p_C' = p_B + \Delta p$ ⑥，玻璃泡 C 的气体体积不变，根据查理定理有 $\frac{p_C}{T_0} = \frac{p_C'}{T'}$ ⑦，联立 ②⑤⑥⑦ 式，并代入题给数据得：$T' = 364$ K.

答案　(1)AE;(2)(i) $p_C = 180\ \text{mmHg}$; (ii) $T' = 364\ \text{K}$.

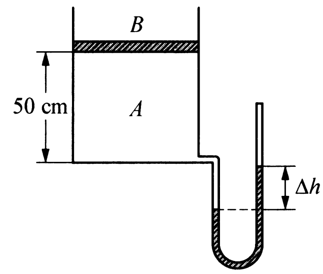
画龙点睛

利用理想气体状态方程解题,关键是正确选取状态,明确状态参量,尤其是正确求解被封闭气体的压强.通过审题,分清各个过程是等温变化还是等容变化,列出相应方程计算.

变式训练

1. 如图所示,在圆柱形气缸中用具有质量的光滑导热活塞密闭有一定质量的理想气体,在气缸底部开有一小孔,与U形水银管相连,已知外界大气压为 $p_0 = 75\ \text{cmHg}$,室温 $t_0 = 27℃$,稳定后两边水银面的高度差为 $\Delta h = 1.5\ \text{cm}$,此时活塞离气缸底部的高度为 $L = 50\ \text{cm}$.已知柱形气缸横截面积 $S = 0.01\ m^2$, $75\ \text{cmHg} = 1.0 \times 10^5\ \text{Pa}$.

(1)求活塞的质量;(2)使气缸内温度降至$-63℃$,求此时U形管两侧水银面的高度差和活塞离气缸底部的高度 L'.

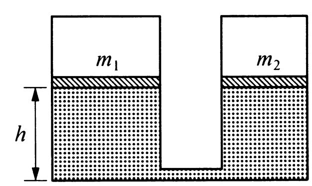


第1题图

2. 如图所示,两个可导热的气缸竖直放置,它们的底部由一细管连通(忽略细管的容积).两气缸各有一个活塞,质量分别为 m_1 和 m_2,活塞与气缸壁无摩擦.活塞的下方为理想气体,上方为真空.当气体处于平衡状态时,两活塞位于同一高度 h.(已知 $m_1=2m$, $m_2=m$)

(1) 在两活塞上同时各放一质量为 m 的物块,求气体再次达到平衡后两活塞的高度差(假定环境温度始终保持为 T_0);

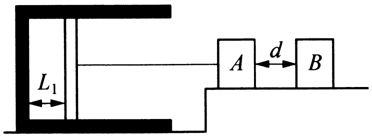
(2) 在达到上一问的终态后,环境温度由 T_0 缓慢上升到 $1.25T_0$,试问在这个过程中,气体对活塞做了多少功.(假定在气体状态变化过程中,两物块均不会碰到气缸顶部).



第2题图

3. 如图所示，一大气缸固定在水平面上，通过活塞封闭有一定质量的理想气体，活塞与缸壁的摩擦忽略不计，活塞的截面积 $S=50\ cm^2$，活塞与水平平台上的物块 A 用水平轻杆连接，在平台上有另一物块 B，A 的质量 $m=62.5\ kg$，物块与平台间的动摩擦因数为 μ，两物块间距为 $d=10\ cm$，开始时活塞距缸底 $L_1=10\ cm$，缸内气体压强 p_1 等于外界大气压强 $p_0=1\times10^5\ Pa$，温度 $t_1=27℃$，现对气缸内的气体缓慢加热，气缸内的温度升为 177℃时，物块 A 开始移动，并继续加热，保持 A 缓慢移动，$g=10\ m/s^2$. 求：

(1)物块 A 与平台间的动摩擦因数 μ；(2)A 与 B 刚接触时气缸内的温度.



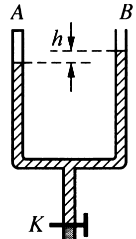
第 3 题图

4. (1)在装有食品的包装袋中充入氮气，可以起到保质作用. 某厂家为检测包装袋的密封性，在包装中充满一定量的氮气，然后密封进行加压测试. 测试时，对包装袋缓慢地施加压力. 将袋内的氮气视为理想气体，则加压测试过程中，包装袋内壁单位面积上所受气体分子撞击的作用力________(选填“增大”、“减小”或“不变”)，包装袋内氮气的内能________(选填“增大”、“减小”或“不变”)；

(2) 给某包装袋充入氮气后密封，在室温下，袋中气体压强为 1 个标准大气压、体积为 1 L. 将其缓慢压缩到压强为 2 个标准大气压时，气体的体积变为 0.45 L. 请通过计算判断该包装袋是否漏气.

5. 如图所示，一粗细均匀的 U 形管竖直放置，A 侧上端封闭，B 侧上端与大气相通，下端开口处开关 K 关闭，A 侧空气柱的长度为 $l=10.0\ cm$，B 侧水银面比 A 侧的高 $h=3.0\ cm$，现将开关 K 打开，从 U 形管中放出部分水银，当两侧的高度差为 $h_1=10.0\ cm$ 时，将开关 K 关闭，已知大气压强 $p_0=75.0\ cmHg$.

(1)求放出部分水银后 A 侧空气柱的长度；(2)此后再向 B 侧注入水银，使 A、B 两侧的水银达到同一高度，求注入水银在管内的长度.

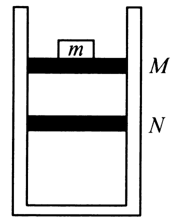


第 5 题图

6. 如图所示，有两个不计质量的薄活塞 M、N 将两部分理想气体封闭在绝热气缸内，温度均是 27℃. M 活塞是导热的，N 活塞是绝热的，均可沿气缸无摩擦地滑动，已知活塞的横截面积均为 $S=2\ \text{cm}^2$，初始时 M 活塞相对于底部的高度为 $H=27\ \text{cm}$，N 活塞相对于底部的高度为 $h=18\ \text{cm}$，活塞足够高. 现将一质量为 $m=400\ \text{g}$ 的小物体放在 M 活塞的上表面，活塞下降. 已知大气压强为 $p_0=1.0\times10^5\ \text{Pa}$，取重力加速度 $g=10\ \text{m/s}^2$.

(1) 求稳定后活塞 N 下部分气体的压强；

(2) 现通过电热丝对 N 下部分气体进行缓慢加热，使 N 下部分气体的温度变为 127℃，分别求稳定后活塞 M 与活塞 N 距离底部的高度.



第 6 题图

专题十九　振动与波

机械振动与机械波在高考命题中一般为选择题，也可能是计算题. 主要考查对简谐运动规律的分析与计算；简谐运动图象的分析与应用；振动图象与波动图象的相互转换与判断；波的叠加与波的多解性的判断与分析.

入门导学

难点解读——

1. 振动问题的多解一般来源于振动的周期性和质点振动方向的不确定性. 建议解题时画振动图象或情境图帮助分析，防止漏解.

2. 波动图象的多解性一般源于：波的空间的周期性；波的时间的周期性；波的双向性；介质中两质点间距离与波长关系未定；介质中质点的振动方向未定.

(1) 波的空间的周期性

沿波的传播方向建立 x 轴，在 x 轴上任取一点 $P(x)$，P 点的振动将完全重复波源 O 的振动，只是时间上比 O 点要落后 Δt，且 $\Delta t=\dfrac{x}{v}=\dfrac{xT_0}{\lambda}$. 在同一波线上，凡坐标与 P 点坐标 x 之差为波长整数倍的许多质点，在同一时刻 t 的位移都与坐标为 x 的质点的振动位移相同，其振动速度、加速度也与之相同，或者说它们的振动"相貌"完全相同. 因此，在同一波线上，某一振动"相貌"势必会不断重复出现，这就是机械波的空间周期性. 空间周期性说明，相距为波长整数倍的多个质点振动情况完全相同.

(2) 波的时间的周期性

在 x 轴上同一个给定的质点，在 $t+nT$ 时刻的振动情况与它在 t 时刻的振动情况（位移、速度、加速度等）相同. 因此 t 时刻的波形，在 $t+nT$ 时刻会多次重复出现. 这就是机械波的时间周期性.

经过整数倍周期时，其波的图象相同.

多解的一般表达方式：①传播距离：$x_0 = n\lambda + \Delta x(\Delta x < \lambda)$，②传播时间：$t = nT + \Delta t(\Delta t < T)$，③传播速度：$v = \frac{x_0}{t} = \frac{n\lambda + \Delta x}{nT + \Delta t}$，④质点振动路程：$s = 4nA + \Delta s(\Delta s < A)$（其中 n 取 0、1、2、…）.

（3）波的双向性

双向性是指一列波分别沿正或负方向传播时，若正、负两方向的传播时间之和等于周期的整数倍，则沿正负两方向传播的某一时刻波形相同.

说明：若波源同时向正、负两个方向传播分别形成两列波，若介质相同，则两列波具有对称性. 即波源的振动要带动它左、右相邻介质点的振动，波要向左、右两方向传播，对称性是指关于波源对称的左、右两质点振动情况完全相同（起振方向相同时）.

（4）介质中两质点间的距离与波长关系未定

在波的传播方向上，如果两个质点间的距离不确定，就会形成多解，解题时若不能联想到所有可能情况，易出现漏解.

（5）介质中质点的振动方向未定

在波的传播过程中，质点振动方向与传播方向有联系，若某一质点振动方向未确定，则波的传播方向有两种，这样也会形成多解.

3. 常见问题及解决方法

（1）已知波速 v 和某时刻波形，画出再经 Δt 时间的波形图的方法

① 平移法：先算出经 Δt 时间波传播的距离 $\Delta x = v \cdot \Delta t$，再把波形沿波的传播方向平移 Δx 即可. 因为波动图象的重复性，若已知波长 λ，则波形平移 n 个 λ 时波形不变. 当 $\Delta x = n\lambda + x$ 时，可采取去整留零的方法，只需移 x 即可.

② 特殊点法：在波形上找两特殊点，如过平衡位置的点和与它相邻的波峰（谷）点，先确定这两点的振动方向，再看 $\Delta t = nT + t$. 由于经 nT 波形不变，所以也是去整留零，分别作出两特殊点经 t 后的位置，然后过这两位置按正弦规律画出新波形.

（2）已知振幅 A 和周期 T，求振动质点在 Δt 时间内的路程和位移

求振动物体在 Δt 时间内的路程和位移，由于涉及质点的初始状态，需用正弦函数计算，较复杂. 特殊情况下如 $\Delta t = \frac{T}{2}$ 或 T 时，则比较容易求. 当质点的初始位移为 x_0 时，经 $\frac{T}{2}$ 的奇数倍时 $x = -x_0$，经 $\frac{T}{2}$ 的偶数倍时，$x = x_0$. 振动质点无论从哪个位置开始计时，在一个周期内通过的路程为 $4A$，半个周期内通过的路程为 $2A$. 但注意不能说 $\frac{T}{4}$ 周期内通过的路程一定为 A. 也不能说 $\frac{3}{4}T$ 周期内通过的路程一定为 $3A$. 这时路程与振子的计时位置点有关.

（3）已知两时刻波形求传播速度

此时传播时间与周期的关系不确定会引起多解. 可采取先特殊（传播时间小于一个周期）再到一般（再加上整数个周期）的方法.

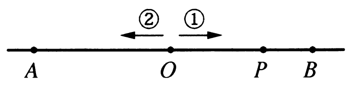
（4）已知波传播方向上两质点间的距离和各自的振动图象，求波长或波速

此时两质点间的距离与波长关系不确定导致两质点间的波形不确定而形成多解. 也可采取先特殊（先画出两质点间在一个波长以内的波形）再到一般（再加上整数个波长）的方法.

零点突破——

例 1　一个做简谐运动的质点在平衡位置 O 点附近振动，当质点从 O 点向某一侧运动时，经 3 s 第一次过 P 点，再向前运动，又经 2 s 第二次过 P 点，则该质点再经________的时间第三次过 P 点.

分析　由"从 O 点"出发，"过 P 点再向前"运动，可以判断 P 点不是平衡位置和位移最大的特殊点. 作出过程示意图如图所示，使问题具体化，以帮助全面思考分析. 题中未明确质点第一次从 O 到 P 的路径，因此需多向思维，考虑有两种可能的情况，以求全解. 简谐运动中，任意两点间往、返历时总是相同的，相对平衡位置而言，时间及位移、回复力、加速度、速度的大小均具有对称性.



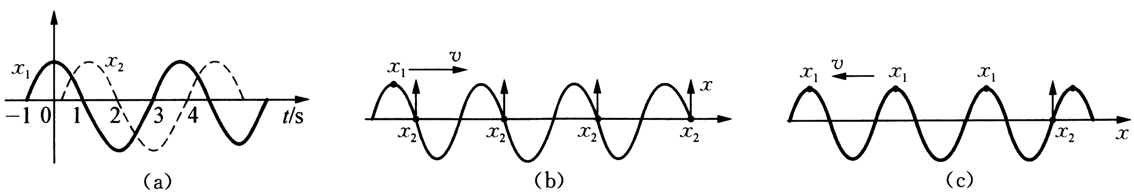
例 1 题图

解答　如图所示，若质点沿图中①的方向第一次过 P 点，历时 3 s；由 P 到 B，再由 B 到 P 共历时 2 s，则由其对称性知 P、B 间往返等时，各为 1 s，从而可知 $\frac{T}{4}=4$ s，周期 $T=16$ s，第三次再过 P 点时，由 P 向左到 A 再返回到 P，历时为一个周期 T 减去 P、B 间往返的 2 s，则需时 $t=(16-2)\text{s}=14$ s. 若沿图②的方向第一次过 P 点，则有：$3-t_{OP}=2+t_{PO}+t_{OP}=\frac{T'}{2}$，而 $t_{OP}=t_{PO}$. 由以上两式可解得：$t_{OP}=t_{PO}=\frac{1}{3}$ s，$T'=\frac{16}{3}$ s，则质点第三次过 P 点历时 $t'=T'-2\text{ s}=\frac{10}{3}$ s.（另解：该题还可利用振动图象代替过程示意图帮助分析求解）.

答案　14 s 或 $\frac{10}{3}$ s.

探究提升——

例 2　一列在 x 轴上传播的简谐波，在 $x_1=10$ cm 和 $x_2=110$ cm 处的两个质点的振动图象如图 a 所示，则质点振动的周期为________s，这列简谐波的波长为________cm.



例 2 题图

分析　(1) 由两质点振动图象直接读出质点振动周期为 4 s；(2) 由于没有说明波的传播方向，本题要考虑两种可能性；(3) 两质点的距离与波长关系不确定要考虑多解性.

解答　由图(a)知，质点振动周期为 4 s.

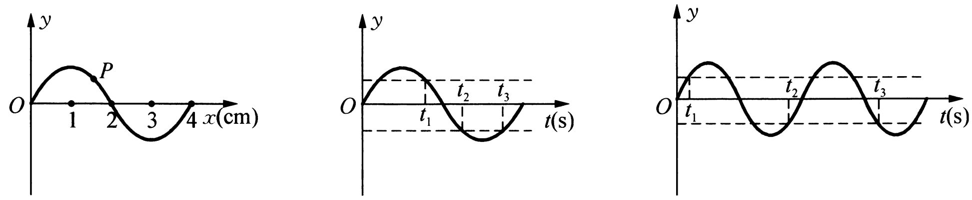
(1) 当波沿 x 轴的正方向传播时，在 $t=0$ 时，x_1 在正最大位移处，x_2 在平衡位置并向 y 轴的正方向运动，那么这两个质点间的相对位置就有如图(b)所示的可能性，即：$x_2-x_1=\left(n+\frac{1}{4}\right)\lambda$，$\lambda=\frac{400}{1+4n}\text{cm}(n=0, 1, 2, 3, \cdots)$；

(2) 当波沿 x 轴负方向传播. 在 $t=0$ 时. x_1 在正最大位移处，x_2 在平衡位置并向 y 轴的正方向运动，那么这两个质点间的相对位置就有如图(c)所示的可能性，即：$x_2-x_1=\left(n+\frac{3}{4}\right)\lambda$，$\lambda=\frac{400}{3+4n}\text{cm}(n=0, 1, 2, 3, \cdots)$.

答案 4 $\frac{400}{1+4n}$ 或 $\frac{400}{3+4n}$ $(n=0, 1, 2, 3, \cdots)$.

点睛 由于波在媒质中传播具有周期性的特点，其波形图每经过一个周期将重复出现以前的波形图，所以由媒质中的质点的振动图象确定波长的值就不是唯一解(若要是唯一解，必须有两个前提：一个是有确定的波传播方向；一个是 $\lambda > x_2 - x_1$).

例3 如图所示，一列简谐横波在 t_1 时刻的波形，如图甲所示，质点 P 在该时刻的振动速度 v_0，t_2 时刻质点 P 的振动速度与 t_1 时刻的速度大小相等，方向相同；t_3 时刻质点 P 的速度与 t_1 时刻的速度大小相等，方向相反. 若 $t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = 0.2$ s，求这列波的传播速度.



甲　　乙　　丙

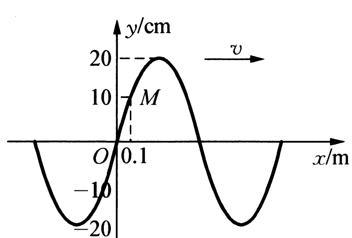
例3题图

分析 (1)本题没有给定波的传播方向，P 振动方向不确定，要分类讨论；(2)由于振动的周期性，两个时刻的时间差与周期的关系不确定，故求解周期时有多解性，作出质点 P 的两种特殊的振动图象，见图乙和丙(有最大周期时)，找出周期的可能值表达式；(3)读出波长数值，由 $v=\frac{\lambda}{T}$ 计算波速.

解答 从振动模型分析，若质点 P 从 t_1 时刻开始向平衡位置方向振动，在一个周期内，从 t_1 时刻到 t_2 时刻，从 t_2 时刻到 t_3 时刻，对应的振动图象如图乙所示. 考虑到振动的周期性，则有：$t_2 - t_1 = \left(n+\frac{1}{4}\right)T(n=0, 1, 2, \cdots)$，周期为：$T=\frac{t_2-t_1}{n+\frac{1}{4}}(n=0, 1, 2, \cdots)$，由公式 $v=\frac{\lambda}{T}$ 得出传播速度 v 的通解为：$v=20\left(n+\frac{1}{4}\right)$ cm/s$(n=0, 1, 2, \cdots)$，方向向左. 若质点 P 从 t_1 时刻开始背离平衡位置方向振动，则在一个周期内对应的振动图象如图丙所示. 考虑到振动的周期性，有：$t_2 - t_1 = \left(n+\frac{3}{4}\right)T(n=0, 1, 2, \cdots)$，周期为：$T=\frac{t_2-t_1}{n+\frac{3}{4}}(n=0, 1, 2, \cdots)$，$v=20\left(n+\frac{3}{4}\right)$ cm/s$(n=0, 1, 2, \cdots)$ 方向向右.

答案 $v=20\left(n+\frac{1}{4}\right)$ cm/s$(n=0, 1, 2, \cdots)$，方向向左；或 $v=20\left(n+\frac{3}{4}\right)$ cm/s$(n=0, 1, 2, \cdots)$，方向向右.

例4 如图所示，为一列沿 x 轴方向传播的简谐横波在 $t=0$ 时刻的波的图象. 经 $\Delta t=0.1$ s，质点 M 第一次回到平衡位置，则这列波的波速为 $v=$ ________ m/s，周期 $T=$ ________ s. 质点 M 在 1.2 s 内走过的路程为________ m.



例4题图

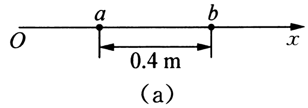
分析 (1)通过图象利用波动方程求出波长(唯一解)；(2)由“M 第一次回到平衡位置”可知不存在因时间的周期性的多解；(3)再分别计算波沿 x 正、负两方向传播时的速度和质点 M 在 1.2 s 内走过的路程(均有二解).

解答 根据数学知识有：$y=A\sin\omega x=A\sin\frac{2\pi}{\lambda}x$，由题知：$10=20\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\times0.1\right)$，则波长为：$\lambda=1.2\,\text{m}$. 若波沿 x 轴正方向传播，当 $x=0$ 处的状态传到 M 点时，M 第一次回到平衡位置，此过程中波传播的距离为 $\Delta x=0.1\,\text{m}$，则波速为：$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{0.1}{0.1}\,\text{m/s}=1\,\text{m/s}$. 周期为：$T=\frac{\lambda}{v}=\frac{1.2}{1}\,\text{s}=1.2\,\text{s}$. 质点 M 在 $1.2\,\text{s}$ 内走过的路程为：$s=n\cdot4A=\frac{t}{T}\cdot4A=80\,\text{cm}=0.8\,\text{m}$；若波沿 x 轴负方向传播，当 $x=0.6\,\text{m}$ 处的状态传到 M 点时，M 第一次回到平衡位置. 此过程中波传播的距离为 $\Delta x'=0.5\,\text{m}$，$v'=\frac{\Delta x'}{\Delta t}=\frac{0.5}{0.1}\,\text{m/s}=5\,\text{m/s}$. $T'=\frac{\lambda}{v'}=\frac{1.2}{5}\,\text{s}=0.24\,\text{s}$. $s'=\frac{t}{T'}\cdot4A=400\,\text{cm}=4\,\text{m}$.

答案 1 或 5　1.2 或 0.24　0.8 或 4.

压轴精练

例 5 如图所示，一列沿 x 轴正方向传播的简谐横波，振幅为 2 cm，波速为 2 m/s，在波的传播方向上两质点 a，b 的平衡位置相距 0.4 m(小于一个波长)，当质点 a 波峰位置时，质点 b 在 x 轴下方与 x 轴相距 1 cm 的位置，则：(　　).



例 5 题图

A. 此波的周期可能为 0.6 s

B. 此波的周期可能为 1.2 s

C. 从此时刻起经过 0.5 s，b 点可能在波谷位置

D. 从此时刻起经过 0.5 s，b 点可能在波峰位置

分析 由题目中给出的条件讨论两点间的距离与波长的关系，则可得出波长的可能值，再由波长、波速及频率的关系可求得周期. 具体策略：根据题目提供的信息，画出振动图象，将 ab 两点标在图象上，注意考虑在一个波长范围内的所有情况，防止漏解. 题目已经说明 a、b 两点间距小于一个波长，因此不存在空间分布重复性多解. 对于 0.5 s 后质点的振动情形，可以用波函数法求解(也可以用波形平移法).

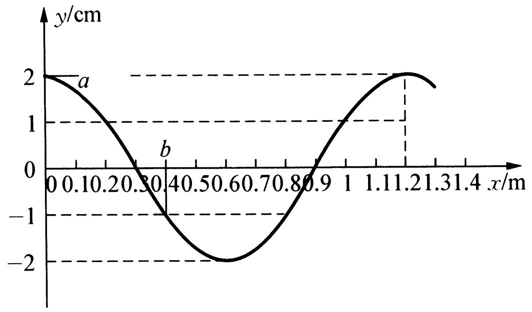
解答 (1) 若 $t=0$ 波的图象如图(b)所示，则从图象知：$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}\right)\lambda=0.4$，得：$\lambda=1.2\,\text{m}$，由 $v=\frac{\lambda}{T}$ 得周期：$T=\frac{\lambda}{v}=\frac{1.2}{2}=0.6\,\text{s}$，所以 A 正确；

(2) 若 $t=0$ 波的图象如图(c)所示，则从图象得：$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{12}\right)\lambda=0.4\,\text{m}$，$\lambda=0.6\,\text{m}$，即波长为：$\lambda=0.6\,\text{m}$，周期为：$T=\frac{\lambda}{v}=0.3\,\text{s}$，故 B 错误；

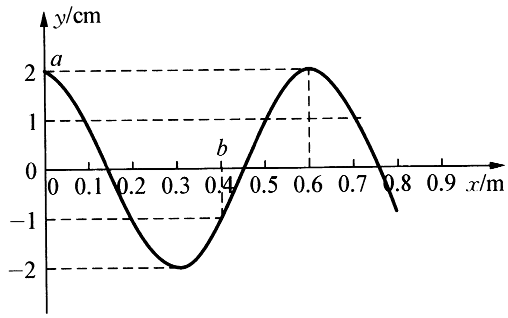
(3) 关于 CD 选项，可以用波函数 $y=A\cos2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ 来解. 如果是(b)图情况，振幅 $A=2\,\text{cm}$，周期 $T=0.6\,\text{s}$，波长 $\lambda=1.2\,\text{m}$，所以具体波函数是：$y=A\cos2\pi\left(\frac{t}{0.6}-\frac{x}{1.2}\right)\text{cm}$，将 $t=0.5\,\text{s}$ 和 $x=0.4\,\text{m}$ 代入波函数得：$y=A\cos2\pi\left(\frac{0.5}{0.6}-\frac{0.4}{1.2}\right)\text{cm}=2\cos(\pi)\,\text{cm}=-2\,\text{cm}$，是波谷位置，如图(d)所示，所以 C 正确. 如果是(c)图情况，振幅 $A=2\,\text{cm}$，周期 $T=0.3\,\text{s}$，波长 $\lambda=0.6\,\text{m}$，具体波函数是：$y=A\cos2\pi\left(\frac{t}{0.3}-\frac{x}{0.6}\right)\text{cm}$，将 $t=0.5\,\text{s}$ 和 $x=0.4\,\text{m}$ 代入波函数得：$y=A\cos2\pi\left(\frac{0.5}{0.3}-\frac{0.4}{0.6}\right)\text{cm}=2\cos(2\pi)\,\text{cm}=2\,\text{cm}$，是波峰位置，如图(e). 所以 D 正确.

答案 ACD.

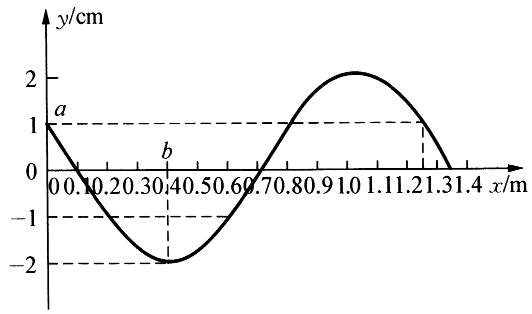
点睛 本题考查波的多解性，要注意全面考虑，找出所有的可能情况；本题采用波函数法结合图象进行分析. 注意弄明白 b 在下方 1 cm 的含义.



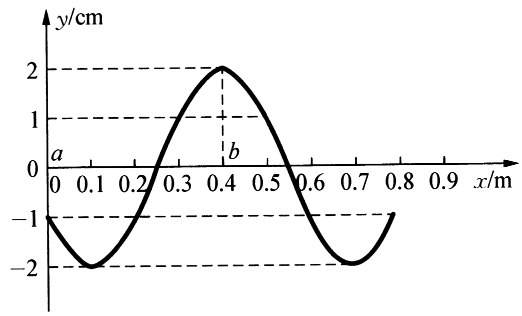
(b)



(c)



(d)



(e)

例 5 题图

画龙点睛

利用波函数法解振动和波问题：

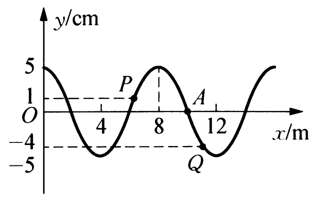
(1) 设有一波前为平面的简谐波，在均匀介质中沿 x 轴正方向传播，波速为 v. 由于这是一种平面波，所以在与 x 轴垂直的平面上，各点的振动情况是一样的. 所以只要讨论 x 轴上各点的振动，就可以知道空间中各点的情况. 以 O 点为波源，设该处质元做简谐振动，其位移 y 与时间 t 的关系为：$y = A\cos\omega t$，式中 A 为振幅，ω 为角频率. 考察波线 Ox 上的任一点 P，它离 O 点的距离为 x，当波源 O 的振动传到 P 点时，P 点的质元将重复 O 点的质元的振动，角频率也相同，但振动的相位要落后于 O 点. 因为 O 点的振动传到 P 点需要时间 $\frac{x}{v}$，所以 P 处质元在时刻 t 的振动相位和 O 点质元在时刻 $t' = t - \frac{x}{v}$ 的振动相位一样，即其相位为：$\omega t' = \omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$. 因为平面简谐波传播时各质元的振幅相等，$P$ 处质元在时刻 t 的位移为：$y = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$，这就是平面简谐波的波函数. 因为 $\omega = \frac{2\pi}{T}$，$v = \frac{\lambda}{T}$，所以波函数也可以写为 $y = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$.

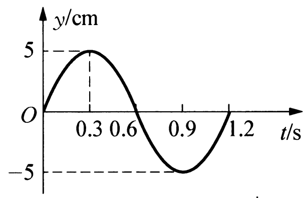
(2) x 取某一确定值时，波函数便是某质点的振动方程. 例如 $x = 0$，$y = A\cos\omega t$ 便是振源 O 的振动方程. 据此可以画出该质点的振动图象.

(3) 当 t 取某一确定值时，波函数便是某时刻的波动方程，例如 $t=0$，$y=A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}$ 便是时刻 $t=0$ 的波动函数方程. 据此可以画出该时刻的波的图象(当计时起点质点在平衡位置，则余弦全部改为正弦).

变式训练

1. (多选)如图甲所示为一列简谐横波在 $t=0.6$ s时的波形图，图乙所示为质点 A 的振动图象，则下列判断中正确的是(　　).





第 1 题图

A. 该简谐波沿 x 轴负方向传播

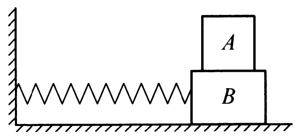
B. 这列波的传播速度为$\frac{20}{3}$ m/s

C. 从 $t=0.6$ s开始，质点 P 比质点 Q 先回到平衡位置

D. 从 $t=0.6$ s开始，再经过 $\Delta t=1.5$ s后质点 A 传播到了坐标原点处

E. 从 $t=0.6$ s开始，紧接着的 $\Delta t=0.6$ s的时间内质点 A 通过的路程为 10 cm

2. (多选)如图所示，物体 A 置于物体 B 上，一轻质弹簧一端固定，另一端与 B 相连，在弹性限度范围内，A 和 B 一起在光滑水平面上做往复运动(不计空气阻力). 则下列说法中正确的是(　　).



第 2 题图

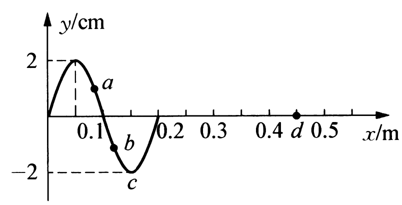
A. 物体 A 和 B 一起做简谐运动

B. 作用在 A 上的静摩擦力大小与弹簧的形变量成正比

C. B 对 A 的静摩擦力对 A 做功，而 A 对 B 的静摩擦力对 B 不做功

D. 物体 A 和 B 组成的系统机械能守恒

3. 一列沿 x 轴正方向传播的简谐横波 t 时刻的波形图象如图所示，已知该波的周期为 T，a、b、c、d 为沿波传播方向上的四个质点. 则下列说法中正确的是(　　). (填正确答案标号. 选对 1 个得 2 分，选对 2 个得 4 分，选对 3 个得 5 分. 每选错 1 个扣 3 分，最低得分 0 分)



第 3 题图

A. 在 $t+\frac{T}{2}$时，质点 c 的速度达到最大值

B. 在 $t+2T$ 时，质点 d 的加速度达到最大值

C. 从 t 到 $t+2T$ 的时间间隔内，质点 d 通过的路程为 6 cm

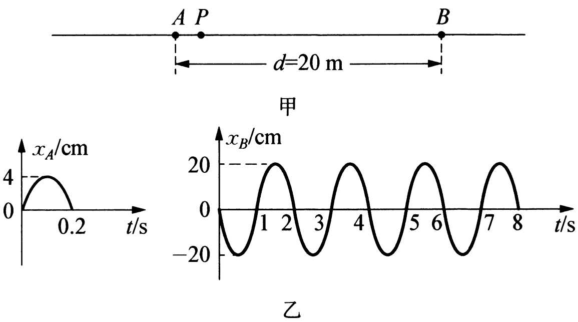
D. t 时刻后，质点 b 比质点 a 先回到平衡位置

E. 从 t 时刻起，在一个周期的时间内，a、b、c、d 四个质点沿 x 轴通过的路程均为一个波长

4. 如图甲所示，在某介质中波源 A、B 相距 $d=20\ \text{m}$，$t=0$ 时两者开始上、下振动，A 只振动了半个周期，B 连续振动，所形成的波的传播速度都为 $v=1.0\ \text{m/s}$，开始阶段 B 波源的振动图象如图乙所示.

(1) 求距 A 点 1 m 处的 P 质点在 $t=0$ 到 $t=22\ \text{s}$ 内所经过的路程；

(2) 求在 $t=0$ 到 $t=16\ \text{s}$ 内从 A 发出的半个波前进过程中所遇到的波峰个数.



第 4 题图

5. 一列简谐横波在介质中沿 x 轴正向传播，波长不小于 10 cm. O 和 A 是介质中平衡位置分别位于 $x=0\ \text{cm}$ 和 $x=5\ \text{cm}$ 处的两个质点. $t=0$ 时开始观察，此时质点 O 的位移为 $y=4\ \text{cm}$，质点 A 处于波峰位置；$t=\frac{1}{3}\ \text{s}$ 时，质点 O 第一次回到平衡位置，$t=1\ \text{s}$ 时，质点 A 第一次回到平衡位置. 求：(1) 简谐波的周期、波速和波长；(2) 质点 O 的位移随时间变化的关系式.

6. (多选)如图所示为一简谐横波在 $t=0.10\ \text{s}$ 时刻的波形图，P 是平衡位置为 $x=1\ \text{m}$ 处的质点，此时刻 P 点振动方向沿 y 轴正方向，并经过 0.2 s 完成了一次全振动，Q 是平衡位置为 $x=4\ \text{m}$ 处的质点，则(　　).

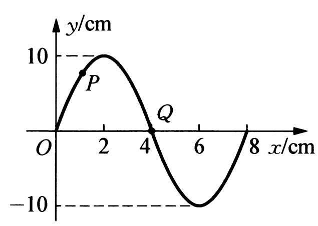
A. 波沿 x 轴负方向传播

B. $t=0.05\ \text{s}$ 时，质点 Q 的加速度为 0，速度为正向最大

C. 从 $t=0.10\ \text{s}$ 到 $t=0.15\ \text{s}$，该波沿 x 轴传播的距离是 2 m

D. 从 $t=0.10\ \text{s}$ 到 $t=0.15\ \text{s}$，质点 P 通过的路程为 10 cm

E. $t=0.25\ \text{s}$ 时，质点 Q 纵坐标为 10 cm



第 6 题图

专题二十　光学综合

命题主要涉及光的折射、全反射及光的干涉等内容. 重点考查光路作图法，通过找几何关系利用用三角函数知识进行光学问题计算. 命题背景通常是常规模型如平行玻璃板、球形玻璃砖、三棱镜等.

入门导学

难点解读——

解几何光学题时准确规范的绘制光路图是解题关键. 一般用数学三角函数知识或三角几何知识与光学原理相结合解题.

1. 解题步骤：

(1) 根据介质几何形状(如球形、柱形、长方形)的不同特点，正确画出光路图；

(2) 利用几何知识分析边角关系，求出入射角、反射角、折射角等. 判断在两种介质分界面上是否发生全反射；

(3) 根据光学规律，利用数学方法进行相关计算.

2. 解题注意事项：

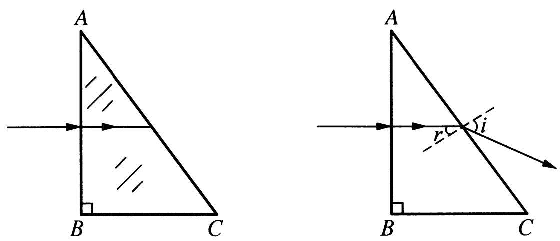
(1) 注意光路的可逆性和对称性；

(2) 若确定未发生全反射，要根据折射定律、反射定律同时考虑折射和反射. 并注意是否有多次反射与折射；

(3) 掌握各种色光的物理特性，由其物理特性分析其不同的光路特性.

零点突破——

例 1　如图(a)所示，一直角三棱镜顶角为 30°，折射率为$\sqrt{3}$，一束光垂直 AB 边入射，从 AC 边又射入空气中，请画出从 AC 边出射的光线.



(a)　　　(b)

例 1 题图

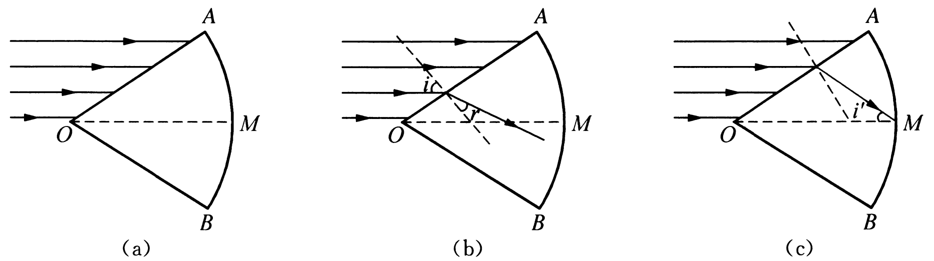
分析　要解决此题，需要掌握光的折射定律和折射率公式 $n=\dfrac{\sin i}{\sin r}$ 的应用，并注意：

(1)光垂直入射介质分界面时，传播方向不变；(2)光从光密介质斜射入光疏介质(空气)时，折射光线和入射光线分居法线两侧；折射角大于入射角. i 为光线在光疏介质中与法线的夹角，r 为光线在光密介质中与法线之间的夹角.

解答　光从空气垂直入射到玻璃界面上，传播方向不变，当光从玻璃斜射入空气中时，根据折射率公式 $n=\dfrac{\sin i}{\sin r}$，其中 $r=30°$，解得：$i=60°$. 折射角大于入射角，故折射光线将远离法线. 在作图时，注意先作出法线. 故出射光线如图(b) 所示.

答案 见图(b).

例2 如图(a)所示,扇形 AOB 为透明柱状介质的横截面,圆心角 $\angle AOB=60°$. 一束平行于角平分线 OM 的单色光由 OA 射入介质,经 OA 折射的光线恰平行于 OB. (1) 求介质的折射率;(2) 折射光线中恰好射到 M 点的光线________(选填"能"或"不能")发生全反射.



例2题图

分析 当平行单色光束经过同一介质分界面,折射光线也都平行(即折射角都相等),根据题意作出其中一条折射光线,由几何知识求出入射角、折射角的大小,根据折射定律求出折射率,根据全反射规律求出临界角,到达 M 点的入射光线也与 OB 平行,由几何知识求出此时(二次折射)的入射角,判断是否发生全反射.

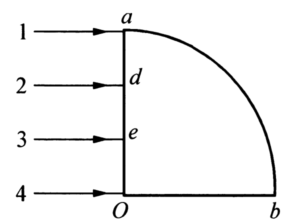
解答 (1) 如图(b)所示,由几何知识可知,入射角 $i=60°$,折射角 $r=30°$,根据折射定律得:$n=\frac{\sin i}{\sin r}$,代入数据解得 $n=\sqrt{3}$.

(2) 由图(c)中几何关系可知,折射光线中恰好射到 M 点的光线,在 M 点的入射角仍为 30°. $i'=30°$, $\sin i'=\frac{1}{2}$,而 $\sin C=\frac{1}{n}=\frac{\sqrt{3}}{3}$. $i'<C$,即入射角小于临界角 $\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$,所以不能发生全反射.

答案 (1) $n=\sqrt{3}$;(2)不能.

探究提升——

例3 如图所示,一块用折射率 $n=2$ 的透明材料制成的柱体,其截面为$\frac{1}{4}$圆,圆半径 $Oa=6$ cm. 当一束平行光垂直照射 Oa 面时,请作出图中代表性光线 2、3 通过该透明材料的光路图(忽略二次反射光线,其中 $ad=de=eO$). 并计算 ab 弧面上被照亮的弧长为多少?

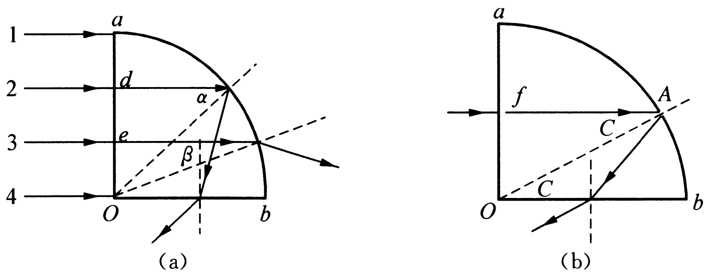


例3题图

分析 (1) 平行光束垂直射入到 Oa 面时,不发生偏折. 当光线射入到圆弧形介质分界面时注意法线作图,其法线必经过圆(球)心;(2)当平行光束射到 ab 面时,有些光线入射角大于临界角将发生全反射,这部分光线不能射出 ab 面,因此这部分是暗的,有些光线的入射角小于临界角,这部分光线可以射出,因此这部分是亮的.

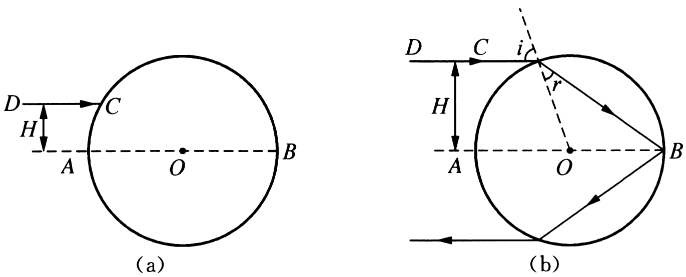
解答 $\sin C=\frac{1}{n}=0.5$,解得 $C=30°$. 对光线 2:由几何知识可知:$\sin\alpha=\frac{2}{3}=0.667$,则:$30°<\alpha<45°$,故光线2发生全反射,当光线从 ab 面反射到 ob 面时,入射角小于临界角,折射而出. 如图(a)所示. 对光线 3:$\sin\beta=\frac{1}{3}<0.5$,得:$\beta<30°$,不会全反射,如图(a)所示. 若射到弧面上的光线刚能全反射,其入射角应为30°,则 bA 弧面被照亮,如图(b)所示,故$\widehat{bA}=2\pi\times\frac{r}{12}=3.14$ cm.

答案 光路如图 a 所示，$\widehat{bA}=3.14$ cm.



例 3 题图

例 4 高速公路上的标志牌都用“回归反射膜”制成，夜间行车时，它能把车灯射出的光逆向返回. 这种“回归反射膜”是用球体反射元件制成的. 如图所示，透明介质球的球心位于 O 点，半径为 R，光线 DC 平行于直径 AOB 射到介质球的 C 点，DC 与 AB 的距离 $H=\dfrac{R}{2}$. 若 DC 光线经折射进入介质球，在介质球内经一次反射，再经折射后射出的光线与入射光线 CD 平行. 试作出光路图，并计算出介质球的折射率.



例 4 题图

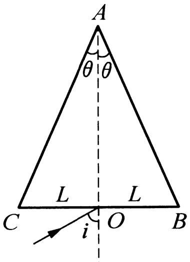
分析 (1) 本题的关键在于根据对称性，作出光路图；(2) 由题意光线经两次折射、一次反射后与入射光线平行，根据几何知识求出第一次折射时的入射角 i 和折射角 r，由折射定律求出折射率. 还要抓住光线在球形玻璃砖内传播时，第一次折射时折射角等于第二次折射时的入射角.

解答 设第一次折射时入射角为 i，折射角为 r，$\sin i=\dfrac{H}{R}=\dfrac{\sqrt{3}R}{2R}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，解得 $i=60^\circ$，光在球内发生反射，根据对称性作出光路图如图(b) 所示. 由 $2r=i$，折射角 $r=\dfrac{i}{2}=30^\circ$，$\sin r=\dfrac{1}{2}$. 故介质折射率 $n=\dfrac{\sin i}{\sin r}=\sqrt{3}$.

答案 光路如图(b)所示，$n=\sqrt{3}$.

压轴精练

例 5 如图所示，三角形 ABC 为某透明介质的横截面，O 为 BC 边的中点，位于截面所在平面内的一束光线自 O 以角 i 入射，第一次到达 AB 边恰好发生全反射. 已知 $\theta=15^\circ$，BC 边长为 $2L$，该介质的折射率为 $\sqrt{2}$. 求：(1) 入射角 i；(2) 从入射到发生第一次全反射所用的时间(设光在真空中的

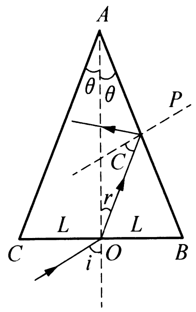


例 5 题图

速度为 c,可能用到 $\sin 75^\circ=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ 或 $\tan 15^\circ=2-\sqrt{3}$).

分析 掌握全反射原理,画好光路图,利用几何关系找出相应角度,利用三角函数公式求解光程,利用光速求解光的传播时间.

解答 (1) 由全反射定律可知,光线在 AB 面上 P 点的入射角等于临界角 C,由折射定律得:$\sin C=\frac{1}{n}$ ①,代入数据得:$C=45^\circ$ ②,设光线在 BC 面上的折射角为 r,由几何关系得:$r=30^\circ$ ③,由折射定律得:$n=\frac{\sin i}{\sin r}$ ④,联立③④式,代入数据得:$i=45^\circ$ ⑤;



例 5 题图

(2) 在 $\triangle OPB$ 中,根据正弦定理得 $\frac{\overline{OP}}{\sin 75^\circ}=\frac{L}{\sin 45^\circ}$ ⑥,设所用时间为 t,光线在介质中的速度为 v,得:$\overline{OP}=vt$ ⑦,$v=\frac{c}{n}$ ⑧,联立⑥⑦⑧式,代入数据得:$t=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2c}L$.

答案 (1) $i=45^\circ$; (2) $t=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2c}L$.

画龙点睛

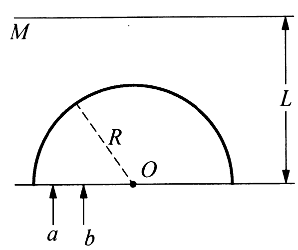
光的折射问题涉及的主要类型有:作光路图、视深估算、折射率的测定、全反射判断、色散及相关计算等. 分析解题时,要注意确定临界角,看是否发生全反射;要注意根据折射定律及相应规律,作出几何光路图;要善于运用折射定律及折射率公式结合几何知识综合计算.

变式训练

1. 如图所示,真空中两细束平行单色光 a 和 b 从一透明半球的左侧以相同速率沿半球的平面方向向右移动,光始终与透明半球的平面垂直. 当 b 光移动到某一位置时,两束光都恰好从透明半球的左侧球面射出(不考虑光在透明介质中的多次反射后再射出球面的情况). 此时 a 和 b 都停止移动,在与透明半球的平面平行的足够大的光屏 M 上形成两个小光点. 已知透明半球的半径为 R,对单色光 a 和 b 的折射率分别为 $n_1=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 和 $n_2=2$,光屏 M 到透明半球的平面的距离为 $L=\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)R$,不考虑光的干涉和衍射,真空中光速为 c,求:

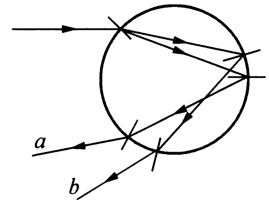
(1) 两细束单色光 a 和 b 的距离 d;

(2) 两束光从透明半球的平面入射直至到达光屏传播的时间差 Δt.



第 1 题图

2. 中国古人对许多自然现象有深刻认识，唐人张志和在《玄真子·涛之灵》中写道："雨色映日而为虹". 从物理学角度看，虹是太阳光经过雨滴的两次折射和一次反射形成的. 右图所示是彩虹成因的简化示意图，其中 a、b 是两种不同频率的单色光，则两光（　　）.



第 2 题图

A. 在同种玻璃中传播，a 光的传播速度一定大于 b 光

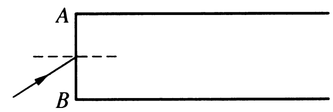
B. 以相同角度斜射到同一玻璃板透过平行面后，b 光侧移量大

C. 分别照射同一光电管，若 b 光能引起光电效应，a 光也一定能

D. 以相同的入射角从水中射入空气，在空气中只能看到一种光时，一定是 a 光

3. 如图所示为一光导纤维（可简化为一长玻璃丝）的示意图，玻璃丝长为 L，折射率为 n，AB 代表端面. 已知光在真空中的传播速度为 c.

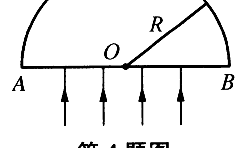
(1) 为使光线能从玻璃丝的 AB 端面传播到另一端面，求光线在端面 AB 上的入射角应满足的条件；(2) 求光线从玻璃丝的 AB 端面传播到另一端面所需的最长时间.



第 3 题图

4. 一个半圆柱形玻璃砖，其横截面是半径为 R 的半圆，AB 为半圆的直径，O 为圆心，如图所示. 玻璃的折射率为 $n=\sqrt{2}$.

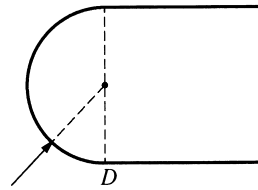
(1) 一束平行光垂射向玻璃砖的下表面，若光线到达上表面后，都能从该表面射出，则入射光束在 AB 上的最大宽宽为多少？(2) 一细束光线在 O 点左侧与 O 相距 $\frac{\sqrt{3}}{2}R$ 处垂直于 AB 从下方入射，求此光线从玻璃砖射出点的位置.



第 4 题图

5. 某种透明材料做成的玻璃砖截面如图所示，左侧部分是半径为 R 的半圆，右侧为边长为 $2R$ 的正方形 $ABCD$，一束单色光从左侧沿半径方向射入玻璃砖，入射方向与 AB 边成 45°角，恰好不能从 AB 面射出，已知 c 为光在真空中传播的速度，求：

(1)此种材料玻璃砖的折射率；(2)这束光从射入玻璃砖到开始射出玻璃砖的总时间.

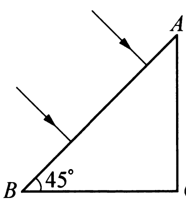


第 5 题图

6. 如图所示为等腰直角三角形棱镜 ABC，一组平行光线从斜面 AB 射入.

(1) 如果光线不从 AC、BC 面射出，求三棱镜的折射率 n 的范围；

(2) 如果光线顺时针转过 $\theta=60^\circ$，即与 AB 面成 30°角斜向下，不考虑反射光线的影响，当 $n=\sqrt{3}$ 时，能否有光线从 BC、AC 面射出？



第 6 题图

答案与解析

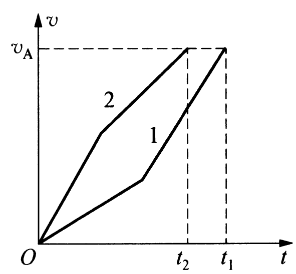
专题一　力与直线运动

1. 8 m/s.

解析　汽车经历匀减速、匀速、匀加速三个阶段.设初速度为 v_0，减速后速度为 v，由图知：$v_0 = 15\ \text{m/s}$，$v = 5\ \text{m/s}$，由运动学公式 $v_0^2 - v^2 = 2ax_1$，得减速运动 $a_1 = \dfrac{225-25}{2\times 20}\ \text{m/s}^2 = 5\ \text{m/s}^2$，同理加速运动 $a_2 = 2.5\ \text{m/s}^2$，匀减速运动时间为：$t_1 = \dfrac{v_0 - v}{a_1} = 2\ \text{s}$，同理加速运动时间为：$t_2 = \dfrac{v_0 - v}{a_2} = 4\ \text{s}$，匀速运动时间为：$t_3 = \dfrac{x_2}{v} = \dfrac{40-20}{5}\ \text{s} = 4\ \text{s}$，则 $t_{总} = t_1 + t_2 + t_3 = 10\ \text{s}$，全程平均速度 $\bar{v} = \dfrac{x}{t_{总}} = 8\ \text{m/s}$.

2. B.

解析　设任一轨道的倾角为 θ，轨道的长度为 L，小球从最低点到最高点克服摩擦力做功：$W_f = \mu mg\cos\alpha \cdot L = \mu mgx$，$x$ 是轨道底边的长度，可知小球沿两轨道运动时，摩擦力做功相等，根据动能定理得：$W_F - mgh - W_f = \Delta E_k$，可知两种情况下拉力做功相等，摩擦力做功相等，重力做功相等，则动能的变化量相等，选项 A、C 错误；将小球的运动看做两段直线运动，画出其在两个轨道上运动的速率时间图线如图所示，由于两球到达 A 点时的速度大小相同，路程相等，即图线与时间轴围成的面积相等，由图可知，$t_1 > t_2$，可知沿 Ⅱ 轨道运动的小球所用时间 t_2 较少，更先到达，选项 B 正确、D 错误.故选 B.



第 2 题答图

点睛　本题难点在于通过速率时间图线比较运动的时间，知道图线的斜率表示加速度，图线与时间轴围成的面积表示路程.解题关键是先根据动能定理比较动能的增加量，并得出末速度大小相等的结论，再利用速率时间图线，抓住路程相等，结合加速度不同，比较出运动时间的长短.要特别注意两次运动中克服摩擦力做功相等这一特点(物体从某一起点沿动摩擦因素 μ 相同的不同斜面或曲面到达某一终点，克服摩擦力做功等于 μmg 与水平位移 x 的乘积).

3. D.

解析　乙做初速度为零的匀加速直线运动.甲做初速度为 v 的匀减速直线运动，开始甲的速度大于乙的速度，所以甲、乙两车之间的距离不断减小，当两车速度相等时距离最小，若此时还没有相撞，以后甲、乙两车之间的距离不断增大，A、B 选项错误；设经过时间 t 相遇，则有 $vt - \dfrac{1}{2}a_1t^2 = d + \dfrac{1}{2}a_2t^2$，此式若无解则两车一定不会相撞，即 $\Delta < 0$，解得 $v < \sqrt{2(a_1+a_2)d}$，C 错误、D 正确.故选 D.

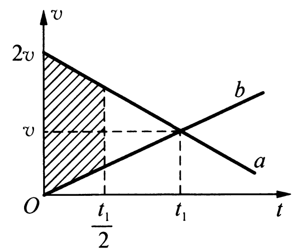
4. AC.

解析　由图(b)图象斜率可知 a 做加速运动时的加速度比 b 做加速运动时的加速度大，故 A 正确；物体在水平面上的运动是匀减速运动，a 从 t_1 时刻开始，b 从 t_2 时刻开始，由图象与坐标轴围成的面积表示位移可知，a 在水平面上做匀减速运动的位移比 b 在水平面上做匀减速运动的位移大，故 B 错误；设斜面倾角为 θ，物体在斜面上运动的加速度为 $a = \dfrac{mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta}{m} = g\sin\theta - \mu g\cos\theta$，因为 a 的加速度大于 b 的加速度，所以 a 与斜面间的动摩擦因数比 b 的小，故 C 正确；同理 D 错误.故选 AC.

5. AC.

解析　由答图可知，a 车的初速度等于 $2v$，在 t_1 时间内，a 车的位移为 s，则 b 车的位移为 $\dfrac{1}{3}s$，若 a、

b在t_1时刻相遇,则 $s_0=s-\frac{1}{3}s=\frac{2}{3}s$, A选项正确;若$a$、$b$在$\frac{t_1}{2}$时刻相遇,如答图所示,$s_0$等于阴影部分对应的面积,由几何关系可知 $s_0=\frac{1}{2}s$,由图象中的对称关系可知,下次相遇的时刻为$\frac{3}{2}t_1$, C选项正确,B选项错误;若a、b在t_1时刻相遇,则t_1时刻后$v_b>v_a$,两车不能再次相遇,D选项错误. 故选AC.



第5题答图

6. (1) 13 s;(2) 30 m/s.

解析 (1) 设白车停下来所需的时间为t_1,停车时所行驶位移为x_1, $v_1=a_1t_1$ ①, $v_1^2=2a_1x_1$ ②,解得$t_1=10$ s, $x_1=150$ m. 在$t_1=10$ s时,黑车所走位移:$x_2=\frac{1}{2}a_2(t_1-3)^2=73.5$ m$<$150 m,所以白车停车前未相撞. 设黑车撞上白车发生在t时刻,则:$\frac{1}{2}a_2(t-3)^2=x_1$,得:$t=13$ s.

(2) 相撞前瞬间,黑车的速度 $v_2=a_2(t-3)=30$ m/s.

点睛 (1) 此题属两物体同地同向但不同时出发的追及问题. 由于警车减速运动在前,黑车加速运动在后,必有相撞,应依据位移相等的关系列方程计算何时相撞.

(2) 因警车做减速运动,应分析相撞时刻是在警车速度减为零之前还是之后,以确定两车运动时间关系,从而列相应方程.

7. D.

解析 设拖绳脱落后轮胎在地面滑行的加速度大小为a_2,由图知:$a_2=5$ m/s^2 ①,由牛顿第二定律有:$\mu mg=ma_2$ ②,联立①②式得:$\mu=0.5$, A错误;设加速阶段轮胎的加速度大小为a_1,由图知:$a_1=2$ m/s^2 ③,设轮胎受到绳子的拉力T与水平方向的夹角为θ,地面支持力为N,摩擦力为f,在竖直方向有:$T\sin\theta+N=mg$ ④,在水平方向有:$T\cos\theta-f=ma_1$ ⑤,又有:$f=\mu N$ ⑥,由题意得:$\sin\theta=0.6$, $\cos\theta=0.8$,由③～⑥式及相关数据得:$T=70$ N, B错误; 0～5 s内,轮胎的位移是:$x=\left(\frac{10+0}{2}\times5\right)$ m $=25$ m,克服摩擦力做功为$W_f=\mu(mg-T\sin\theta)\cdot x=850$ J, C错误; 6 s末轮胎的速度为$v=5$ m/s,摩擦力的瞬时功率大小为$P=\mu mgv=275$ W, D正确. 故选D.

专题二 力与曲线运动

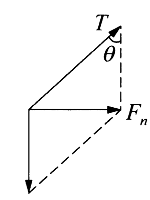
1. BC.

解析 设骑行方向为x方向,投球方向为y方向. 球在空中运动的时间t由投球高度决定,所以球在空中运动时间固定(因为投球高度一样). x距离越大,骑行速度就必须越大,反之,骑行速度越大,x距离就必须越大,故乙参赛者需在到达B点之前将球抛出,B正确;y方向距离不变,故抛球速度也不变,所以乙参赛者也将球以速度v水平抛出,C正确. 故选BC.

点睛 解题关键是抓住运动的合成和分解中各分运动的独立性和等时性.

2. CD.

解析 设细线与竖直方向的夹角为θ,细线的拉力大小为T,细线的长度为L. P球做匀速圆周运动时,由重力和细线的拉力的合力提供向心力,则有: $T=\frac{mg}{\cos\theta}$, $mg\tan\theta=m\omega^2L\sin\theta$,得角速度$\omega=\sqrt{\frac{g}{L\cos\theta}}$, $v=\omega L\sin\theta=\sin\theta\sqrt{\frac{gL}{\cos\theta}}=\sqrt{gL\sin\theta\cdot\tan\theta}$,使小球改到一个更高一些的水平面上做匀速圆周运动时,θ增大,$\cos\theta$减小,$\sin\theta$、$\tan\theta$



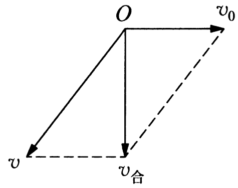
第2题答图

增大，则得到细线拉力增大、角速度增大、线速度增大，选项AB错误、C正确；金属块Q保持在桌面上静止，由平衡条件知，Q受到桌面的静摩擦力等于细线拉力，变大，D正确. 故选CD.

点睛 本题是牛顿第二定律在圆周运动中的应用问题. 题目中一个物体静止，一个物体做匀速圆周运动，分别根据平衡条件和牛顿第二定律研究，其中受力分析是关键，要养成画规范受力图的习惯.

3. C.

解析 设人的游速为v，水速为v_0，$OA=OB=l$，从题意可知$v>v_0$. 则甲运动时间为：$t_甲=\frac{l}{v+v_0}+\frac{l}{v-v_0}=\frac{2lv}{v^2-v_0^2}$；乙要想沿$OB$到达$B$点且沿原路线返回，其速度方向要偏向上游，由题意知乙同学来回时间相等，速度合成图如答图所示. 则乙运动时间为：$t_乙=\frac{l}{\sqrt{v^2-v_0^2}}+\frac{l}{\sqrt{v^2-v_0^2}}=\frac{2l\sqrt{v^2-v_0^2}}{v^2-v_0^2}$，显然$v>\sqrt{v^2-v_0^2}$，所以$t_甲>t_乙$，C正确. 故选C.



第3题答图

点睛 本题考查运动的合成（主要是速度的合成）和匀速运动规律，运用平行四边形法则求出各自的合速度是关键.

4. ABC.

解析 依据平抛运动规律有$mgh=\frac{1}{2}gt^2$，得飞行时间$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$，水平位移$x=v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$；落点在$A_1B_1C_1D_1$内的小球，h相同，而水平位移x_{AC_1}最大，则落在C_1点时平抛物体的初速度最大，选项A正确；落点在B_1D_1上的小球，由几何关系可知最大水平位移$x_{max}=L$，最小水平位移$x_{min}=\frac{L}{\sqrt{2}}$，根据$v_0=x\sqrt{\frac{g}{2h}}$可知平抛初速度的最小值与最大值之比$v_{min}:v_{max}=1:\sqrt{2}$，选项B正确；凡运动轨迹与$AC_1$相交的小球，位移偏转角$\beta$相同（相当于斜面$AC_1$的倾角），设速度偏转角为$\theta$，由平抛运动规律有：$\tan\theta=2\tan\beta$，故$\theta$也相同，因$\theta$相同，则运动轨迹与$AC_1$相交的小球，在交点处的速度方向都相同，选项C正确、D错误. 故选ABC.

5. BD.

解析 设物体在最高点时的速度为v_1，在最低点时的速度为v_2，由题意可知：$\theta=180°$时物体在最高点，绳的拉力$T_1=a-b$ ①，根据向心力公式有：$mg+T_1=m\frac{v_1^2}{r}$ ②；由题意可知：$\theta=0°$时在小球在最低点，此时绳的拉力$T_2=a+b$ ③，根据向心力公式有：$T_2-mg=m\frac{v_2^2}{r}$ ④；只有重力做功，由机械能守恒定律：$\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}mv_1^2+mg(2r)$ ⑤，联立①②③④⑤式解得：$g=\frac{b}{3m}$，选项A错误、B正确. 联立②④⑤式得：$T_2-T_1=6mg$ ⑥，与半径无关，与质量有关，选项C错误、D正确. 故选BD.

6. (1) 0.98 m；(2) 1.1 N，方向竖直向下；(3) 5 m/s，在"S"形轨道的中间位置.

解析 (1) 设小球运动到p点的速度大小为v，对小球由a点运动到p点的过程应用动能定理，得：$-\mu mgL-4Rmg=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$，解得：$v=2\sqrt{3}$ m/s. 小球自p点做平抛运动，设运动时间为t，水平射程为s，则：$4R=\frac{1}{2}gt^2$，$s=vt$，联立代入数据，解得：$s=\frac{2\sqrt{6}}{5}m=0.98$ m.

(2) 设在轨道最高点时管道对小球的作用力大小为F，取竖直向下为正方向. 则：$F+mg=\frac{mv^2}{R}$，联立代入数据，解得$F=1.1$ N，方向竖直向下.

(3) 分析可知，要使小球以最小速度v_0开始运动，且轨道对地面的压力为零，则小球的位置应该在

"S"形轨道的中间位置. 则有：$F'+mg=m\frac{v_1^2}{R}$，$F'=m'g$，$-\mu mgL-2mgR=\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}mv_0^2$，解得：$v_0=5\text{ m/s}$.

点睛 弄清楚小球在最高点向心力来源是求管道对小球作用力的关键；要使小球以最小速度 v_0 运动，且轨道对地面的压力为零，则小球的位置应该在"S"形轨道的中间位置.

专题三 多过程的运动问题

1. ACD.

解析 ①若传送带顺时针转动，且滑块下滑，说明 $mg\sin\theta>\mu mg\cos\theta$，将一直匀加速运动到底端，不符合题意，若滑块上滑，说明 $mg\sin\theta<\mu mg\cos\theta$，则先匀加速运动，在速度相等后将匀速运动，也不符合运动图象，故传送带是逆时针转动，A 正确；② 滑块在 $0\sim t_0$ 内，滑动摩擦力向下做匀加速下滑，$a_1=g\sin\theta+\mu g\cos\theta$，由图可知，$a_1=\frac{v_0}{t_0}$，则 $\mu=\frac{v_0}{gt_0\cos\theta}-\tan\theta$，故 B 错误；③ 只有当滑块的速度等于传送带的速度时，滑块所受的摩擦力才会突变成斜向上，从而引起加速度变化，故传送带的速度等于 v_0，C 正确；④ 等速后的加速度 $a_2=g\sin\theta-\mu g\cos\theta$，代入 μ 值得 $a_2=2g\sin\theta-\frac{v_0}{t_0}$，故 D 正确. 故选 ACD.

2. (1) $3mg$；(2) $3R$；(3) $h'\leqslant\frac{6}{7}R$.

解析 (1) 在 D 点有：$mg=m\frac{v_D^2}{R}$，$C\to D$ 机械能守恒：$\frac{1}{2}mv_C^2=\frac{1}{2}mv_D^2+mgR$，在 C 点有：$F_N=m\frac{v_C^2}{R}$，对轨道的压力为：$F_N'=F_N=3mg$. (2) 对 $A\to D$ 用动能定理有：$mgh-\mu mg\cos 53^\circ\left(\frac{h}{\sin 53^\circ}\right)-mgR(1+\cos 53^\circ)=\frac{1}{2}mv_D^2-0$，$h=3R$. (3) $mgh'-\mu mg\cos 53^\circ\cdot\frac{h'}{\sin 53^\circ}-mgR\cos 53^\circ\leqslant 0$，$h'\leqslant\frac{6}{7}R$.

3. (1) 1 m/s；(2) 4 J.

解析 (1) 设工件质量为 m，当皮带静止时，工件从 A 运动至 C 过程，根据动能定理有：$mgH-\mu mgL=\frac{1}{2}mv_C^2-0$，代入数据解得：$v_C=1\text{ m/s}$.

(2) 工件从 A 运动至 B 过程，根据动能定理有：$mgH=\frac{1}{2}mv_B^2-0$，解得 $v_B=5\text{ m/s}$. 当皮带以 $v=8\text{ m/s}$ 顺时针方向匀速转动时，工件先做匀加速运动，对工件根据牛顿第二定律有：$\mu mg=ma$，$a=\mu g=4\text{ m/s}^2$，设工件速度加速到与皮带速度 $v=8\text{ m/s}$ 相同时，经过的时间为 t，$v-v_B=at$，$t=0.75\text{ s}$，在 t 时间内工件对地的位移：$s_1=v_Bt+\frac{1}{2}at^2=4.875\text{ m}>3\text{ m}$，说明工件在传送带上全程都是被加速(或利用 $v_C'^2-v_B^2=2aL$ 得 $v_C'=7\text{ m/s}<8\text{ m/s}$，说明工件在传送带上全程都是被加速). 设工件在传送带上实际被加速的时间为 t_1，$L=v_Bt_1+\frac{1}{2}at_1^2$，代入数据解得：$t_1=0.5\text{ s}$(另一解 $t_1=-3\text{ s}$ 舍去)，(或利用 $v_C'-v_B=at_1$，代入数据解得 $t_1=0.5\text{ s}$). 在 t_1 时间传送带对地的位移为 s，$s=vt_1=8\times0.5\text{ m}=4\text{ m}$，工件相对于传送带的位移 $s_{相}$，$s_{相}=s-L=1\text{ m}$，由功能关系可知因摩擦产生的内能：$Q=\mu mgs_{相}=4\text{ J}$.

4. (1) 6 m/s；(2) 5 m/s^2，0.4 m/s^2；(3) 能.

解析 (1) 根据牛顿第二定律有：$F=ma$，根据运动学公式有：$v^2=2aL_0$，联立方程代入数据解得：$v=6\text{ m/s}$. 其中 m、F 分别为滑块的质量和受到的拉力，a 是滑块的加速度，v 即为滑块滑到 A 点时的速

度大小，L_0 是滑块在高水平面上运动的位移.

(2) 根据牛顿第二定律，对滑块有：$\mu_1 mg = ma_1$，代入数据解得：$a_1 = 5\ \text{m/s}^2$，对长木板有：$\mu_1 mg - \mu_2(m+M)g = Ma_2$，代入数据解得：$a_2 = 0.4\ \text{m/s}^2$. 其中 M 为长木板的质量，a_1、a_2 分别是此过程中滑块和长木板的加速度，μ_1、μ_2 分别是滑块与长木板间和长木板与低水平面间的动摩擦因数.

(3) 设滑块滑不出长木板，从滑块滑上长木板到两者相对静止所用时间为 t，则：$v - a_1 t = a_2 t$，代入数据得：$t = \frac{10}{9}\ \text{s}$，此过程中滑块的位移为：$x_1 = vt - \frac{1}{2}a_1 t^2$，长木板的位移为：$x_2 = \frac{1}{2}a_2 t^2$，$x_1 - x_2 = \frac{10}{3}\ \text{m} > L$，式中 $L = 2\ \text{m}$ 为长木板的长度，所以滑块能滑出长木板右端.

5. (1) 2 m，6 个；(2) 7200 J.

解析　(1) 假设邮件到达装载平台前已经与传送带达到共速，则邮件先做匀加速运动，加速度为：$a = \mu g = 2\ \text{m/s}^2$，匀加速的时间为：$t = \frac{v_0}{a} = 1\ \text{s}$，匀加速运动的距离为：$x_1 = \frac{v_0}{2}t = 1\ \text{m} < L$，假设成立，邮件与传送带相对静止时距离最大，已知工人放置邮件的时间间隔为：$\Delta t = 1\ \text{s}$，故两邮件的最大距离为：$\Delta x = v_0 \Delta t = 2\ \text{m}$. 共速后匀速运动到装载平台需要：$t_2 = \frac{L - x_1}{v_0} = 4.5\ \text{s}$，邮件在传送带上的总时间：$t = t_1 + t_2 = 5.5\ \text{s}$，又 $\Delta t = 1\ \text{s}$，故传送带上能看到的最多的邮件数为 6 个.

(2) 邮件加速过程中，传送带运动的位移是：$x_2 = v_0 t_1 = 2\ \text{m}$，传送带运送一个邮件需克服摩擦力做功：$W = \mu mg x_2 = 12\ \text{J}$，在 $t_3 = 10\ \text{min}$ 的时间内运送的邮件数：$N = \frac{t_3}{\Delta t} = 600$ 个，电动机多做的功：$W_{总} = NW = 7200\ \text{J}$.

6. (1) 25 N；(2) 0.75 m，14.4 m.

解析　(1) 对于 A，最大加速度由 A、B 间的最大静摩擦力决定，即 $\mu_1 mg = ma_m$，$a_m = 4\ \text{m/s}^2$，对 A、B 整体，$F_{min} - \mu_2(M+m)g = (M+m)a_m$ 得 $F_{min} = 25\ \text{N}$.

(2) 设 F 作用在 B 上时 A、B 的加速度分别为 a_1、a_2，撤掉 F 时速度分别为 v_1、v_2，撤去外力 F 后加速度分别为 a_1'、a_2'，A、B 共同运动时速度为 v_3，加速度为 a_3，对于 A：$\mu_1 mg = ma_1$，$a_1 = 4\ \text{m/s}^2$，$v_1 = a_1 t_1 = 4\ \text{m/s}$，对于 B：$F - \mu_1 mg - \mu_2(M+m)g = Ma_2$，$a_2 = 5.25\ \text{m/s}^2$，$v_2 = a_2 t_1 = 5.25\ \text{m/s}$. 撤去外力后：$a_1' = a_1 = 4\ \text{m/s}^2$，$a_2' = \frac{\mu_1 mg + \mu_2(M+m)g}{M} = 2.25\ \text{m/s}^2$，经过 t_2 时间后 A、B 速度相等：$v_1 + a_1' t_2 = v_2 - a_2' t_2$，解得：$t_2 = 0.2\ \text{s}$，共同速度 $v_3 = v_1 + a_1' t_2 = 4.8\ \text{m/s}$，从开始到 A、B 相对静止时，A、B 的相对位移即为木板最短的长度 L，$L = x_B - x_A = \frac{v_2^2}{2a_2} - \frac{v_3^2 - v_2^2}{2a_2'} - \frac{1}{2}a_1(t_1+t_2)^2 = 0.75\ \text{m}$，$A$、$B$ 速度相等后共同在水平面上做匀减速运动，加速度 $a_3 = \mu_2 g = 1\ \text{m/s}^2$，从 v_3 至最终静止位移为：$x = \frac{v_3^2}{2a_3} = 11.52\ \text{m}$，所以 A 的总位移为 $x_{A总} = x_A + x = 14.4\ \text{m}$.

7. (1) $1\ \text{m/s}^2$；(2) 1 m；(3) 2.32 m.

解析　(1) A 与 B 一起共同加速运动，对 A 和 B 整体，根据牛顿第二定律可得：$qE - \mu_2 mg = ma$，解得：$a = 1\ \text{m/s}^2$.

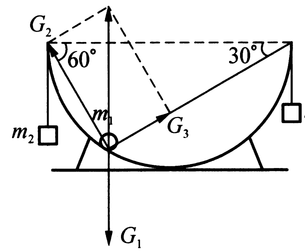
(2) 设木板 B 与挡板相碰时的速度大小为 v，根据运动学公式可得：$v^2 = 2ad$，木板 B 与挡板相碰后停止. 设物块 A 继续滑动的加速度大小为 a_1，根据牛顿第二定律可得：$\mu_1 mg - qE = ma_1$，当 A 恰好到挡板处停止时，由运动学公式可得：$v^2 = 2a_1 L_0$，又 $d + L_0 = s_0$，解得：$L_0 = 1\ \text{m}$.

(3) 因为 $L < L_0$，A 将与与挡板相碰，然后按原速率返回，与木板共同反向减速至速度为零，然后重复之前的运动过程，最终 A 和木板均停在挡板处，A 和木板之间因摩擦产生的热量：$Q_1 = \mu_1 mgL$，木板和地面之间因摩擦产生的热量：$Q_2 = \mu_2 mgs$，对整个过程有：$qEs_0 = Q_1 + Q_2$，解得：$s = 2.32\ \text{m}$.

专题四 连接体与叠加体

1. C.

解析 对碗内的小球 m_1 做受力分析，受重力、两根细线的两个拉力. 由于碗边缘光滑，故相当于动滑轮，细线对物体 m_2 的拉力大小等于 $G_2=m_2g$，细线对物体 m_3 的拉力大小等于 $G_3=m_3g$. 故两根细线对 m_1 的拉力大小分别为 G_2、G_3. 如答图所示，根据共点力平衡条件，两根细线对物体 m_1 的拉力的合力等于 $G_1=m_1g$. 有：$G_2=G_1\cos 30°$，$G_3=G_1\sin 30°$，故 $m_1:m_2:m_3=2:\sqrt{3}:1$，故选 C.



第 1 题答图

点睛 本题关键是对碗内小球做受力分析，根据三力平衡条件可知，三个力中任意两个力的合力与第三个力等值、反向、共线. 然后运用合成或分解法作图，根据几何关系得到三个物体的重力之比.

2. 1.5 N.

解析 小鸟落在托盘之前：$m_1g=F_{弹}$，小鸟刚落在托盘上的瞬间，对整体有：$(m_1+m_2)g-F_{弹}=(m_1+m_2)a$，对小鸟有：$m_2g-F_N=m_2a$，联立得：$F_N=1.5\text{ N}$，故小鸟对托盘的压力也为 1.5 N.

3. AD.

解析 由于 $v_a=v_b\cos\theta$，θ 为 b 的拉绳与水平面的夹角，可见 $v_a<v_b$，a、b 质量相同，可知 a 的动能小于 b 的动能，A 正确；a 物体下降时，a 的机械能的减少量等于 b 物体的动能增加量和 b 克服摩擦力做功之和，B、C 错误；绳的拉力对 a 所做的功等于 a 的机械能的减少量，绳的拉力对 b 所做的功等于 b 的动能增加和克服摩擦力做功，选项 D 正确. 故选 AD.

4. B.

解析 根据 $a=g\sin\alpha$ 可知，两物体在斜面上下滑的加速度相同，故滑到低端的时间相同，选项 A 错误；对 A、B 及斜面整体，在水平方向满足：$f=m_Aa\cos\alpha-m_Ba\cos\alpha$，因 $m_A>m_B$，故 $f>0$，地面对斜面体的摩擦力方向水平向左，选项 B 正确；根据机械能守恒定律，两滑块滑至斜面底端时的速度大小相同，由 $P=mgv\sin\alpha$ 可知，重力的瞬时功率不相同，选项 C 错误；因为两物块沿斜面体加速下滑，处于失重状态，故地面对斜面体的支持力小于三个物体的总重力，选项 D 错误；故选 B.

5. (1) $4mg$；(2) $\dfrac{4mg}{k}$.

解析 (1) 对于物体 C，由平衡条件可得：$F_T=mg$ ①，对于物体 A、B 及弹簧整体，由平衡条件可得：$F_T+F_N=5mg$ ②，由①② 式得 $F_N=4mg$，方向竖直向上，根据牛顿第三定律可得 $F'_N=F_N=4mg$ ③，即物体 B 对地面的压力为 $4mg$，方向竖直向下.

(2) 对于物体 A，初态时，由平衡条件得：$F_T+kx_1=2mg$（x_1 为初态时弹簧压缩量） ④，对于物体 C，末态时，由平衡条件得：$F'_T=5mg$ ⑤，对于物体 A，末态时，由平衡条件得：$F'_T=2mg+kx_2$（x_2 为末态时弹簧拉伸量） ⑥，所求物体 A 上升的高度为 $h=x_1+x_2$ ⑦，联立①④⑤⑥⑦ 式解得：$h=\dfrac{4mg}{k}$.

6. (1) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}mg$；(2) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；(3) $(2\mu-1)(\sqrt{3}-1)mgR$.

解析 (1) 对 C 受力分析如答图(a)所示. 根据平衡条件有 $2F\cos 30°=mg$，解得 $F=\dfrac{\sqrt{3}}{3}mg$.

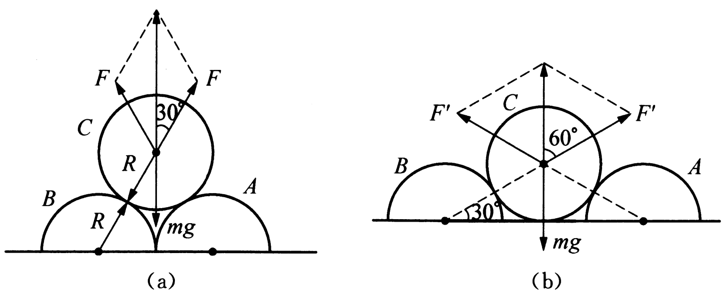
(2) C 恰好降到地面时，如答图(b)所示. 有：$2F'\cos 60°=mg$，此时 B 受 C 压力的水平分力最大：

$F_{x\max} = F'\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$，$B$ 受地面的最大静摩擦力：$f = \mu\left(\frac{1}{2}mg + F'\sin 30^\circ\right) = \mu mg$，根据题意，$B$ 要保持静止，则有：$f = F_{x\max}$，解得：$\mu_{\min} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(3) C 下降的高度 $h = (\sqrt{3}-1)R$，A 的位移为：$x = 2\times 2R\cos 30^\circ - 2R = 2(\sqrt{3}-1)R$，摩擦力做功的大小：$W_f = fx = 2(\sqrt{3}-1)\mu mgR$，根据动能定理：$W - W_f + mgh = 0 - 0$，解得：$W = (2\mu - 1)(\sqrt{3}-1)mg$.

点睛 本题主要是考查了共点力的平衡和动能定理. 解此类问题的一般步骤是：确定研究对象、进行受力分析、利用平行四边形法则进行力的合成或者是用正交分解法进行力的分解，然后在坐标轴上建立平衡方程进行解答. 运用动能定理解题时，首先要选取研究过程，然后分析在这个运动过程中哪些力做正功、哪些力做负功，初末动能为多少，根据动能定理列方程解答.

本题易错点是易将 A 的位移写为相对 C 的水平位移 $x = (\sqrt{3}-1)R$，实际应该是相对地面(或相对 B) 的位移，为 $2(\sqrt{3}-1)R$.



第 6 题答图

专题五　万有引力与航天

1. B.

解析 根据万有引力定律可知：$G\frac{Mm}{R^2} = mg_0$，在地球的赤道上：$G\frac{Mm}{R^2} - mg = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R$，地球的质量：$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho$，联立三式可得：$\rho = \frac{3\pi g_0}{GT^2(g_0 - g)}$. 故选 B.

点睛 物体在地球赤道和两极处所受重力的不同. 由于地球的自转，地球上的物体都处于失重状态，且赤道上的物体失重最多. 物体在赤道上的视重等于地球的引力与物体随地球自转所需向心力之差. 物体的重力实为视重，不能等同于地球对它的万有引力(两极处除外). 设想地球自转加快，赤道上的物体刚好处于完全失重状态，该物体就和近地人造地球卫星的运动情况相同.

2. A.

解析 飞船在轨道上向后喷气加速，使线速度增大，导致万有引力不足以提供所需的向心力而做离心运动. 所以要想与空间站对接，只能从低轨道加速. 若在较高轨道或同一轨道加速，将因做离心运动而无法对接. 故选 A.

3. C.

解析 设体积较小的星体质量为 m_1，轨道半径为 r_1，体积大的星体质量为 m_2，轨道半径为 r_2，双星间的距离为 L，转移的质量为 Δm. 万有引力 $F = G\frac{(m_1 + \Delta m)(m_2 - \Delta m)}{L^2}$，结合二项式定理可知，随着

质量的转移，二者的质量越来越接近，万有引力越大. 故 A 错误；对 m_1：$G\dfrac{(m_1+\Delta m)(m_2-\Delta m)}{L^2}=(m_1+\Delta m)\omega^2 r_1$ ①，对 m_2：$G\dfrac{(m_1+\Delta m)(m_2-\Delta m)}{L^2}=(m_2-\Delta m)\omega^2 r_2$ ②，由①②式得 $\omega=\sqrt{\dfrac{G(m_1+m_2)}{L^3}}$，总质量 m_1+m_2 不变，两者距离 L 不变，则角速度 ω 不变. 由②式得：$\omega^2 r_2=\dfrac{G(m_1+\Delta m)}{L^2}$，$\omega$、$L$、$m_1$ 均不变，Δm 增大，则 r_2 增大，即体积较大星体圆周运动轨迹半径变大. 由 $v=\omega r_2$ 得线速度 v 也增大. 故 C 正确. BD 错误. 故选 C.

点睛 此题是牛顿定律在双星问题中的应用，解题时要抓住双星系统的条件：角速度与周期相同，运用牛顿第二定律采用隔离法进行研究.

4. AC.

解析 设正三角形边长为 a，小星的质量为 m，母星的质量为 M，则母星与小星间距离为 $r=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$，小星间万有引力为 $F=\dfrac{Gmm}{a^2}$，母星和小星间万有引力为 $9F=\dfrac{GMm}{r^2}$，可得 $M=3m$，C 正确、D 错误；小星受到的万有引力合力为 $2F\cos 30^\circ+9F=(\sqrt{3}+9)F$，A 正确、B 错误. 故选 AC.

点睛 在四颗星组成的系统中，其中任意一颗小星受到其他三颗星对它的引力，合力提供其做圆周运动的向心力. 选择任意一颗小星作为研究对象，对其进行受力分析，根据万有引力定律分别计算小星之间的万有引力和母星与小星之间的万有引力，利用力的合成法则计算小星受的万有引力合力. 合力指向圆心（即母星位置）并充当向心力.

5. C.

解析 当行星处于最大视角处时，地球和行星的连线与行星和太阳的连线垂直，三星球相互之间的连线构成直角三角形，有 $\sin\theta=\dfrac{r_{行}}{r_{地}}$，根据 $G\dfrac{Mm}{r^2}=m\omega^2 r$，得：$\dfrac{\omega_{行}}{\omega_{地}}=\sqrt{\left(\dfrac{r_{地}}{r_{行}}\right)^3}=\dfrac{1}{\sqrt{\sin^3\theta}}$，故选 C.

点睛 向心力的公式选取要根据题目提供的已知物理量或要求解的物理量选取应用. 物理问题经常要结合数学几何关系解决，根据题意知道当行星处于最大视角处时，地球和行星的连线应与行星轨道相切是解题的关键，然后运用几何关系求解问题.

6. BD.

解析 根据 $G\dfrac{Mm}{R^2}=m\dfrac{v^2}{R}$ 得发射速度 $v=\sqrt{\dfrac{GM}{R}}$，脱离星球所需要的发射速度为 $v'=\sqrt{2}v=\sqrt{\dfrac{2GM}{R}}$，与探测器的质量无关，A 错误；由 $F=G\dfrac{Mm}{R^2}$ 得：$\dfrac{F_{地}}{F_{星}}=\dfrac{M_{地}}{M_{星}}\dfrac{R_{星}^2}{R_{地}^2}=\dfrac{5}{2}$，地球表面的引力大于火星表面的引力，B 正确；由脱离星球发射速度 $v'=2\sqrt{\dfrac{GM}{R}}$ 可得 $\dfrac{v'_{地}}{v'_{星}}=\sqrt{\dfrac{M_{地}}{M_{星}}\dfrac{R_{星}}{R_{地}}}=\sqrt{5}$，C 错误；由于探测器在脱离星球的过程中，高度在增加，引力做负功，引力势能增大，D 正确. 故选 BD.

点睛 从星球表面发射探测器的最小发射速度 v 也是绕星球表面做匀速圆周运动的最大环绕速度（或第一宇宙速度），发射速度与探测器质量无关；探测器刚好脱离星球时，其动能全部转化为势能，发射速度为 $\sqrt{2}v$（实为第二宇宙速度），可由机械能守恒定律予以推导. 脱离星球的过程引力做负功，引力势能增大.

专题六 功和能

1. (1) 20 m/s; (2) 5 s; (3) 48 kW.

解析 (1) 当牵引力与阻力相等时,汽车的速度最大,根据 $P=fv_m$ 得:$v_m=\frac{P}{f}=\frac{80\times10^3}{4\times10^3}$ m/s $=$ 20 m/s. (2) 根据牛顿第二定律得:$F-f=ma$,解得:$F=f+ma=4000+2000\times2$ N $=8000$ N,则匀加速运动的末速度为:$v=\frac{P}{F}=\frac{80\times10^3}{8000}$ m/s $=10$ m/s,得:$t=\frac{v}{a}=\frac{10}{2}$ s $=5$ s. (3) 根据以上结果知 3 s 末的拉力为 8000 N,速度为 $v=at'=2\times3$ m/s $=6$ m/s,则瞬时功率 $P=Fv=8000\times6$ W $=48$ kW.

2. B.

解析 在 B 点:$T_1=\frac{mg}{\cos60^\circ}=2mg$,撤去拉力瞬间:$T_1=mg\cos60^\circ=\frac{1}{2}mg$,选项 A 错误;从 A 到 B 的过程中,根据动能定理:$W_F-mgL(1-\cos\theta)=0$,得:$W_F=\frac{1}{2}mgL$,选项 B 正确;小球从 A 缓慢拉至 B 的过程中,可视为合力始终为零,根据矢量三角形法则可知 $F=mg\tan\theta$,F 随 θ 的增大而增大,选项 C 错误;从 B 返回 A 的过程中,绳的拉力一直不做功,选项 D 错误. 故选 B.

3. (1) $\sqrt{3}$ m/s;(2) 0.5;(3) 0.75 m.

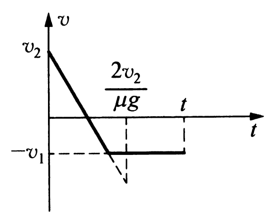
解析 (1) 摆球恰好在竖直平面内做圆周运动,则到达最高点时有:$mg=m\frac{v^2}{L}$,第一次碰撞后摆球的速率与物块离开 A 点时的速率相等,则根据机械能守恒定律有:$\frac{1}{2}mv_0^2=mg\cdot2L+\frac{1}{2}mv^2$,解得:$v_0=\sqrt{3}$ m/s.

(2) 设质量为 $2m$ 的物块在 C 点静止时弹簧被压缩长度为 x_2,则由平衡条件有:$F=2\mu mg+kx_2$,设从撤去推力到物块停在 A 点的过程中弹簧对物块做的功为 W,则根据动能定理有:$W-2\mu mg(x_2+x_1)=0$,由题意知,质量为 m 的物块到达 A 点时速率为 v_0,则根据动能定理有:$W-\mu mg(x_2+x_1)=\frac{1}{2}mv_0^2-0$,联立各式解得:$\mu=0.5$(由于 $F>2\mu mg$,故 $\mu=1.5$ 舍去).

(3) 碰后质量为 m 的物块做平抛运动,则水平方向:$x=v_0t$,竖直方向:$h=\frac{1}{2}gt^2$,$v_y=gt$,物块恰好垂直撞到斜面上,则 $v_y=\frac{v_0}{\tan\theta}$,由几何关系有 $H-h=x\tan\theta$,解得 $H=0.75$ m.

4. AD.

解析 由于传送带足够长,物体减速向左滑行,直到速度减为零,然后物体会在滑动摩擦力的作用下向右加速,由于 $v_1<v_2$,物体会先在滑动摩擦力的作用下加速,当速度增大到等于传送带速度时,物体还在传送带上,之后不受摩擦力,故物体与传送带一起向右匀速运动,速度等于 v_1,选项 A 正确;根据动能定理可知此过程传送带对滑块做功为 $\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}mv_2^2$,故 B 错误;电动机做的功为皮带克服摩擦力做的功,由图象可知减速阶段为:$W_1=\mu mg\,\frac{v_2}{\mu g}v_1=mv_1v_2$,加速阶段做功为:$W_2=\mu mg\,\frac{v_1}{\mu g}v_1=mv_1^2$,电动机做的总功为:$W=W_1+W_2=mv_1(v_1+v_2)$,故 C 错误;产生的热量为摩擦力与相对位移的乘积,以传送带为参考系,物体的相对位移为:$\Delta x=\frac{(v_2+v_1)^2-0^2}{2(\mu g-0)}=\frac{(v_2+v_1)^2}{2\mu g}$,所以产生的热量为:$Q=\mu mg\cdot\Delta x=\frac{1}{2}m(v_1+v_2)^2$. D 正确. 故选 AD.



第 4 题答图

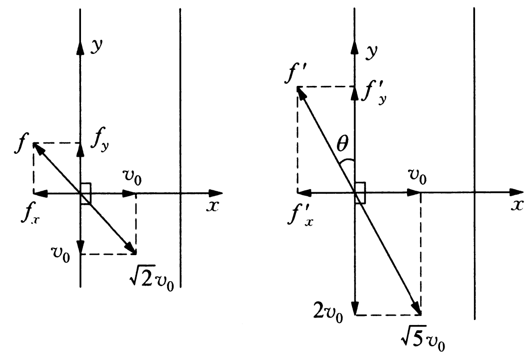
点睛 解答本题关键是对于物体运动的过程分析:物体由于惯性冲上皮带后受到向右的滑动摩擦力减速向左滑行,之后依然受到向右的滑动摩擦力而反向加速,根据 v_1 小于 v_2 的情况可知,物体最后

与皮带共速做匀速运动. 计算滑块与传送带间摩擦产生的热量时要根据相对位移去求. 本题难点是计算电动机对传送带做的功.

5. AD.

解析 由题意可知当 A 受力平衡时速度最大，即弹簧弹力大小等于重力大小，此时弹簧处于压缩状态，故 A 项正确；由于冲量是矢量，而弹簧弹力对 A、B 的冲量方向相反，故 B 项错误；设弹簧恢复到原长时 A 的速度为 v，绳子绷紧瞬间 A、B 共同速度为 v_1，A、B 共同上升的最大高度为 h，A 上升最大高度为 H，弹簧恢复到原长的过程中根据能量守恒得 $E=\frac{mg+F}{k}mg+\frac{1}{2}mv^2$，绳子绷紧瞬间根据动量守恒定律得 $mv=2mv_1$，A、B 共同上升的过程中据能量守恒可得 $\frac{1}{2}(m+m)v_1^2=(m+m)gh$，$H=h+\frac{mg+F}{k}$，可得 B 开始运动时 A 的速度大小为 $v_1=\sqrt{\frac{E}{2m}-\frac{mg+F}{2k}g}$，$A$ 上升的最大高度为 $H=\frac{E}{4mg}+\frac{3(mg+F)}{4k}$，故 C 项错误，D 项正确. 故选 AD.

6. (1) $s=\frac{\sqrt{2}v_0^2}{2\mu g}$；(2) $v=2v_0$；(3) $\bar{P}=\frac{4\sqrt{5}}{5}\mu mgv_0$.



(a) (b)

第 6 题答图

解析 (1) 由于滑动摩擦力的方向与相对运动方向相反，因此首先应判断工件刚平稳地传到乙上瞬间，相对于传送带乙的运动方向. 刚传到传送带乙上瞬间，工件有相对传送带乙侧向速度 v_0 和与传送带乙运动方向相反的速度 v_0，其合速度方向与传送带运动方向显然成 45°角，如答图(a)所示，并建立图示直角坐标系. 根据牛顿第二定律可知：$a_x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\mu g$，$a_y=\frac{\sqrt{2}}{2}\mu g$. 即物块相对传送带在沿传送带方向和垂直传送带方向分别做加速度大小相同的匀减速直线运动，根据匀变速直线运动规律可知，当垂直传送带方向的速度减为零时，物块相对传送带在 x 方向上的位移即侧向滑过的距离为：$s=\frac{\sqrt{2}v_0^2}{2\mu g}$.

(2) 同理作出工件相对传送带运动和所受滑动摩擦力的矢量图如答图(b)所示. 设摩擦力与 y 轴方向间的夹角为 θ，根据牛顿第二定律和加速度的定义式可知，始终存在：$\frac{a_x}{a_y}=\frac{\Delta v_x}{\Delta v_y}=\tan\theta=\frac{1}{2}$，工件相对传送带做匀减速直线运动，工件在乙上刚停止侧向滑动时 $\Delta v_x=v_0$，所以 $\Delta v_y=2v_0$，此时工件应相对传送带乙静止，因此工件此时的速度大小为：$v=2v_0$.

(3) 每个工件相对传送带的初速度为 $v=\sqrt{v_0^2+(2v_0)^2}=\sqrt{5}v_0$，由位移公式知每个工件在传送带乙上相对传送带滑行距离为：$\Delta s=\frac{v^2}{2a}=\frac{5v_0^2}{2\mu g}$，由速度公式知每个工件在传送带乙上相对传送带滑行的时间为：$t=\frac{v}{a}=\frac{\sqrt{5}v_0}{\mu g}$，每个工件在相对传送带滑动的 t 时间内，电动机对乙做的功为：$W=\frac{1}{2}m(2v_0)^2-\frac{1}{2}mv_0^2+\mu mg\Delta s$，电动机的平均输出功率为：$\bar{P}=\frac{W}{t}$，联立以上各式解得：$\bar{P}=\frac{4\sqrt{5}}{5}\mu mgv_0$.

点睛 本题涵盖摩擦力、相对运动、牛顿第二定律、能量守恒、速度位移公式等多个知识点，综合性强，难度较大. 解题技巧是运用运动的合成与分解和力的合成与分解进行分方向研究其速度和位移；运用动能定理(或功能关系)计算电动机做的功，进而求解电动机的平均输出功率 $\bar{P}$.

专题七　碰撞与动量

1. 4∶1；9∶5.

解析　设 A、B 球的质量分别为 m_A 和 m_B，A 球碰撞后的速度大小为 v_{A2}，B 球碰撞前后的速度大小分别为 v_{B1} 和 v_{B2}，由题意知 $v_{B1}:v_{B2}=3:1$，$v_{A2}=v_{B2}$，规定向左为正方向，A、B 碰撞过程由动量守恒定律得：$m_Bv_{B1}=m_Av_{A2}-m_Bv_{B2}$，所以有 $m_A:m_B=4:1$. 碰撞前后的总动能之比为：$E_1:E_2=\left(\frac{1}{2}m_Bv_{B1}^2\right):\left(\frac{1}{2}m_Av_{A2}^2+\frac{1}{2}m_Bv_{B2}^2\right)=9:5$.

点睛　两球刚好不发生第二次碰撞，说明碰撞后 B 一定向右运动且与 A 有相同速率.

2. 2 m/s.

解析　因碰撞时间极短，A 与 C 碰撞过程动量守恒，设碰后瞬间 A 的速度为 v_A，C 的速度为 v_C，以向右为正方向，由动量守恒定律得 $m_Av_0=m_Av_A+m_Cv_C$　①，A 与 B 在摩擦力作用下达到共同速度，设共同速度为 v_{AB}，由动量守恒定律得 $m_Av_A+m_Bv_0=(m_A+m_B)v_{AB}$　②. A 与 B 达到共同速度后恰好不再与 C 碰撞，应满足 $v_{AB}=v_C$　③，联立 ①②③ 式，代入数据得：$v_A=2\ \text{m/s}$.

3. (1) 5 m/s；(2) 0.5 m.

解析　(1) 平板车和小物块组成的系统在水平方向上动量守恒，设小物块到达圆弧轨道最高点 A 时，二者的共同速度为 v_1，由动量守恒得：$mv_0=(M+m)v_1$　①，由能量守恒得：$\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}(M+m)v_1^2=mgR+\mu mgL$　②，联立 ①② 式得：$v_0=5\ \text{m/s}$.

(2) 设小物块最终与车相对静止时，二者的共同速度为 v_2，从小物块滑上平板车，到二者相对静止的过程中，由动量守恒得：$mv_0=(M+m)v_2$　④，设小物块与车最终相对静止时，它距 O' 点的距离为 x，由能量守恒得：$\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}(M+m)v_2^2=\mu mg(L+x)$　⑤，联立 ③④⑤ 式并代入数据解得：$x=0.5\ \text{m}$.

4. $I=\frac{5}{4}m\sqrt{2gh}$；$E_{\text{pm}}=\frac{15}{128}mgh$.

解析　设小球运动到最低点与物块 B 碰撞前的速度大小为 v_1，取小球运动到最低点时的重力势能为零，根据机械能守恒定律有：$mgh=\frac{1}{2}mv_1^2$，解得：$v_1=\sqrt{2gh}$；设碰撞后小球反弹的速度大小为 v_1'，同理有：$mg\frac{h}{16}=\frac{1}{2}mv_1'^2$，解得：$v_1'=\frac{\sqrt{2gh}}{4}$. 设碰撞后物块 B 的速度大小为 v_2，取水平向右为正方向，由动量守恒定律有：$mv_1=-mv_1'+5mv_2$，解得：$v_2=\frac{\sqrt{2gh}}{4}$. 由动量定理可得，碰撞过程中 B 物体受到的冲量大小为：$I=5mv_2=\frac{5}{4}m\sqrt{2gh}$. 碰撞后当 B 物块与 C 物块速度相等时轻弹簧的弹性势能最大，据动量守恒定律有：$5mv_2=8mv_3$，根据机械能守恒定律：$E_{\text{pm}}=\frac{1}{2}\times5mv_2^2-\frac{1}{2}\times8mv_3^2$，解得：$E_{\text{pm}}=\frac{15}{128}mgh$.

5. (1) $\frac{25k}{1+k}$ J；(2) 见解析.

解析　(1) 设滑块 A 碰 B 后的共同速度为 v，A、B 碰撞过程中损失的机械能为 ΔE，由动量守恒定律有：$m_Av_0=(m_A+m_B)v$　①，由能量守恒定律有：$\Delta E=\frac{1}{2}m_Av_0^2-\frac{1}{2}(m_A+m_B)v^2$　②，联立 ①② 式并代入数据解得：$\Delta E=\frac{25k}{1+k}$ J　③.

(2) 设碰撞后 A、B 速度分别为 v_A、v_B，且设向右为正方向，由于弹性碰撞，则有：$m_Av_0 = m_Av_A + m_Bv_B$ ④，$\frac{1}{2}m_Av_0^2 = \frac{1}{2}m_Av_A^2 + \frac{1}{2}m_Bv_B^2$ ⑤，联立④⑤式并代入数据解得：$v_A = \frac{5(k-1)}{k+1}$ m/s ⑥，$v_B = \frac{10k}{k+1}$ m/s ⑦. 假设滑块 A、B 都能在 OP 段滑动，滑块 A、B 在 OP 段的加速度($a_A = a_B = \mu g$) 相等，由 ⑥⑦ 式知在任意时刻 $v_B > v_A$，滑块 A、B 不会再一次发生碰撞. 由题知，当滑块 A 刚好能够到达 P 点有 $\frac{1}{2}m_Av_A^2 = \mu m_AgL$ ⑧，代入数据解得 $k = 9$ ⑨.

讨论：

当 $k = 1$ 时，$v_A = 0$，滑块 A 停在 O 点，A 克服摩擦力所做的功为 $W_{fA} = 0$ ⑩；

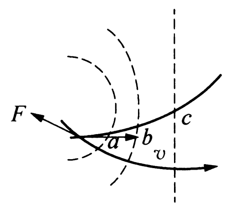
当 $1 < k \leqslant 9$ 时，滑块 A 停在 O、P 之间，A 克服摩擦力所做的功为：$W_{fA} = \frac{1}{2}m_Av_A^2 = 25k\left(\frac{k-1}{k+1}\right)^2$(J)；

当 $k > 9$ 时，滑块 A 从 OP 段右侧离开，A 克服摩擦力所做的功为：$W_{fA} = \mu m_AgL = 16k$(J).

专题八　电场与磁场

1. AC.

解析　粒子只受电场力，根据运动轨迹知，电荷所受电场力指向轨迹内侧，根据电场线与等势线垂直可作出电场线，由于电荷带负电，因此电场线指向右下方(如答图所示). 沿电场线电势降低，故 a 等势线的电势最高，c 点的电势最低，选项 A 正确；相邻等势面之间的电势差相等，从左向右相邻等势面之间距离变大，可知电场变弱，带电粒子从左向右运动时，电场力变小，加速度减小，但不为零，选项 B 错误；粒子从 a 到 c 时，电场力做负功，电势能增大，选项 C 正确；电场力做功 $W = qU$，因相邻等势面间的电势差相等，故粒子从 a 到 b 克服电场力做功等于从 b 到 c 克服电场力做功，选项 D 错误. 故选 AC.



第 1 题答图

2. D.

解析　当直导线 P 中通以方向向外的电流时，由安培定则可判断出长直导线 P 产生的磁场方向为逆时针方向，磁感线是以 P 为圆心的同心圆，半圆弧导线与磁感线平行不受安培力，由左手定则可判断出直导线 ab 所受的安培力方向垂直纸面向外，cd 所受的安培力方向垂直纸面向里，从上往下看，导线框将逆时针转动，故选 D.

3. AD.

解析　若磁铁右端为 N 极，长直导线位置处的磁感线斜向左上，若电流的方向垂直于纸面向里，根据左手定则，导线所受的安培力方向斜向右上，导线给磁铁的反作用力方向斜向左下，由平衡条件，光滑平板对磁铁支持力增大，弹簧长度将变短，选项 A 正确，B 错误；同理，若磁铁右端为 S 极，长直导线位置处的磁感线是斜向右下的，若电流的方向垂直于纸面向外，根据左手定则，导线所受的安培力方向斜向右上，导线给磁铁的反作用力方向斜向左下，光滑平板对磁铁支持力增大，弹簧长度将变短，选项 C 错误，D 正确. 故选 AD.

4. A.

解析　粒子经 A、B 板间的电场加速，在 B、C 板间电场中减速，设 A、B 板间的电压为 U，B、C 板间的电场强度为 E，M、P 间的距离为 d，则有 $eU - eEd = 0$. 若将 C 板向右平移到 P' 点，B、C 两板带电荷量一定，由 $E = \frac{U}{d} = \frac{Q}{Cd} = \frac{4\pi kQ}{\varepsilon S}$ 可知，C 板向右移动过程中时，B、C 两板间的电场强度不变，由此

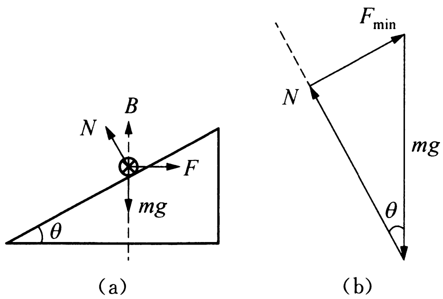
可以判断，电子经 A、B 加速后在 B、C 间减速到 P 点时速度为零然后返回，A 正确. 故选 A.

5. (1) $B = mg\tan\theta/IL$ ；(2) $B_m = mg\sin\theta/IL$.

解析 (1) 若磁场方向竖直向上，从 a 向 b 观察，导线受力情况如答图(a)所示. 由平衡条件得：在水平方向上 $F - N\sin\theta = 0$；在竖直方向上 $mg - N\cos\theta = 0$，其中 $F = BIL$. 联立可解得：$B = mg\tan\theta/IL$.

(2) 若要求磁感应强度最小，则一方面应使磁场方向与通电导线垂直，同时另一方面调整磁场方向使与重力、支持力合力相平衡的安培力最小. 如答图(b)所示，由力的矢量三角形讨论可知，当安培力方向与支持力垂直时，安培力最小，对应磁感应强度最小，设其值为 B_m，则：$B_m IL = mg\sin\theta$，得：$B_m = mg\sin\theta/IL$，根据左手定则判定知，该磁场方向垂直斜面向上.

点睛 分析导线的受力情况，将立体情形转化为平面情形. 求解极值问题宜采用图解法.



第 5 题答图

6. D.

解析 由功能关系，小球的机械能 E 减小，电场力做负功，则电场力沿 x 轴负方向，E-x 图象的斜率表示电场力，由图可得电场力随 x 增大而减小，相等的位移内小球克服电场力做的功越来越小，选项 A、C 错误；由牛顿第二定律，加速度 $a = \frac{mg - F_{电场}}{m}$，$a$ 随 x 增大而增大，小球做加速度增大的加速运动，选项 B 错误；从 O 到 x_1，由动能定理：$mgx_1 + W_{电场} = \frac{1}{2}mv^2$，又：$W_{电场} = E_1 - E_0$，即：$mgx_1 + E_1 - E_0 = \frac{1}{2}mv^2 - 0$，解得到达 x_1 位置时小球速度：$v = \sqrt{\frac{2(E_1 - E_0 + mgx_1)}{m}}$，D 正确. 故选 D.

专题九　恒定电流电路分析

1. ACD.

解析 由图可知，热敏电阻与 L 串联，当环境温度升高时，热敏电阻的阻值减小，总电阻减小，则电路中电流增大，灯泡 L 变亮，选项 A 正确；因为电路中电流增大，电源的内电压 $U_{内} = Ir$ 及灯泡 L 两端的电压 $U_L = IR_L$ 增大，由 $E = U_L + U_R + Ir$ 得，热敏电阻两端电压 U_R 减小，选项 B 错误；因为电容器并联在电源两端，且内电压 $U_{内} = Ir$ 增大，所以路端电压 U 减小，故电容器所带的电荷量 $Q = CU$ 减小，选项 C 正确；电容器所带的电荷量减少，电容器放电，则电流计 G 中电流由 a 到 b，选项 D 正确. 故选 ACD.

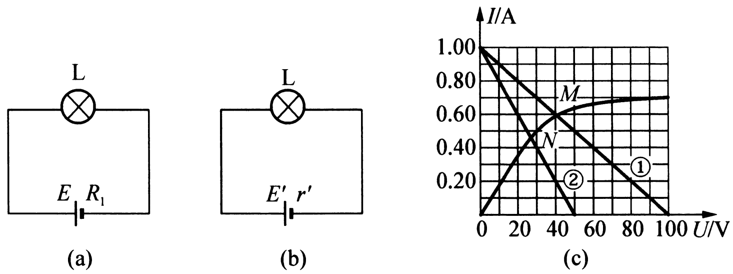
2. D.

解析 滑片 P 由滑动变阻器的左端向右端滑动的过程中，滑动变阻器 R 的左半部分与 R_1 串联然后与 R 的右半部分并联，并联电阻先变大后变小，所以电路总电阻先变大后变小，根据闭合电路欧姆定律，I_2 先变小后变大，U_1 先变大后变小，由极限法可得当滑片 P 滑到滑动变阻器右端时，电流表 A_1 把 R_1 所在支路短路，此时 I_1 最大，所以 I_1 一直增大，A、B 错误；对于 C 项，$\frac{\Delta U_1}{\Delta I_2}$ 的绝对值等于电源的内

阻，保持不变；$\frac{\Delta U_2}{\Delta I_2}$ 的绝对值等于 R_2，保持不变，所以C错误；电阻 R_2 不变，电压表 V_2 的示数 $U_2 = I_2R_2$，U_2 先变小后变大，D正确. 故选D.

3. (1) 0.6 A, 40 V, 24 W；(2) 0.45 A, 28 V, 12.6 W.

解析 (1) S断开时，将 R_1 视为电源内阻，等效电路如答图(a)所示. 则：$U_L = E - I_{总}R_1 = 100 - 100I_{总}$ ①，①式可表示为路端电压与总电流的变化，在图乙中作出 $U-I$ 图线①，如答图(c)所示，与灯泡的伏安特性曲线交于 M 点，则 M 点的坐标表示流过灯泡的实际电流及灯两端电压，可得：$I_M = 0.6A$，$U_M = 40\ V$ ②，$P_{灯} = U_MI_M = 24\ W$ ③；



第3题答图

(2) S闭合时，将 R_1、R_2 视为电源内阻，等效图如图(b)所示. 等效电源电动势为：$E' = U_{R_2} = 50\ V$，内阻为：$r' = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = 50\ \Omega$，$U'_L = E' - I'_{总}r' = 50 - 50I'_{总}$ ④，在图乙中作出 U'_L 与 $I'_{总}$ 的直线②交灯泡伏安特性曲线于 N 点，如图(c)所示，则 N 点坐标表示S闭合时流过灯的电流及其两端电压，从图中读出：$I_N = 0.45\ A$，$U_N = 28\ V$ ⑤，$P'_{灯} = U_NI_N = 12.6\ W$ ⑥.

点睛 由于灯泡电阻随电流的变化而变化，无法直接通过闭合电路欧姆定律求流过灯泡的实际电流与灯泡两端的电压，可联想到用等效电源法结合灯泡的伏安特性曲线求解.

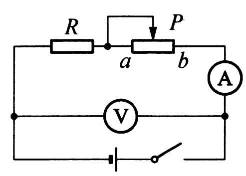
4. BC.

解析 据题意，由于电源内阻不计，电压表的示数总是不变，选项A错误；滑片滑动过程中，电阻 R_1 的阻值先增大后减小，电压不变，所以电流表示数先减小后增加，选项BC正确；由于电压表示数没有变化，选项D错误. 故选BC.

5. C.

解析 对A电路，在光照时，光敏电阻为100 Ω，P电阻为20 kΩ，R_2 电阻为1000 Ω，P分得电压超过 $\frac{2}{3}E$，正常工作，黑暗时，光敏电阻1000 Ω，P分得电压仍超过 $\frac{2}{3}E$，正常工作，A错误；同理可以求得B电路中光照和黑暗时，P分得电压均超过 $\frac{2}{3}E$，都可以正常工作，B错误；电路C中P与 R_2 并联，总电阻略小于1000 Ω，能使消毒用电器在光照时正常工作，黑暗时停止工作，C正确；电路D中P与 R_1 并联，光照时并联部分电阻小于100 Ω，此时P分得的电压远小于24 V，不能正常工作，黑暗时并联总电阻小于1000 Ω，P分得电压同样小于24 V，也不能正常工作，D错误. 故选C.

6. C.



第6题答图

解析 等效电路图如答图所示. 滑片从 a 端滑向 b 端，其接入电路的阻值 R_{Pb} 减小，由"串反并同"原则有，电压表示数减小，电流表示数增大，电阻 R 消耗的功率增大，A、B、D错误；把电阻 R 当作电源内电阻(等效电源)，则 $R_{内} = 2r$，R_{Pb} 减小，且 $R_{Pb} < 2r$，等效电源的输出功率减小，即滑动变阻器的功率减小，C正确. 故选C.

专题十　电磁感应与交变电流

1. (1) 2.0 A，c 端电势高；(2) 5.7×10^{-2} J；(3) 2×10^{-3} C.

解析　(1) 由图乙知 $t=\pi\times10^{-3}$ s 时受电线圈中产生的电动势最大为：$E_m=nB\omega S=n\omega\Phi_m=n\cdot\frac{2\pi}{T}\cdot\Phi_m=20$ V，线圈中产生感应电流的大小为：$I_m=\frac{E_m}{R+r}=2.0$ A，由楞次定律可以得到此时 c 端电势高.

(2) 通过电阻电流的有效值为：$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ A，电阻在一个周期内产生的热量：$Q=I^2RT=5.7\times10^{-2}$ J.

(3) 线圈中感应电动势的平均值：$\overline{E}=n\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$，通过电阻电流的平均值为：$\overline{I}=\frac{\overline{E}}{R+r}$，通过电阻的电荷量：$q=\overline{I}\Delta t$，由题图乙知，在 $\frac{T}{4}\sim\frac{3T}{4}$ 的时间内，$\Delta\Phi=4\times10^{-4}$ Wb，解得：$q=n\frac{\Delta\Phi}{R+r}=2\times10^{-3}$ C.

2. C.

解析　由 $u=220\sqrt{2}\sin100\pi t$(V) 知，交流电的频率 $f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{100\pi}{2\pi}$ Hz $=50$ Hz，选项 A 错误；由变压器规律 $\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_1}{n_2}$ 解得副线圈电压 $U_2=\frac{n_2U_1}{n_1}=44$ V，电动机的输入功率 $P=U_2I_2=44$ W，电动机发热功率 $P_r=I_2^2r=10$ W，所以电动机输出功率 $P'=P-P_r=34$ W，选项 B 错误；理想变压器原、副线圈功率相等，$I_1=\frac{P}{U_1}=0.2$ A，选项 C 正确；电压表示数等于原线圈电压的有效值，即 220 V，选项 D 错误. 故选 C.

3. ACD.

解析　线框转动产生的瞬时电动势 $e=448\sqrt{2}\sin100\pi t$(V)，导线框电阻不计，电压表的读数 $U_1=\frac{448\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ V $=448$ V；升压变压器输出电压 $U_2=\frac{n_2}{n_1}U_1=1120$ V，设输电线路中电流为 I_2，则 $U_2I_2=I_2^2r+P_L$，则 $I_2=1$ A；由 $\frac{I_1}{I_2}=\frac{n_2}{n_1}$ 可知电流表读数为 2.5 A；对降压变压器，输入电压 $U_3=U_2-I_2r=1100$ V，输出电压 $U_4=U_L=220$ V，则降压变压器原、副线圈匝数之比 $\frac{n_3}{n_4}=\frac{U_3}{U_4}=\frac{5}{1}$，选项 A、C、D 正确. 故选 ACD.

4. C.

解析　灯泡规格相同且全部正常发光，可知流经每个灯泡的电流都相等，设为 I，每个灯泡两端电压都相等，设为 U，则 $U_2=U$，$U_3=2U$；根据输入功率等于输出功率知，$U_1I=U_2\cdot2I+U_3I$，解得 $U_1=4U$；再根据电压与匝数成正比知，$N_1:N_2:N_3=U_1:U_2:U_3=4:1:2$，C 正确. 故选 C.

5. C.

解析　原线圈输入电压 $U_1=\frac{U_m}{\sqrt{2}}$，$I_1=\frac{P}{U_1}=\frac{\sqrt{2}P}{U_m}$，由 $\frac{I_1}{I_2}=\frac{n_2}{n_1}$ 得：$I_2=\frac{\sqrt{2}n_1P}{n_2U_m}$，输电线上损失的电功率 $P_损=I_2^2\cdot2r=4\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\left(\frac{P}{U_m}\right)^2r$. 故选 C.

6. C.

解析　由于输出电压有效值降至原来的一半，而副线圈电路中电阻不变，由欧姆定律知副线圈中

电流变为调节前的一半，前后电流比应为 2∶1，A 错误；由于原线圈条件未变，调节触头 P，输出电压有效值降至原来的一半，因此副线圈接入匝数变为原来的一半，C 正确；副线圈输出功率可表示为 $P=I^2R$，可知副线圈前后功率比应为 4∶1；在理想变压器中，$P_入=P_出$，所以原线圈前后功率之比也为 4∶1，BD 错误. 故选 C.

点睛 利用好理想变压器的三个关系：$\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_1}{n_2}$，$\frac{I_1}{I_2}=\frac{n_2}{n_1}$，$P_入=P_出$，以及输入电流由输出电流决定、输入功率由输出功率决定的关系，逐项分析即可.

7. A.

解析 根据理想变压器的原理：$I_1:I_2=n_2:n_1$，当原线圈电流 $I_1=I$ 时，副线圈电流 $I_2=3I$，可知副线圈电压 $U=3IR$，原线圈电压 $U_1=\frac{n_1}{n_2}U=3U$，根据串联电路的特点有：$U_源=U_1+I_1R=3U+\frac{U}{3}=220\text{ V}$，可得：$U=66\text{ V}$；由 $P=I^2R$ 可得原、副线圈回路中的电阻消耗的功率之比：$k=\frac{1}{9}$. 故选 A.

点睛 (1)明确 220 V 电压不是原线圈两端电压，是由原线圈和电阻 R 串联分压；(2)利用 $\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_1}{n_2}$ 或 $\frac{I_1}{I_2}=\frac{n_2}{n_1}$ 结合串联电路电压分配关系求解 U；(3)由 $P=\frac{U^2}{R}$ 或 $P=I^2R$ 求功率之比 k.

专题十一　电磁感应与电路图象

1. (1) 沿逆时针方向旋转；增大圆环转动的角速度；(2) $I=\frac{BL^2\omega}{8r}$；(3) $E_电=\frac{\pi B^2L^4\omega}{32r}$.

解析 (1) 由右手定则，圆环绕 O_1O_2 轴沿逆时针方向旋转时，外电路中 N 端电势高于 M 端，二极管导通发光. 不改变玩具结构的情况下，可通过增大圆环转动的角速度的方法使 LED 灯发光时更亮.

(2) OP 转过 60°过程中，只有 OP 切割磁感线运动，感应电动势为：$E=\frac{BL^2\omega}{2}$，电源内电阻为 r，电源外电路为两根辐条与 LED 灯并联，闭合电路的总电阻为：$R=r+\frac{r}{3}=\frac{4r}{3}$，路端电压为：$U=\frac{\frac{r}{3}}{R}E=\frac{1}{4}E=\frac{BL^2\omega}{8}$，通过 LED 灯的电流为 $I=\frac{U}{r}=\frac{BL^2\omega}{8r}$.

(3) 转动一周过程中，三辐条分别在磁场中切割磁感线三分之一个周期，电路结构模式不变化. $T=\frac{2\pi}{\omega}$，LED 灯消耗的电能为：$E_电=I^2rT=\left(\frac{BL^2\omega}{8r}\right)^2\cdot r\cdot\frac{2\pi}{\omega}=\frac{\pi B^2L^4\omega}{32r}$.

2. C.

解析 由右手定则，可知左右两侧产生的感应电动势为串联相加，感应电流方向为顺时针，A、B 错误；回路的感应电动势 $E=E_1+E_2=\frac{\Delta B_1}{\Delta t}\cdot S+\frac{\Delta B_2}{\Delta t}S=\frac{B_0}{t_0}\cdot\frac{\pi r^2}{2}\times 2=\frac{B_0\pi r^2}{t_0}$，则 $I=\frac{E}{R}=\frac{B_0\pi r^2}{t_0R}$，C 正确，D 错误. 故选 C.

3. BD.

解析 穿过整个回路的磁通量增大，依据楞次定律及 $R>r$，则大圆环中电流的方向为逆时针，小圆环中电流的方向为顺时针，故 A 错误，B 正确；根据法拉第电磁感应定律，则有：$E=k\pi(R^2-r^2)$，由闭合电路欧姆定律，那么回路中感应电流大小为 $I=\frac{E}{R_总}=\frac{k\pi(R^2-r^2)}{2\pi(R+r)A}=\frac{k(R-r)}{2A}$，故 C 错误，D 正确. 故选 BD.

4. BC.

解析 设正三角形轻质框架开始出磁场的时刻 $t=0$,则其切割磁感线的有效长度 $L=2x\tan 30^\circ=\frac{2\sqrt{3}}{3}x$,则感应电动势 $E_{电动势}=BLv=\frac{2\sqrt{3}}{3}Bvx$,则C项正确,D项错误.框架匀速运动,故 $F_{外力}=F_{安}=\frac{B^2L^2v}{R}=\frac{4B^2x^2v}{3R}\propto x^2$, A项错误. $P_{外力功率}=F_{外力}v\propto F_{外力}\propto x^2$, B项正确.故选BC.

5. BC.

解析 设金属棒在某一时刻速度为 v,由题意可知,感应电动势: $E=BLv$,环路电流: $I=\frac{E}{R+r}=\frac{BL}{R+r}v$,即 $I\propto v$;安培力: $F_A=BIL=\frac{B^2L^2}{R+r}v$,方向水平向左,即 $F_A\propto v$; R 两端电压: $U_R=IR=\frac{BLR}{R+r}v$,即 $U_R\propto v$;感应电流功率: $P=EI=\frac{B^2L^2}{R+r}v^2$,即 $P\propto v^2$.分析金属棒运动情况,由力的合成和牛顿运动第二定律可得: $F_{合}=F-F_A=F_0+kv-\frac{B^2L^2}{R+r}v=F_0+\left(k-\frac{B^2L^2}{R+r}\right)v$,即加速度: $a=\frac{F_{合}}{m}$.因为金属棒从静止出发,所以: $F_0>0$,且 $F_{合}>0$,即 $a>0$,加速度方向水平向右.

讨论:(1)若 $k=\frac{B^2L^2}{R+r}$, $F_{合}=F_0$,即 $a=\frac{F_0}{m}$,金属棒水平向右做匀加速直线运动.有 $v=at$,说明 $v\propto t$,也就是 $I\propto t$, $F_A\propto t$, $U_R\propto t$, $P\propto t^2$,所以在此情况下没有选项符合;

(2) 若 $k>\frac{B^2L^2}{R+r}$, $F_{合}$ 随 v 增大而增大,即 a 随 v 增大而增大,说明金属棒在做加速度增大的加速运动,速度与时间呈指数增长关系,根据四个物理量与速度的关系可知B选项符合;

(3) 若 $k<\frac{B^2L^2}{R+r}$, $F_{合}$ 随 v 增大而减小,即 a 随 v 增大而减小,说明金属棒在做加速度减小的加速运动,直到加速度减小为0后金属棒做匀速直线运动,根据四个物理量与速度关系可知C选项符合.故选BC.

6. C.

解析 由图乙可知电流变化以 $0.5T_0$ 为一个周期,则 u_{ab}-t 图象必定以 $0.5T_0$ 为一个变化周期,排除A、B、D.在0—$0.25T_0$ 时间内电流沿顺时针逐渐增大,磁通量增大,由楞次定律知感生电场沿逆时针方向, $u_{ab}>0$,因电流的变化率逐渐减小故内环的电动势逐渐减小;同理在 $0.25T_0$—$0.5T_0$ 时间内电流沿顺时针逐渐减小,磁通量减小,感生电场沿顺时针方向, $u_{ab}<0$,电流的变化率逐渐变大故内环的电动势逐渐变大,C正确.故选C.

点睛 本题巧妙借助二极管整流电路的实际情境设计问题.在给出考生不熟悉的整流电路产生的电流图象的基础上,考查处在变化磁场中的金属圆环内产生的交变电压的变化规律.从整流电路到电流的图象,再到问题的设置,自然连贯,环环相扣,层层递进.通过对法拉第电磁感应定律、楞次定律等知识的运用,重在考查考生利用图象获取信息的能力、理解能力和推理能力.

7. (1)0.04 V;(2) 0.04 N, $i=t-1$(A)(1 s $<t\leqslant$ 1.2 s).

解析 (1) 棒在进入磁场前,棒没有做切割磁感线,但磁场的强弱发生变化,导致磁通量发生变化. $abcd$ 的面积: $S=\frac{1}{2}L^2$ ①, $E_0=n\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=n\frac{\Delta B\cdot S}{\Delta t}$ ②,由①②式联立得: $E_0=0.04$ V;(2) 进入磁场前, $I_0=\frac{E_0}{R}=0.04$ A,当 $B=0.5$ T时,棒所受安培力为: $F_0=BI_0L=0.5\text{ T}\times 0.04\text{ A}\times 0.4\text{ m}=0.008$ N.棒进入磁场中后,做切割磁感线运动,当棒到达 bd 时,切割长度最大,产生的感应电流最大,到达 bd 时产生的感应电动势: $E=BL_{bd}v$ ③,产生的感应电流: $I=\frac{E}{R}$ ④,所受最大安培力: $F=$

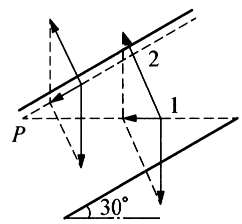
BIL_{bd} ⑤，由③④⑤式联立得：$F=0.04\,\text{N}$. 综上：运动过程中所受最大安培力为0.04 N. 棒通过三角形 abd 区域时，切割的长度 $l=2v(t-1)$ ⑥，产生的感应电动势 $E'=Blv$ ⑦，感应电流 $i=\dfrac{E'}{R}$ ⑧，由⑥⑦⑧式联立得感应电流为：$i=\dfrac{2Bv^2}{R}(t-1)=t-1(\text{A})(1\,\text{s}<t\leqslant 1.2\,\text{s})$.

专题十二 带电粒子在电场中的运动

1. AC.

解析 由于在两个等量异种点电荷连线的中垂线上，从连线中点向上各点的电场强度逐渐减小，所以 C 从杆上某一位置由静止释放，在下落过程中所受的水平向右方向的电场力逐渐增大，C 与杆间的压力逐渐增大，所受摩擦力逐渐增大，选项A正确；由于电场力水平向右，C 沿竖直杆运动，电场力做功为零，选项B错误；由于两个等量异种点电荷连线的中垂线是等势线，所以 C 从杆上某一位置由静止释放下落过程中，电势能不变，选项C正确；C 从杆上某一位置由静止释放下落过程中，当摩擦力增大到等于重力时，速度最大，不一定是下落了一半高度，选项D错误. 故选AC.

2. AD.



第2题答图

解析 ①根据题意可知，粒子做直线运动，则电场力与重力的合力与速度在同一直线上，所以电场力只能垂直极板向上，甲、乙受力分别如答图所示. 根据受力图，粒子做直线运动，则电场力与重力的合力与速度方向反向，粒子做匀减速直线运动，故A正确；②粒子甲受到的电场力与位移方向的夹角为钝角，所以电场力做负功，电势能逐渐增加；粒子乙运动的方向与电场力的方向垂直，电场力不做功，所以粒子的电势能不变. 故B错误；③根据受力图，对甲：$m_{甲}g=q_{甲}\cdot E\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}q_{甲}E$，所以：$\dfrac{q_{甲}}{m_{甲}}=\dfrac{2\sqrt{3}g}{3E}$，对乙：$m_{乙}g\cdot\cos 30^\circ=q_{乙}E$，所以：$\dfrac{q_{乙}}{m_{乙}}=\dfrac{\sqrt{3}g}{2E}$，所以：$\dfrac{q_{甲}}{m_{甲}}:\dfrac{q_{乙}}{m_{乙}}=\dfrac{4}{3}$，故C错误；④带电微粒甲沿水平直线运动，合力做的功：$W_1=-m_{甲}g\cdot\tan 30^\circ\cdot\dfrac{L}{\cos 30^\circ}=-\dfrac{2}{3}m_{甲}gL$，根据动能定理得：$\dfrac{1}{2}m_{甲}v_{甲}^2-\dfrac{1}{2}m_{甲}v_0^2=-\dfrac{2}{3}m_{甲}gL$，所以：$v_{甲}=\sqrt{\dfrac{2gL}{3}}$，带电微粒乙沿平行于极板的直线运动，合力做的功：$W_2=-m_{乙}g\cdot\sin 30^\circ\cdot L=-\dfrac{1}{2}m_{乙}gL$，根据动能定理得：$\dfrac{1}{2}m_{乙}v_{乙}^2-\dfrac{1}{2}m_{乙}v_{0乙}^2=-\dfrac{1}{2}m_{乙}gL$，所以：$v_{乙}=\sqrt{gL}$，所以：$v_{甲}:v_{乙}=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$. 故D正确. 故选AD.

点睛 本题解题关键是根据运动情况来确定受力情况，并由电场力做功来确定电势能如何变化，以及利用动能定理求解各自速度. 计算上的技巧是学会用比值法.

3. D.

解析 板间距离为 d，射入速度为 v_0，板间电压为 U_1 时，在电场中，有 $\dfrac{d}{2}=\dfrac{1}{2}at^2$，$a=\dfrac{qU_1}{md}$，$t=\dfrac{x}{v_0}$，解得 $U_1=\dfrac{md^2v_0^2}{qx^2}$；A板上移 $\dfrac{d}{2}$，射入速度为 $2v_0$，板间电压为 U_2 时，在电场中，有 $d=\dfrac{1}{2}a't'^2$，$a'=\dfrac{2qU_2}{3md}$，$t'=\dfrac{x}{2v_0}$，解得 $U_2=\dfrac{12md^2v_0^2}{qx^2}$，即 $U_2=12U_1$，D正确.

4. BD.

解析 电场力的方向水平向右，大小为 $F=qE=mg$，电场力和重力的合力方向与水平面的夹角为

45°，合力大小为$\sqrt{2}mg$，于是"等效重力"的方向与水平面的夹角为45°，大小为$\sqrt{2}mg$. 若小球在竖直平面内绕O点做圆周运动，则在等效最高点即弧AD的中点处有：$\sqrt{2}mg=m\dfrac{v^2}{L}$，最小速度$v=\sqrt{\sqrt{2}gL}$，故选项A错误；由于只有重力和电场力对小球做功，小球的机械能和电势能之和不变，而小球在B点的电势能最小，所以在B点的机械能就最大，选项B正确；小球从A点静止释放，小球受到的合力方向沿AC方向，所以小球会沿AC做匀加速直线运动，故选项C错误；在"等效重力场"中，小球在A点以大小为$\sqrt{gL}$的速度竖直向上抛出，因B点比A点"低"，所以小球能通过B点，选项D正确. 故选BD.

5. (1) $\sqrt{2gh}$；(2) $E=\dfrac{mg(h+d)}{qd}$，$Q=C\dfrac{mg(h+d)}{q}$；(3) $t=\dfrac{h+d}{h}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$.

解析 (1) 由$v^2=2gh$得$v=\sqrt{2gh}$. (2) 在极板间带电小球受重力和电场力，有：$mg-qE=ma$，$0-v^2=2ad$，得$E=\dfrac{mg(h+d)}{qd}$，$U=Ed$，$Q=CU$，得$Q=C\dfrac{mg(h+d)}{q}$.

(3) 由$h=\dfrac{1}{2}gt_1^2$，$0=v+at_2$，$t=t_1+t_2$，可得$t=\dfrac{h+d}{h}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$.

6. (1) $T=\dfrac{L}{nv_0}$，其中n取大于等于$\dfrac{L}{2dv_0}\sqrt{\dfrac{qU_0}{2m}}$的整数；(2) $t=\dfrac{2n'-1}{4}T(n'=1,2,3,\cdots)$.

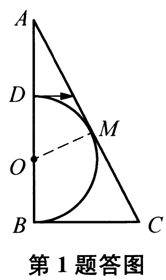
解析 (1) 为使粒子仍从b点以速度v_0穿出电场，在垂直于初速度方向上，粒子的运动应为：加速、减速、反向加速、反向减速，经历四个过程后，回到中心线上时，在垂直于金属板的方向上速度正好等于零，这段时间等于一个周期，故有$L=nTv_0$，解得$T=\dfrac{L}{nv_0}$. 粒子在$\dfrac{1}{4}T$内离开中心线的距离为：$y=\dfrac{1}{2}a\left(\dfrac{1}{4}T\right)^2$，又$a=\dfrac{qE}{m}$，$E=\dfrac{U_0}{d}$，解得$y=\dfrac{qU_0T^2}{32md}$，在运动过程中离开中心线的最大距离为：$y_m=2y=\dfrac{qU_0T^2}{16md}$，粒子不撞击金属板，应有$y_m\leqslant\dfrac{1}{2}d$，解得$T\leqslant 2d\sqrt{\dfrac{2m}{qU_0}}$，故$n\geqslant\dfrac{L}{2dv_0}\sqrt{\dfrac{qU_0}{2m}}$，即$n$取大于或等于$\dfrac{L}{2dv_0}\sqrt{\dfrac{qU_0}{2m}}$的整数. 所以粒子的周期应满足的条件为：$T=\dfrac{L}{nv_0}$，其中$n$取大于或等于$\dfrac{L}{2dv_0}\sqrt{\dfrac{qU_0}{2m}}$的整数.

(2) 粒子进入电场的时间应为$\dfrac{1}{4}T$，$\dfrac{3}{4}T$，$\dfrac{5}{4}T$，…故粒子进入电场的时间为$t=\dfrac{2n'-1}{4}T(n'=1,2,3,\cdots)$.

专题十三 带电粒子在磁场中的运动

1. AD.

解析 如答图所示，粒子轨迹刚好与AC相切时，由几何关系可知$R=OM=\sqrt{3}$ cm，洛伦兹力提供向心力，$qvB=\dfrac{mv^2}{R}$，解得$v=\sqrt{3}$ m/s，此时粒子正好从B点射出，故速率$v>\sqrt{3}$ m/s的粒子一定从AC边射出，速率$v<\sqrt{3}$ m/s的粒子一定从DB之间射出，选项A、D正确. 故选AD.



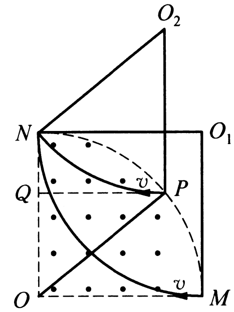
第1题答图

2. AD.

解析 如答图所示，粒子1从M点正对圆心射入，恰从N点射出，根据洛伦兹力指向圆心，和MN的中垂线过圆心，可确定圆心为O_1，半径为R. 两个完全相同的带电粒子以相同的速度射入磁场，粒子运动的半径相同. 粒子2从P点沿PQ射入，根据洛伦兹力指向圆心，圆心O_2应在P点上方R处，连接O_2P、ON、OP、O_2N，O_2PON为菱形，O_2N大小为R，所以粒子2一

定从 N 点射出磁场. A 正确，B 错误.

$\angle MO_1N=90°$，$\angle PO_2N=\angle POQ$，$\cos\angle POQ=\dfrac{OQ}{OP}$，所以 $\angle PO_2N=\angle POQ=45°$. 两个完全相同的带电粒子以相同的速度射入磁场，粒子运动的周期相同. 粒子运动时间与圆心角成正比，所以粒子 1 与粒子 2 在磁场中的运行时间之比为 2∶1. C 错误，D 正确. 故选 AD.



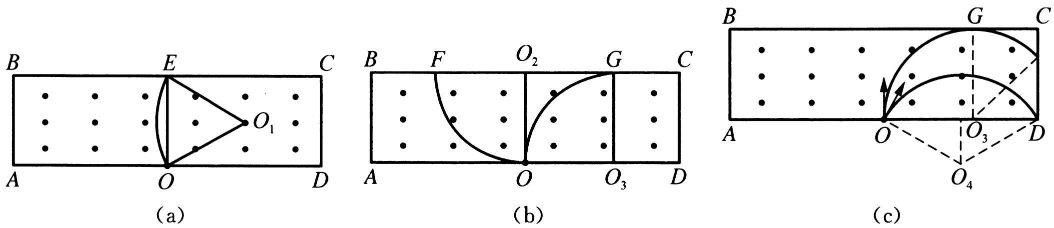
第 2 题答图

3. (1) $R=0.2\ \text{m}$；(2) $t=\dfrac{\pi}{3}\times10^{-7}\ \text{s}$；(3) 3∶1.

解析　(1) 粒子进入匀强磁场，洛伦兹力提供向心力即：$qvB=m\dfrac{v^2}{R}$，得：$R=\dfrac{mv}{qB}$，$R=0.2\ \text{m}$.

(2) 因为所有粒子的轨迹半径相同，所以弦最短的圆所对应的圆心角最小，运动时间最短. 如答图(a)所示，作 $EO\perp AD$，EO 弦最短. $\overline{EO}=0.2\ \text{m}$，且 $R=0.2\ \text{m}$，所以对应的圆心角为 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$，由 $qvB=m\cdot\dfrac{4\pi^2}{T^2}\cdot R$ 得：$T=\dfrac{2\pi m}{qB}$，故最短时间为：$t=\dfrac{\theta m}{qB}=\dfrac{\pi m}{3qB}=\dfrac{\pi}{3}\times10^{-7}\ \text{s}$.

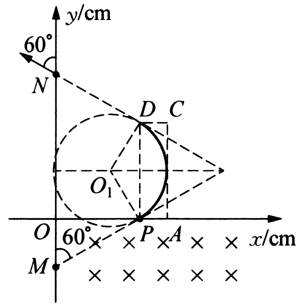
(3) 如答图(b)所示，沿 OA 射入的粒子从 F 点射出，为左边界；沿 OO_2 射入的粒子轨迹与 BC 相切于点 G，为右边界，所以从 BC 边界射出的粒子分布在图示 FG 区域，故从 BC 边射出的粒子射入时分布的夹角：$\varphi_1=\dfrac{\pi}{2}$；粒子从 CD 边界射出区域如答图(c) 所示，从 D 点射出粒子速度方向与 AD 成夹角 θ，由于 $\overline{OD}=\dfrac{\sqrt{3}}{5}$，且 $R=0.2\ \text{m}$，故：$\angle OO_4D=\dfrac{2\pi}{3}$，此时射入磁场的粒子速度方向与 AD 夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$，当轨迹圆与 BC 相切时是能从 CD 边射出磁场的最上边缘的粒子，该粒子进入磁场速度方向垂直 AD 向上，与 OD 边的夹角为 $\dfrac{\pi}{2}$，故从 CD 边界射出的粒子分布的夹角：$\varphi_2=\dfrac{\pi}{6}$. 故从两边界射出粒子的比例为：$\dfrac{N_1}{N_2}=\dfrac{\varphi_1}{\varphi_2}=\dfrac{3}{1}$.



第 3 题答图

4. (1) 与 y 轴负方向成 30°角斜向右下方，$10^3\ \text{m/s}$；(2) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\ \text{T}$；(3) $\dfrac{\sqrt{3}}{150}\ \text{m}^2$.

解析　(1) 由于重力忽略不计，微粒做直线运动，速度的变化会引起洛伦兹力的变化，所以微粒必做匀速直线运动. 这样，电场力必和洛伦兹力大小相等，方向相反，电场 E 的方向与微粒运动的方向垂直，即与 y 轴负方向成 30°角斜向右下方. 由力的平衡有：$Eq=B_1qv$，$v=\dfrac{E}{B_1}=\dfrac{0.5\times10^3}{0.5}\ \text{m/s}=1\times10^3\ \text{m/s}$.　(2) 画出微粒的运动轨迹如答图所示. 由几何关系，知 $\overline{PD}=\overline{ON}-\overline{OM}$，$R=\overline{O_1D}=\dfrac{\frac{1}{2}\overline{PD}}{\cos30°}=\dfrac{\sqrt{3}}{15}\ \text{m}$. 由 $qB_2v=$



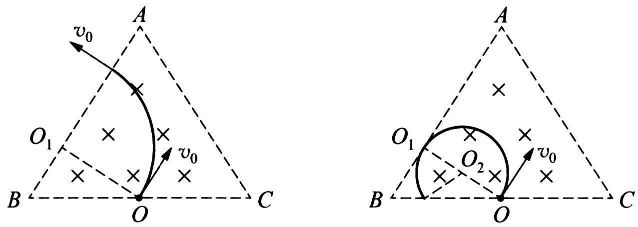
第 4 题答图

$m\dfrac{v^2}{R}$，可得 $B_2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ T.　(3) 由图可知，若磁场区域在矩形 $APDC$ 时，其面积最小. $\overline{PA}=R(1-\cos 60°)=\dfrac{\sqrt{3}}{30}$ m，最小面积为 $S=\overline{PD}\cdot\overline{PA}=\dfrac{1}{5}\times\dfrac{\sqrt{3}}{30}\text{ m}^2=\dfrac{\sqrt{3}}{150}\text{ m}^2$.

5. (1) $t=\dfrac{\pi m}{2qB}$；(2) $v_0\leqslant\dfrac{\sqrt{3}qBa}{8m}$.

解析　(1) 粒子仅在洛伦兹力作用下在磁场内做匀速周运动，如刚好垂直 AB 边飞出，其运动轨迹如图所示，其中 O_1 为圆心位置，O_1O 为半径 R，洛伦兹力充当向心力：$qv_0B=mv_0^2/R$　①，周期 $T=2\pi R/v_0$　②，解得：$T=2\pi m/qB$　③，粒子在磁场中的运动时间为 t，$t=T/4=\pi m/2qB$　④.

(2) 粒子在磁场中的飞行时间最长，须使粒子从 BC 边飞出，如刚好使粒子从 BC 边飞出其运动轨迹恰与 AB 边相切，如答图所示，其中 O_2 为圆心位置，半径 O_2O 为 R_0，其中：$R_0=\dfrac{\sqrt{3}}{8}a$　⑤，粒子从 BC 边飞出，半径 $R\leqslant R_0$　⑥，由 ① 式解得：$R=mv_0/qB$　⑦，由 ⑤⑥⑦ 式解得：$v_0\leqslant\dfrac{\sqrt{3}qBa}{8m}$.

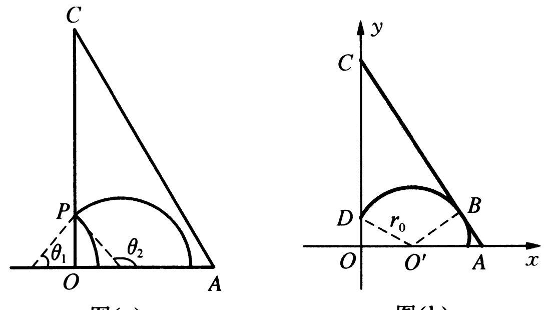


第 5 题答图

6. (1) $B=\dfrac{\pi m}{2qt_0}$；(2) $2t_0$；(3) $v_0=\dfrac{\sqrt{3}\pi L}{7t_0}$.

解析　(1) 粒子在磁场中做匀速圆周运动，在时间 t_0 内其速度方向改变了 90°，故周期 $T=4t_0$，设磁感应强度大小为 B，粒子速度为 v，圆周运动的半径为 r，则 $qvB=m\dfrac{v^2}{r}$，匀速圆周运动的速度满足：$v=\dfrac{2\pi r}{T}$，解得：$B=\dfrac{\pi m}{2qt_0}$.

(2) 设粒子从 OA 边上两个不同位置射入磁场，能从 OC 边上的同一点 P 射出磁场，粒子在磁场中运动的轨迹如答图(a)所示. 设两轨迹所对应的圆心角分别为 θ_1 和 θ_2，由几何关系得：$\theta_1=180°-\theta_2$，粒子两次在磁场中运动的时间分别为 t_1 与 t_2，则：$t_1+t_2=\dfrac{T}{2}=2t_0$.



第 6 题答图

(3) 如答图(b)所示，由题给条件可知，该粒子在磁场区域中的轨迹圆弧对应的圆心角为150°. 设O'为圆弧的圆心，圆弧的半径为r_0，圆弧与AC相切于B点，从D点射出磁场，由几何关系和题给条件可知，此时有：$\angle OO'D=\angle BO'A=30°$，$r_0\cos\angle OO'D+\frac{r_0}{\cos\angle BO'A}=L$，设粒子此次入射速度的大小为$v_0$，由圆周运动规律：$v_0=\frac{2\pi r_0}{T}$，联立①⑦⑧⑨式得：$v_0=\frac{\sqrt{3}\pi L}{7t_0}$.

专题十四　带电粒子在复合场中的运动

1. BD.

解析　带电粒子在磁场中运动，受重力和洛伦兹力作用，重力做功，粒子的速度发生变化，洛伦兹力也发生变化粒子所受到的合外力也发生变化，所以粒子不可能做匀变速运动，由于合外力与速度方向不共线，粒子也不可能做直线运动，所以B、D正确，A、C错误. 故选BD.

2. BD.

解析　电极间有稳定电压U，对某一个离子有：$qvB=q\frac{U}{b}$，即：$v=\frac{U}{Bb}$，$U=vBb$，电压表的示数与液体的流速有关，与离子的浓度无关，选项C错误；由左手定则知，正离子向后表面偏，负离子向前表面偏，前表面的电势一定低于后表面的电势，选项B正确、A错误；流量$Q=\frac{V}{t}=\frac{vtbc}{t}=vbc=\frac{U}{Bb}bc=\frac{U}{B}c$，故$Q$与$U$成正比，与$a$、$b$无关，选项D正确. 故选BD.

3. (1) $E=\frac{4(R+r)dmg}{Rq}$；　(2) $v_0=\frac{mg}{Bq}$；　(3) $E_k=\frac{3mgd}{2}+\frac{m^3g^2}{2B^2q^2}$.

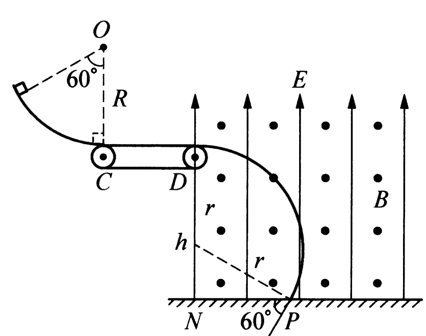
解析　(1) 因带电质点做匀速圆周运动，故电场力与重力平衡有：$mg=q\frac{U_1}{d}$，两板间电压：$U_1=I\times\frac{R}{4}$，由闭合电路欧姆定律：$I=\frac{E}{R+r}$，解得：$E=\frac{4(R+r)dmg}{Rq}$.

(2) 由(1)得，电场力方向竖直向上，故质点带负电，由左手定则得洛伦兹力竖直向下. 由平衡条件得：$mg+Bqv_0=q\frac{U_2}{d}$，板间电压$U_2=I\frac{R}{2}$，所以$q\frac{U_2}{d}=2mg$，解得：$v_0=\frac{mg}{Bq}$.

(3) 因板间电压变为$U_3=IR=4U_1$，故电场力：$F=q\frac{U_3}{d}=q\frac{4U_1}{d}=4mg$，由动能定理：$F\frac{d}{2}-mg\frac{d}{2}=E_k-\frac{1}{2}mv_0^2$，解得：$E_k=\frac{3mgd}{2}+\frac{m^3g^2}{2B^2q^2}$.

4. (1) 2×10^{-2} N，方向竖直向下；(2) 3 m；(3) -5.5×10^{-2} J.

解析　(1) a物块从释放到圆弧轨道最低点时，机械能守恒，有：$mgR(1-\cos 60°)=\frac{1}{2}mv_C^2$，得：$v_C=4$ m/s. 在C点，由牛顿第二定律：$F_N-mg=\frac{mv_C^2}{R}$，解得：$F_N=2\times10^{-2}$ N，由牛顿第三定律，a物块对圆弧轨道压力大小$F_N'=F_N=2\times10^{-2}$ N，方向竖直向下.



第4题答图

(2) a、b碰撞过程动量守恒：$mv_C=2mv'_C$，得$v'_C=2$ m/s. a、b整体在传送带上假设能与传送带达到共速时经过的位移为s，由牛顿第二定律有$\mu\cdot 2mg=2ma$，得：$a=\mu g=$

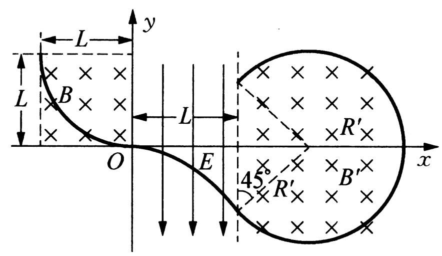
$1\ \mathrm{m/s^2}$，$v^2 - v_C'^2 = 2as$，得：$s = 2.5\ \mathrm{m} < L$，所以 a、b 整体离开传送带时与其共速且为 $v = 3\ \mathrm{m/s}$. 进入复合场后，因 $Eq = 2mg = 2\times10^{-2}\ \mathrm{N}$，所以 a、b 整体一起做匀速圆周运动，有：$Bqv = \frac{2mv^2}{r}$，得：$r = \frac{2mv}{Bq} = 2\ \mathrm{m}$，由几何知识得传送带离水平地面的高度：$h = r + r\cos 60° = r + \frac{1}{2}r = 3\ \mathrm{m}$.

(3) 解法一：a、b 整体在传送带上运动过程中，摩擦力对其做功：$W_f = \mu \cdot 2mgs = 5\times10^{-3}\ \mathrm{J}$，$a$、$b$ 整体在复合场运动过程中，电场力对其做功：$W_电 = -Eqh = -6\times10^{-2}\ \mathrm{J}$，所以，二者从碰后一直到落地，系统机械能的变化量：$\Delta E = W_f + W_电 = -5.5\times10^{-2}\ \mathrm{J}$.

解法二：a、b 整体在传送带上机械能的变化量：$\Delta E_1 = \Delta E_k = \frac{1}{2}\cdot 2mv^2 - \frac{1}{2}\cdot 2mv_C'^2 = 5\times10^{-3}\ \mathrm{J}$，$a$、$b$ 整体在复合场中机械能的变化量：$\Delta E_2 = \Delta E_p = -2mgh = -6\times10^{-2}\ \mathrm{J}$，所以，二者从碰后一直到落地，系统机械能的变化量：$\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 = -5.5\times10^{-2}\ \mathrm{J}$.

5. (1) $\frac{qBL}{m}$；(2) $\left(L,\ -\frac{mE}{2qB^2}\right)$；(3) $\frac{2(2+\sqrt{2})B^2L^2}{B'^2}$.

解析 (1) 根据题述可知带电粒子在第Ⅱ象限匀强磁场中运动的轨道半径等于正方形区域的边长 L. 如答图所示. 由 $qvB = m\frac{v^2}{L}$，解得：$v = \frac{qBL}{m}$.



第 5 题答图

(2) 设带电粒子从匀强电场区域射出时的纵坐标为 $-y$，带电粒子从坐标原点 O 沿 x 轴正方向射入匀强电场区域做类平抛运动，有 $L = vt$；$y = \frac{1}{2}at^2$；$qE = ma$，联立解得：$y = \frac{mE}{2qB^2}$，带电粒子从匀强电场区域射出时的位置坐标为 $\left(L,\ -\frac{mE}{2qB^2}\right)$.

(3) 带电粒子以与 x 轴正方向成 45°角进入匀强磁场，其速度 $v' = \sqrt{2}v = \frac{\sqrt{2}qBL}{m}$，由 $qv'B' = m\frac{v'^2}{R'}$，解得：$R' = \frac{\sqrt{2}BL}{B'}$. 画出运动轨迹如答图所示，由几何关系可知 $x > L$ 区域匀强磁场的最小宽度 $d = (1+\cos 45°)R' = \frac{(1+\sqrt{2})BL}{B'}$，$x > L$ 区域矩形匀强磁场的最小面积：$S = 2R'd = \frac{2(2+\sqrt{2})B^2L^2}{B'^2}$.

6. (1) $d = \frac{\sqrt{3}L}{3}$；(2) $s = \frac{\sqrt{3}mv_0}{qB}$；(3) $s' = \frac{(\sqrt{10}+1)mv_0}{3qB}$.

解析 (1) 由于 $\frac{L}{v_0}$ 远小于 T，因此每个粒子穿过电场时可以认为电场强度大小不变，当两板间的电压为 U_0 时，粒子穿过两板间的侧移最大，设板间距离为 d，则：$t = \frac{L}{v_0}$，$\frac{1}{2}d = \frac{1}{2}\cdot\frac{qU_0}{md}\cdot t^2$，求得 $d = \frac{\sqrt{3}L}{3}$.

(2) 设粒子进磁场时速度与水平方向的夹角为 θ，则粒子在磁场中运动的速度：$v = \frac{v_0}{\cos\theta}$，粒子在磁场中运动时 $qvB = m\frac{v^2}{R}$，$R = \frac{mv_0}{qB\cos\theta}$，粒子在磁场中做圆周运动时，轨迹上点离 MN 的最远距离：$s = R + R\sin\theta = \frac{mv_0}{qB}\left(\frac{1}{\cos\theta} + \tan\theta\right)$，可见，$\theta$ 越大，s 越大. 从平行板边缘飞出的粒子速度与水平方向夹角

最大时：$\tan\theta=\dfrac{\frac{1}{2}d}{\frac{1}{2}L}=\dfrac{d}{L}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$\theta=30°$. 因此 PQ、MN 间的距离至少为：$s=\dfrac{mv_0}{qB}\left(\dfrac{1}{\cos 30°}+\tan 30°\right)=\dfrac{\sqrt{3}mv_0}{qB}$.

(3) 若将下板下移 $(\sqrt{3}-1)d$，则两板间的距离为 $\sqrt{3}d$，则所有粒子在电场中的侧移最大值 $y=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{qU_0}{m\times\sqrt{3}d}\left(\dfrac{L}{v_0}\right)^2=\dfrac{1}{6}L$，设最大偏向角为 α，则 $\tan\alpha=\dfrac{y}{\frac{1}{2}L}=\dfrac{1}{3}$，则 $\cos\alpha=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$，因此要使所有粒子均不能从 PQ 边射出磁场，需要 PQ、MN 间的距离至少为：$s'=\dfrac{mv_0}{qB}\left(\dfrac{1}{\cos\alpha}+\tan\alpha\right)=\dfrac{(\sqrt{10}+1)mv_0}{3qB}$.

专题十五　电磁感应与力学综合

1. BD.

解析　因在 $0\sim t_0$ 时间内棒做匀加速直线运动，故在 t_0 时刻 F_2 大于棒所受的安培力，在 t_0 以后，外力保持 F_2 不变，安培力逐渐变大，导体棒做加速度越来越小的加速运动，当加速度 $a=0$，即导体棒所受安培力与外力 F_2 相等后，导体棒做匀速直线运动，故 A 错误，B 正确. 设在 $0\sim t_0$ 时间内导体棒的加速度为 a，通过导体棒横截面的电荷量为 q，导体棒的质量为 m，t_0 时刻导体棒的速度为 v，则有：$a=\dfrac{v}{t_0}$，$F_2-\dfrac{B^2L^2v}{R}=ma$，$F_1=ma$，$q=\dfrac{\Delta\Phi}{R}$，$\Delta\Phi=B\Delta S=BL\dfrac{v}{2}t_0$，解得：$a=\dfrac{(F_2-F_1)R}{B^2L^2t_0}$，$q=\dfrac{(F_2-F_1)t_0}{2BL}$，故 C 错误、D 正确. 故选 BD.

2. (1) 0.2 N；(2) 2.5×10^{-3} J.

解析　(1) ab 棒达到最大速度时，设 cd 棒受安培力为 F_1，对 cd 棒受力分析：$F_1-mg=0$，对 ab 棒受力分析：$F-F_1-mg=0$，联立解得：$F=2mg=0.2$ N.

(2) 设 ab 棒最大速度为 v，此时对 ab 棒有：$F_1=BIL$，$F-mg-F_1=0$，$E=BLv$，$I=\dfrac{E}{2R}$，联立各式得：$v=\dfrac{2mgR}{B^2L^2}$，从开始到达到最大速度的过程中：$Fx=\dfrac{1}{2}mv^2+mgx+Q$，两棒产生的热量相同，所以 ab 棒中产生的焦耳热为：$Q_{ab}=\dfrac{1}{2}Q$，代入数据得 $Q_{ab}=2.5\times10^{-3}$ J.

3. ABD.

解析　设想一条半径转动切割磁感线，由右手定则可知，处于磁场中的圆盘部分，靠近圆心处电势高，A 正确；根据 $E=BLv$ 可知所加磁场越强，则感应电动势越大，感应电流越大，安培力越大，阻碍作用越强，(或产生的电功率越大，消耗机械能越快) 则圆盘越容易停止转动，B 正确；若加反向磁场，根据楞次定律可知安培力仍阻碍圆盘的转动，故圆盘仍减速转动，C 错误；若所加磁场穿过整个圆盘则圆盘中有感应电动势而无感应电流，安培阻力为零，不消耗机械能，圆盘匀速转动，D 正确. 故选 ABD.

点睛　本题的情境取材于电磁感应现象应用中的电磁制动. 考生只要真正理解电磁感应的本质及产生条件，很容易从电磁阻尼上对 C、D 选项作出判定.

4. (1) $y=\left(\dfrac{4aB^2}{k\rho}\right)^2x^2$；(2) $\dfrac{k}{\sqrt{2a}}y$；(3) $W=\dfrac{k}{2\sqrt{2a}}L^2+maL$.

解析　(1) 设棒运动到某一位置时与轨道接触点的坐标为 $(\pm x, y)$，安培力：$F_A=\dfrac{B^2l^2v}{R}$，$l=2x$，

安培力的功率：$P=\frac{4B^2x^2v^2}{R}=ky^{3/2}$. 棒做匀加速运动：$v^2=2ay$，$R=2\rho x$，代入前式得：$y=\left(\frac{4aB^2}{k\rho}\right)^2x^2$，轨道形式为抛物线；

(2) 安培力：$F_A=\frac{P}{v}=\frac{ky^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2ay}}$，得：$F_A=\frac{k}{\sqrt{2a}}y$；

(3) 由动能定理：$W=W_A+\frac{1}{2}mv^2$，安培力做功：$W_A=\overline{F}_A\cdot L=\frac{\frac{K}{\sqrt{2a}}L+0}{2}\cdot L=\frac{k}{2\sqrt{2a}}L^2$，棒在 $y=L$ 处动能：$\frac{1}{2}mv^2=maL$，外力做功：$W=\frac{k}{2\sqrt{2a}}L^2+maL$.

5. (1) 1 m/s；(2) 4∶1；(3) 0.01 J.

解析 (1) 由 $mgs\cdot\sin\theta=\frac{1}{2}mv^2$，得：$v=\sqrt{2gs\cdot\sin\theta}=1\text{ m/s}$.

(2) 棒从释放到运动至 M_1P_1 的时间 $t=\frac{v}{g\sin\theta}=0.2\text{ s}$，在 $t_1=0.1\text{ s}$ 时，棒还没进入磁场，有：$E_1=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{\Delta B}{\Delta t}Ld=0.6\text{ V}$，此时 R_2 与金属棒并联后再与 R_1 串联，$R_{总}=R_1+\frac{rR_2}{r+R_2}=3\Omega$，$U_1=\frac{E_1}{R_{总}}R_1=0.4\text{ V}$，由图乙可知，$t=0.2\text{ s}$ 后磁场保持不变，ab 经过磁场的时间 $t'=\frac{d}{v}=0.2\text{ s}$，故在 $t_2=0.25\text{ s}$ 时 ab 还在磁场中运动，电动势 $E_2=BLv=0.6\text{ V}$，此时 R_1 与 R_2 并联，$R'_{总}=r+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=3\,\Omega$，得 R_1 两端电压 $U_1'=0.2\text{ V}$，故在 $t_1=0.1\text{ s}$ 和 $t_2=0.25\text{ s}$ 时刻电阻 R_1 的电功率比值 $\frac{P_1}{P_2}=\frac{U_1^2}{U'^2_1}=4$.

(3) 设 ab 的质量为 m，ab 在磁场中运动时，通过 ab 的电流 $I=\frac{E_2}{R_{总}'}$，ab 受到的安培力 $F_A=BIL$，又：$mg\sin\theta=BIL$，解得：$m=0.024\text{ kg}$. 在 0～0.2 s 时间里，R_2 两端的电压 $U_2=0.2\text{ V}$，产生的热量：$Q_1=\frac{U_2^2}{R_2}t=0.004\text{ J}$，$ab$ 最终将在 M_2P_2 下方的轨道区域内往返运动，到 M_2P_2 处的速度为零，由功能关系可得在 $t=0.2\text{ s}$ 后，整个电路最终产生的热量 $Q=mgd\sin\theta+\frac{1}{2}mv^2=0.036\text{ J}$，由电路关系可得 R_2 中产生的热量：$Q_2=\frac{Q}{6}=0.006\text{ J}$，故 R_2 中产生的总热量：$Q_{总}=Q_1+Q_2=0.01\text{ J}$.

点睛 本题是法拉第电磁感应定律、欧姆定律以及能量守恒定律等知识的综合应用，关键要搞清电路的连接方式及能量转化的关系，此类电磁感应问题不仅涉及感应电动势的计算，还与电路知识有关，要画出相应的等效电路再作计算.

6. (1) $i=\frac{B_1lI}{(R_1+R_2)m}$；(2) $v_m=\frac{I}{2m}$； (3) $Q=\frac{I^2}{40m}$.

解析 (1) 设金属棒 a 受到冲量 I 后瞬间的速度为 v_0，金属棒 a 产生的感应电动势为 E，导轨中的电流为 i，则：$I=mv_0$，$E=B_1lv_0$，$i=\frac{E}{R_1+R_2}$，联立得：$i=\frac{B_1lI}{(R_1+R_2)m}$.

(2) 金属棒 a 和金属棒 b 在左半部分磁场中运动所受安培力大小相等、方向相反，合力为零，故 a、b 组成的系统水平方向动量守恒. 金属棒 a 和金属棒 b 在Ⅰ匀强磁场区运动过程中达到最大速度 v_m 时，两个金属棒速度相等，感应电流为零，两个金属棒匀速运动，根据动量守恒定律有：$mv_0=2mv_m$，解得 $v_m=\frac{v_0}{2}=\frac{I}{2m}$.

(3) 金属棒b进入Ⅱ匀强磁场时，设金属棒a的感应电动势为E_1，金属棒b的感应电动势为E_2，$E_1 = B_1lv_m$，$E_2 = B_2lv_m$，因为$B_1 = 2B_2$，所以$E_1 = 2E_2$. 所以金属棒b一进入Ⅱ匀强磁场，电流立即出现，在安培力作用下金属棒a做减速运动，金属棒b做加速运动. 设金属棒a在Ⅰ匀强磁场区运动速度从v_m变化到最小速度v_a所用时间为t，则金属棒b在Ⅱ匀强磁场区运动速度从v_m变化到最大速度v_b所用时间也为t，此后金属棒a、b都匀速运动. 有：$B_1lv_a = B_2lv_b$，即$v_b = 2v_a$. 设在t时间内通过金属棒a、b的电流平均值为$\bar{I}$，根据动量定理：$B_1\bar{I}lt = mv_m - mv_a$，$B_2\bar{I}lt = mv_b - mv_m$，解得$v_a = \frac{3}{5}v_m$，$v_b = \frac{6}{5}v_m$.

设金属棒b进入Ⅱ匀强磁场后金属棒a、b产生的总焦耳热为Q，根据能量守恒定律有：$\frac{1}{2}mv_m^2 + \frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{1}{2}mv_a^2 + \frac{1}{2}mv_b^2 + Q$，解得$Q = \frac{1}{10}mv_m^2 = \frac{I^2}{40m}$.

专题十六　力学实验

1. (1) B；(2) 1.50，1.50；(3) 不同意，理由见解析；(4) 见解析.

解析　(1)小球下落的高度h应是初末位置球心之间的高度差，故要选B；(2)刻度尺读数需估读一位，所以读数为1.50 cm，钢球的速度为：$v = d/t = 1.50\times10^{-2}\ \text{m}/0.0100\ \text{s} = 1.50\ \text{m/s}$；(3)不同意他的观点. 从表格中的数据可知，小球动能的增加量大于其重力势能的减少量，若是空气阻力造成的，则应该是动能的增加量小于重力势能的减少量，可见不是由于空气阻力造成的. (4)由图可知，实验中所求的是遮光片的速度，而非小球速度，两者速度略有差别，由于小球与遮光片都做圆周运动，角速度ω相同，设小球的球心和光电门到悬点的距离分别为l和L，计算ΔE_k时，应将遮光片速度v折算成钢球的速度$v' = \frac{l}{L}\cdot v$.

2. (1) B，60；(2) 0.1；(3) -0.2，-0.2，碰撞前后两物体的质量与速度的乘积之和保持不变.

解析　(1) 从闪光照片上看出第二次、第三次和第四次闪光时，物体B的位置始终在$x = 60\ \text{cm}$处，说明碰后B物体静止，滑块碰撞位置发生在60 cm处；(2)第一次闪光时A的位置在$x = 55\ \text{cm}$处，第二次闪光时A在$x = 50\ \text{cm}$处，说明碰前位移5 cm，碰后位移10 cm，由图可知：$v_A'\cdot\Delta t = 20\ \text{cm}$；$v_A'\cdot t_1 = 10\ \text{cm}$，所以$t_1 = \frac{1}{2}\Delta t = 0.1\ \text{s}$，所以滑块碰撞时间发生在$t_2 = \Delta t - t_1 = 0.1\ \text{s}$，即第一次闪光后0.1 s；(3)设向右为正方向，碰前A的速度$v_A = \frac{5\times10^{-2}}{0.1}\text{m/s} = 0.5\ \text{m/s}$，$A$的动量：$p_A = m_Av_A = 0.2\times0.5\ \text{kg}\cdot\text{m/s} = 0.1\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$；碰前$B$的速度：$v_B = -\frac{10\times10^{-2}}{0.1}\text{m/s} = -1\ \text{m/s}$，$B$的动量：$p_B = m_Bv_B = 0.3\times(-1)\text{kg}\cdot\text{m/s} = -0.3\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$，碰撞前两滑块的质量与速度乘积之和是$-0.2\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$；碰后$A$的速度：$v_A' = -\frac{20\times10^{-2}}{0.2}\text{m/s} = -1\ \text{m/s}$，$A$的动量：$p_A' = m_Av_A' = 0.2\times(-1)\text{kg}\cdot\text{m/s} = -0.2\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$. 以上实验结果说明：在碰撞过程中保持不变的物理量是碰撞前后两物体的质量与速度的乘积之和.

3. ①大于；②相同；③ $v^2 - \frac{1}{M+m}$；④$\frac{4mg^2}{b}$.

解析　① 根据题意，确保压力传感器的示数为零，因此弹簧要从压缩状态到伸长状态，那么C的质量M要大于A的质量m；② 刚要释放C时，弹簧处于压缩状态，若使压力传感器为零，则弹簧的拉力为$F = mg$，因此弹簧的形变量为：$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{mg}{k} + \frac{mg}{k} = \frac{2mg}{k}$，不论$C$的质量如何，要使压力传感器示数为零，则$A$物体上升$\frac{2mg}{k}$，$C$下落的高度为$\frac{2mg}{k}$，即$C$下落的高度总相同；③ 选取$A$、$C$及弹簧为

系统，根据机械能守恒定律，则有：$(M-m)g\times\frac{2mg}{k}=\frac{1}{2}(M+m)v^2$；整理可知：$v^2=-\frac{8m^2g^2}{k}\cdot\frac{1}{M+m}+\frac{4mg^2}{k}$；为得到线性关系图线，因此应作出 $v^2-\frac{1}{M+m}$ 的图线；④由上表达式可知：$\frac{4mg^2}{k}=b$，解得：$k=\frac{4mg^2}{b}$.

4. ① 60(56—64 均可)，T_P；② Q；③ 4.30(4.25—4.35 均可)，$\frac{mgL}{2\sqrt{L^2-D^2}}$.

解析 ①由曲线Ⅱ的最高点知拉力最大时，对应的横坐标 $\overline{PC}=60$ cm，设 PC 和 QC 与水平面的夹角分别为 α 和 β，由 C 点的平衡条件可得：$T_P\cos\alpha=T_Q\cos\beta$，开始时 C 点靠近 P 点，$\alpha>\beta$，则 $\frac{T_P}{T_Q}=\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}>1$，即 $T_P>T_Q$，结合两曲线左侧部分，Ⅱ 曲线靠上则为 T_P 的曲线；②比较两图象的顶点纵坐标大小可知，Ⅰ曲线的最高点力更大，代表 Q 有最大拉力；③两曲线的交点表示左右的绳拉力大小相等，读出纵坐标为 $T_P=T_Q=4.30$ N，设 CQ 绳与立柱的夹角为 θ，延长 CQ 线交另立柱上，构成直角三角形，则 $\cos\theta=\frac{\sqrt{L^2-D^2}}{L}$，由力的平衡可知 $2T_0\cos\theta=mg$，则 $T_0=\frac{mg}{2\cos\theta}=\frac{mgL}{2\sqrt{L^2-D^2}}$.

点睛 正确地从题图中获取有效信息是解题的关键.

5. (1) 50；(2) 相等；(3) 滑块的动能；(4) 压缩量的平方.

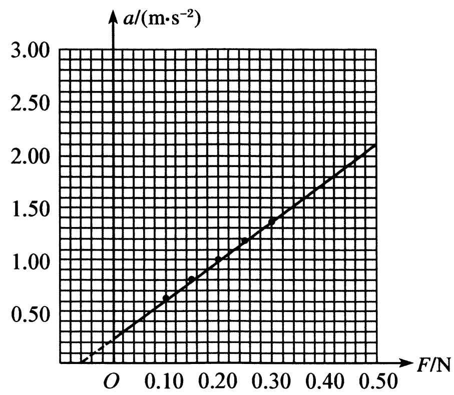
解析 (1)根据 $F_1=mg=k\Delta x_1$，$F_2=2mg=k\Delta x_2$，有 $\Delta F=F_1-F_2=k\Delta x_1-k\Delta x_2$，则 $k=\frac{0.49}{0.0099}\text{N/m}=49.5\text{ N/m}$，同理可以求得 $k'=\frac{0.49}{0.0097}\text{N/m}=50.5\text{ N/m}$，则劲度系数为 $k=\frac{k+k'}{2}=50\text{ N/m}$；(2)滑块离开弹簧后做匀速直线运动，故滑块通过两个光电门时的速度相等；(3)在该过程中弹簧的弹性势能转化为滑块的动能；(4)图线是过原点的倾斜直线，所以 v 与 x 成正比；弹性势能转化为动能，即 $E_{弹}=\frac{1}{2}mv^2$，即弹性势能与速度平方成正比，则弹性势能与压缩量平方成正比.

6. (1)否；(2)0.880；(3)①见解析图，②在计算小车所受的合外力时未计入砝码盘的重力，③0.06.

解析 (1) 当小车匀速下滑时有 $Mg\sin\theta=F_f+(m_0+m)g$，当取下细绳和砝码盘后，由于重力沿斜面向下的分力 $Mg\sin\theta$ 和摩擦力 F_f 不变，因此其合外力为 $(m_0+m)g$，由此可知该实验中不需要砝码和砝码盘的总质量远小于小车的质量.

(2) 相邻计数点间的时间间隔为 $T=0.1$ s，在匀变速直线运动中连续相等时间内的位移差为常数，即 $\Delta x=aT^2$，则有 $a=\frac{0.0864+0.0775-0.0687-0.0600}{4\times0.1^2}\text{ m/s}^2=0.880\text{ m/s}^2$.

(3) ① a-F 图象如答图所示



第 6 题答图

② 由图象可知，当合外力为零时，小车有加速度，这说明在计算小车所受的合外力时未计入砝码盘的重力.

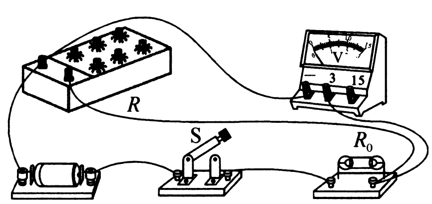
③ 根据数学函数关系可知由该图线延长线与横轴的交点可求出的物理量是砝码盘的重力大小，为 0.06 N.

专题十七　电学实验

1. (1) 0.400(0.398～0.402 均可)；(2) ① 1.3×10^{-6}或1.2×10^{-6}，② 电流表的内阻为 2.0 Ω(电流表的内阻).

解析　(2) ① 由电阻定律：$R=\frac{\rho x}{S}$，由欧姆定律：$R+R_A=\frac{U}{I}$. 联立解得：$\frac{U}{I}=\frac{\rho x}{S}+R_A$，所以$\frac{U}{I}$-$x$关系图象斜率$k=\frac{\rho}{S}$. 因$k=10\ \Omega/\text{m}$，$S=\pi\frac{d^2}{4}=4\pi\times10^{-8}\ \text{m}^2$，解得：$\rho\approx1.3\times10^{-6}\ \Omega\cdot\text{m}$.　② 图丙中$\frac{U}{I}$-$x$关系图线纵截距的物理意义是电流表内阻：$R_A=2.0\ \Omega$.

2. (1) 1.55；(2) ①连线如图所示；②$\frac{R_0+r}{E}$；③1.61，0.64；④偏小.



第 2 题答图

解析　(1) 多用电表的转换开关指在直流电压"2.5 V"挡，应使用第二排刻度读数. 先应用"250 V"量程读数，为 155 V，故"2.5 V"挡的读数为 1.55 V；

(2) ①连线如答图所示；②根据闭合电路欧姆定律得：$E=U+I(R_0+r)=U+\frac{U}{R}(R_0+r)$，解得$\frac{1}{U}=\frac{1}{E}+\frac{R_0+r}{E}\cdot\frac{1}{R}$，故该图线纵坐标的截距为$\frac{1}{E}$，斜率$k=\frac{R_0+r}{E}$；③根据图线，纵坐标的截距为 0.62 左右，即$\frac{1}{E}=0.62$，解得电池电动势$E=1.61\ \text{V}(1.54\sim1.67\ \text{V}$ 均可)，$k=\frac{R_0+r}{E}=\frac{2.4-1.0}{0.5-0.1}=3.5$，解得$R_0+r=5.64\ \Omega$，故电池内阻$r=0.64\ \Omega(0.44\sim0.80\ \Omega$ 均可)；④ 如果考虑电压表的内阻，根据实验的原理$E=U+\left(\frac{U}{R}+\frac{U}{R_V}\right)(r+R_0)$，得：$\frac{1}{U}=\frac{1}{E}\left(1+\frac{r+R_V}{R_V}\right)+\frac{r+R_0}{E}\cdot\frac{1}{R}$，考虑电压表的内阻，此时图线的纵轴截距表示$\frac{1}{E}\left(1+\frac{r+R_V}{R_V}\right)$，所以$E_{测}$ 小于$E_{真}$，$r_{测}$ 小于$r_{真}$.

3. (1)$\frac{mg}{k}$；(2)M端；(3)2.5 A；(4)0.1.

解析　(1) 设当电流表示数为零时，弹簧的伸长量为Δx，则有$mg=k\Delta x$　①，由 ① 式得：$\Delta x=\frac{mg}{k}$　②；

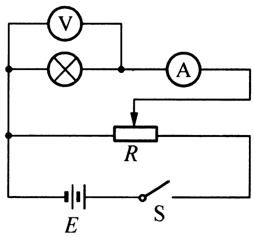
(2) 为使电流表正常工作，作用于通有电流的金属棒MN的安培力必须向下，因此M端应接正极；

(3) 设电流表满偏时通过MN间电流强度为I_m则有：$BI\overline{ab}+mg=k(\overline{bc}+\Delta x)$　③，联立②③式并代入数据得$I_m=2.5\ \text{A}$　④；

(4) 设量程扩大后，磁感应强度变为B'，则有：$2B'I_m\overline{ab}+mg=k(\overline{bc}+\Delta x)$　⑤，由①⑤式得：$B'=\frac{k\overline{bc}}{2I_m\overline{ab}}$　⑥，代入数据得：$B'=0.10\ \text{T}$.

4. (1)如答图所示；(2)① 0.10 A；②0.24 A；③2.00 V；④0.27 V，(8.3±0.1)Ω和(2.7±0.1)Ω，如

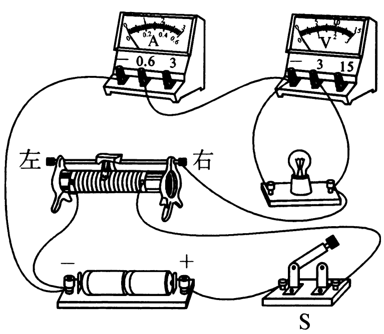
填为(2.7±0.1)Ω和(8.3±0.1)Ω也行.



第4题答图

解析 (1)从实物图中可知电压表测量灯泡两端电压,电流表采用外接法,滑动变阻器采用分压接法,故电路图如图所示;(2)电流表的量程为0.6 A,最小分度值为0.02 A,①的读数为0.10 A,②的读数为0.24 A,电压表量程为3 V,最小分度值为0.1 V,③的读数为2.00 V,④的读数为0.27 V. 由 $I=\frac{U}{R}$ 知:①④属同组数据,得电阻为2.7Ω,②③为另一组数据,得电阻为8.3Ω.

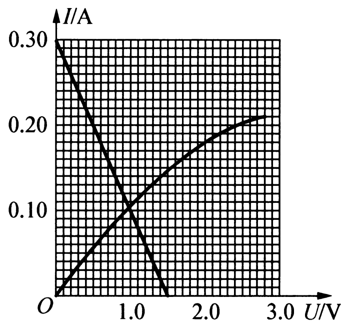
5. ①实物连线如答图所示;②0.44;③4, 2.22~2.28均可.



第5题答图

解析 由图知电流表量程为0.6 A,所以读数为0.44 A;电源内阻为1Ω,所以当外电路总电阻等于电源内阻时,消耗电功率最大,此时外电路电压为1.5 V,由图知当小电珠电压等于1.5 V时电流约为0.38 A,此时电阻约为 $R=\frac{U}{I}=3.95\,\Omega$,并联后的总电阻为1Ω,所以需要4个小电珠,小电珠消耗的总功率约为 $P=\frac{U^2}{R}=\frac{1.5^2}{1}=2.25\text{ W}$.

6. ①A;②B;③0.1.



第6题答图

解析 ①为便于操作实验,滑动变阻器应选择总阻值较小的滑动变阻器,故选A;② 因为灯泡两端的电压由零逐渐增加到3 V,故滑动变阻器应采用分压接法. 小灯泡的电阻 $R=\frac{U^2}{P}=15\,\Omega$,与电流表的内阻5Ω相差不大,因此电流表采用外接法. 故B图正确;③ 在小灯泡的伏安特性曲线图上作出电源的伏安特性曲线(如答图所示),由两曲线的交点的电流 $I=0.10\text{ A}$,电压 $U=1.0\text{ V}$,得小灯泡消耗的功率 $P=IU=0.10\times1.0\text{ W}=0.1\text{ W}$.

7. (1)E_2 R_2;(2)C;(3)不偏转 偏转;(4)⑤④②③①.

解析 (1) 若实现对30℃温度的控制,继器器和 R_t 两端的电压 $U=0.015\times(20+199.5)\text{V}\approx3.29\text{ V}$,因此符合要求的电源应选 E_2. 若要实现对80℃温度的控制,对全电路有 $E=I(R_{继}+R_t+R)$,即 $6\text{ V}=0.015\text{ A}\times(20\,\Omega+49.1\,\Omega+R)$,解得 $R=330.9\,\Omega$,因此滑动变阻器应选 R_2.

(2) 因电路中有电源,排查电路故障应选用多用电表的直流电压挡,故将选择开关旋至 C.

(3) 只有 b、c 间断路,表笔接入 a、b 间时,电表与电源之间不形成闭合电路,则电表指针不偏转,表笔接入 a、c 间时,能形成闭合电路,电表指针发生偏转.

(4) 欲使衔铁在50℃被吸合,由表中数据可知,此时热敏电阻的阻值为108.1Ω,操作步骤应是先断开开关,用电阻箱替换热敏电阻,将阻值调至108.1Ω,闭合开关,调节滑动变阻器的阻值,观察继电器的衔铁被吸合,然后断开开关,将电阻箱从电路中移除,再将热敏电阻接入电路原位置,故步骤顺序应为⑤④②③①.

专题十八 热学综合

1. ① 2 kg; ② 1.5 cm, 35 cm.

解析 ① 根据U形管两侧水银面的高度差为 $\Delta h=1.5\text{ cm}$,可知 A 中气体压强 $p_{A1}=p_0+p_{\Delta h}=$

75 cmHg＋1.5 cmHg＝76.5 cmHg，而 $p_{A1}=p_0+p_塞$，所以活塞产生的压强 $p_塞=1.5\ \text{cmHg}=1.5\times\frac{1}{75}\times10^5\ \text{Pa}=0.02\times10^5\ \text{Pa}$，由 $p_塞=\frac{mg}{S}$ 解得：$m=2\ \text{kg}$；② 由于活塞光滑，所以气体等压变化，U形管两侧水银面的高度差不变，仍为 $\Delta h=1.5\ \text{cm}$，初状态温度为 $T_1=300\ \text{K}$，体积为 $V_1=L\cdot S$；末状态温度为 $T_2=210\ \text{K}$，体积为 $V_2=L'S$，由盖-吕萨克定律：$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}$，解得活塞离气缸底部的高度 $L'=35\ \text{cm}$.

2. (1) h；(2) $0.75\,mgh$.

解析　(1) 设左、右活塞的面积分别为 S' 和 S，由于气体处于平衡状态，故两活塞对气体的压强相等，即：$\frac{2mg}{S'}=\frac{mg}{S}$，由此得：$S'=2S$，在两个活塞上各加质量为 m 的物块后，假设左右两活塞仍没有碰到气缸底部，由平衡条件：$p_左=\frac{3mg}{2S}$，$p_右=\frac{2mg}{S}$，$p_左<p_右$，则右活塞降至气缸底部，所有气体都在左气缸中.在初态，气体的压强为 $\frac{mg}{S}$，体积为 $3Sh$；在末态，气体压强为 $\frac{3mg}{2S}$，体积为 $2S\cdot x$（x 为左活塞的高度，由玻意耳定律得：$\frac{mg}{S}\cdot3Sh=\frac{3mg}{2S}\cdot2S\cdot x$，解得：$x=h$，即两活塞的高度差为 $x=h$.

(2) 当温度由 T_0 上升至 $T=1.25T_0$ 时，气体的压强不变，设 x' 是温度达到 T 时左活塞的高度，由盖-吕萨克定律得：$x'=\frac{T}{T_0}x=1.25h$，活塞对气体做的功为：$W=FS=3mg(x'-x)=0.75\,mgh$.

3. (1) 0.4；(2) 900 K.

解析　(1) 由查理定律有 $\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}$，解得 $p_2=1.5\times10^5\ \text{Pa}$，$p_2=p_0+\frac{\mu mg}{S}\Rightarrow\mu=0.4$.

(2) 物块 A 开始移动后，气体做等压变化，到 A 与 B 刚接触时 $p_3=p_2=1.5\times10^5\ \text{Pa}$，$V_2=L_1\cdot S$，$V_3=(L_1+d)S$，由盖-吕萨克定律可得 $\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_3}{T_3}$，解得 $T_3=900\ \text{K}$.

4. (1) 增大，不变；(2)漏气.

解析　(1) 对包装袋缓慢地施加压力，气体的体积减小，压强增大，装袋内壁单位面积上所受气体分子撞击的作用力增大.测试时，对包装袋缓慢地施加压力，说明在实验的过程中，气体的温度不变，所以实验气体的内能不变；(2)假设不漏气，设加压后的体积为 V_1，等温过程：$p_0V_0=p_1V_1$，代入数据解得：$V_1=\frac{p_0V_0}{p_1}=0.5\ \text{L}$.由于 $0.45\ \text{L}<0.5\ \text{L}$，因此包装袋是漏气了.

5. (1)12.0 cm；(2) 13.2 cm.

解析　(1) 以 cmHg 为压强单位.设 A 侧空气柱长度 $l=10.0\ \text{cm}$ 时的压强为 p；当两侧水银面的高度差为 $h_1=10.0\ \text{cm}$ 时，空气柱的长度为 l_1，压强为 p_1.由玻意耳定律得：$pl=p_1l_1$　①，由力学平衡条件得：$p=p_0+h$　②，打开开关 K 放出水银的过程中，B 侧水银面处的压强始终为 p_0，而 A 侧水银面处的压强随空气柱长度的增加逐渐减小，B、A 两侧水银面的高度差随之减小，直至 B 侧水银面低于 A 侧水银面 h_1 为止.由力学平衡条件有：$p_1=p_0-h_1$　③，联立 ①②③ 式，并代入题给数据得：$l_1=12.0\ \text{cm}$　④；

(2) 当 A、B 两侧的水银面达到同一高度时，设 A 侧空气柱的长度为 l_2，压强为 p_2.由玻意耳定律得：$pl=p_2l_2$　⑤，由力学平衡条件有：$p_2=p_0$　⑥，联立 ②⑤⑥ 式，并代入题给数据得：$l_2=10.4\ \text{cm}$　⑦.设注入的水银在管内的长度为 Δh，依题意得：$\Delta h=2(l_1-l_2)+h_1$　⑧，联立 ④⑦⑧ 式，并代入题给数据得：$\Delta h=13.2\ \text{cm}$.

6. (1) $1.2\times10^5\ \text{Pa}$；(2) 27.5 cm，20 cm.

解析　(1) 将两个活塞和小物体作为整体进行受力分析得：$pS=mg+p_0S$，代入数据解得：$p=1.2\times10^5\ \text{Pa}$.

(2) 对 N 下部分气体进行分析，由理想气体状态方程得：$\frac{p_0hS}{T_1}=\frac{ph_2S}{T_2}$，解得：$h_2=20\text{ cm}$.

对 M 下部分气体进行分析，根据玻意耳定律得：$p_0(H-h)S=pLS$，解得：$L=7.5\text{ cm}$. 故此时活塞 M 距离底部的距离为 $H_2=h_2+L=20\text{ cm}+7.5\text{ cm}=27.5\text{ cm}$.

专题十九　振动与波

1. ABE.

解析　(1) 由题图乙知 $t=0.6\text{ s}$ 时，质点 A 的振动方向是向下的，由"上下坡法"可知此波是沿 x 轴负方向传播的，A 对；由题图甲知波长 $\lambda=8\text{ m}$，由题图乙知该波的周期 $T=1.2\text{ s}$，所以该波的波速为 $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{20}{3}\text{ m/s}$，B 对；由波上各质点的振动情况可知此时质点 P 向上振动，质点 Q 向下振动，但 P 离波峰距离大，应后回到平衡位置，C 错；因波传播的是能量和波形，质点本身并不随波传播，D 错；0.6 s 是半个周期，所以质点 A 通过的路程为 $s=2A=10\text{ cm}$，E 对. 故选 ABE.

2. AB.

解析　A 和 B 一起在光滑水平面上做往复运动，对整体研究，整体在水平方向上只受弹簧的弹力，因为弹簧的弹力和位移成正比，所以回复力 $F=-kx$，而 A 在 B 给的静摩擦力作用下做往复运动，设弹簧的形变量为 x，弹簧的劲度系数为 k，A、B 的质量分别为 M 和 m，根据牛顿第二定律得到整体的加速度为：$a=-\frac{kx}{M+m}$，对 A 有：$f=Ma=-\frac{Mkx}{M+m}$，可见作用在 A 上的静摩擦力大小 f 与弹簧的形变量 x 成正比，满足 $F=-kx$ 形式，故两者都做简谐运动，A、B 正确；在简谐运动中，B 对 A 的静摩擦力与位移方向相同或相反，且对 A 做功，同理，A 对 B 的静摩擦力对 B 也做功，C 错误；由于弹簧对 A、B 组成的系统做功，所以 A、B 组成的系统机械能不守恒，D 错误. 故选 AB.

3. BCD.

解析　在 $t+\frac{T}{2}$ 时，质点 c 运动到波峰，速度为零. 故 A 错误. 经过 $1\frac{1}{4}T$ 个周期，质点 d 开始振动，起振方向竖直向下，再经过 $\frac{3}{4}T$ 到达正向最大位移处，所以在 $t+2T$ 时，质点 d 的加速度达到最大值. 故 B 正确. 经过 $1\frac{1}{4}T$ 个周期，质点 d 开始振动，在剩余的 $\frac{3}{4}T$ 的时间间隔内，质点 d 通过的路程为 $s=3A=6\text{ cm}$. 故 C 正确. 根据"上下坡法"知 a 质点向上振动，b 质点向上振动，b 质点先回到平衡位置. 故 D 正确. 从 t 时刻起，在一个周期的时间内，a、b、c、d 四个质点均不沿 x 轴方向运动. 故 E 错误. 故选 BCD.

4. (1) 128 cm; (2) 6 个.

解析　(1) A 波通过 P 点时质点振动经过的路程为：$s_1=2\times4\text{ cm}=8\text{ cm}$，$B$ 波传播至 P 点需 $t_1=19\text{ s}$，则 B 波在 P 点还要振动 $t_2=3\text{ s}=1.5T_B$，故 B 波在 P 点振动的路程为 $s_2=6\times20\text{ cm}=120\text{ cm}$，总路程 $s=s_1+s_2=128\text{ cm}$.

(2) 16 s 内两列波相对运动的长度为：$\Delta l=l_A+l_B-d=2vt-d=12\text{ m}$，$A$ 波宽度为 $a=\frac{\lambda_A}{2}=v\frac{T_A}{2}=0.2\text{ m}$，$B$ 波波长为 $\lambda_B=vT_B=2\text{ m}$，$n=\frac{\Delta l}{\lambda_B}=6$，即 A 波经过了 6 个波峰.

5. (1) $T=4\text{ s}$，$v=7.5\text{ m/s}$，$\lambda=30\text{ cm}$；(2) $y=0.08\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3}\right)(\text{m})$ 或 $y=0.08\sin\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{5\pi}{6}\right)(\text{m})$.

解析　(1)设振动周期为 T，由于质点 A 在 0 到 1 s 内由最大位移处第一次回到平衡位置，经历的

是$\frac{1}{4}$个周期，由此可知：$T=4\text{ s}$ ①，由于质点O与A的距离5 m小于半个波长，且波沿x轴正向传播，O在$t=\frac{1}{3}\text{ s}$时回到平衡位置，而A在$t=1\text{ s}$时回到平衡位置，时间相差$\frac{2}{3}\text{ s}$. 两质点平衡位置的距离除以传播时间，可得波的速度：$v=7.5\text{ m/s}$ ②，利用波长、波速和周期的关系得简谐波的波长：$\lambda=30\text{ cm}$ ③；

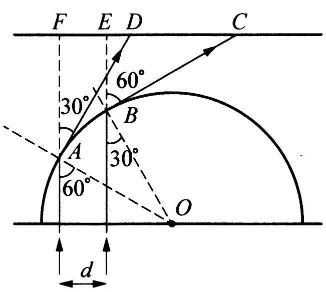
(2) 设质点O的位移随时间变化的关系为：$y=A\cos\left(\frac{2\pi t}{T}+\varphi_0\right)$ ④，将①式及题给条件代入④式得：$\begin{cases}4=A\cos\varphi_0\\0=A\cos\left(\frac{\pi}{6}+\varphi_0\right)\end{cases}$ ⑤，解得$\varphi_0=\frac{\pi}{3}$，$A=8\text{ cm}$ ⑥，$y=0.08\cos\left(\frac{\pi t}{2}+\frac{\pi}{3}\right)(\text{m})$ 或 $y=0.08\sin\left(\frac{\pi t}{2}+\frac{5\pi}{6}\right)(\text{m})$.

6. ACE.

解析 $t=0.10\text{ s}$时P点沿y轴正方向振动，根据带动法可知，波沿x轴负方向传播，故A正确；根据题意可知，周期$T=0.2\text{ s}$，则$t=0.05\text{ s}$时，质点Q在正向最大位移处，加速度最大，不为零，故B错误；根据题图可知该波的波长$\lambda=8\text{ m}$，则波速$v=\frac{\lambda}{T}=\frac{8}{0.2}\text{ m/s}=40\text{ m/s}$，从$t=0.10\text{ s}$到$t=0.15\text{ s}$，该波沿$x$轴传播的距离$x=vt=40\times0.05\text{ m}=2\text{ m}$，故C正确；从$t=0.10\text{ s}$到$t=0.15\text{ s}$，经过了$\frac{1}{4}T$，若$P$在平衡位置或波峰、波谷处，则$P$通过的路程$s=A=10\text{ cm}$，但此波中时，$P$不在平衡位置或波峰、波谷处，所以通过的路程不为10 cm，故D错误；从$t=0.10\text{ s}$到$t=0.25\text{ s}$，经过了$\frac{3}{4}T$，此时Q在正向最大位移处，质点Q纵坐标为10 cm，故E正确. 故选ACE.

专题二十 光学综合

1. (1) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}R$；(2) $\frac{2\sqrt{3}R}{3c}$.



第1题答图

解析 (1) 由$\sin c=\frac{1}{n}$得透明介质对a光和b光的临界角分别为60°和30°，画出光路如答图所示，A，B为两单色光在透明半球面的出射点，折射光线在光屏上形成光点D和C，AD、BC沿切线方向. 由几何关系得：$d=R\sin60^\circ-R\sin30^\circ=\frac{\sqrt{3}-1}{2}R$.

(2) a光在透明介质中$v_1=\frac{c}{n_1}=\frac{\sqrt{3}}{2}c$，传播时间$t_1=\frac{R\cos60^\circ}{v_1}=\frac{\sqrt{3}R}{3c}$，在真空中：$\overline{AD}=\frac{L-R\cos60^\circ}{\cos30^\circ}=R$，$\therefore t_1'=\frac{\overline{AD}}{c}=\frac{R}{c}$，则$t_a=t_1+t_1'=\frac{(\sqrt{3}+3)R}{3c}$；$b$光在透明介质中$v_2=\frac{c}{n_2}=\frac{c}{2}$，传播时间$t_2=\frac{R\cos30^\circ}{v_2}=\frac{\sqrt{3}R}{c}$，在真空中：$\overline{BC}=\frac{L-R\cos30^\circ}{\cos60^\circ}=R$，$t_2'=\frac{R}{c}$，则：$t_b=t_2+t_2'=\frac{(\sqrt{3}+1)R}{c}$. $\therefore \Delta t=t_b-t_a=\frac{2\sqrt{3}R}{3c}$.

2. C.

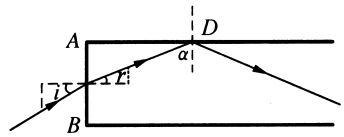
解析 由题图可知，玻璃对光线a的折射率大于b. 根据$n=\frac{c}{v}$可以确定a光在同种玻璃中速度小

于b光,A错误;以相同的入射角度射入平行玻璃砖折射率越大侧移量越大,B错误;根据$E=h\nu$,光的频率越大光子能量越大就越容易发生光电效应,C正确;根据$\sin C=\frac{1}{n}$,折射率越大,越容易发生全反射,在水外越不容易看到,D错误.故选C.

点评 本题以选择题的方式全面考查了光的反射、折射、全反射以及光电效应等知识点.解题关键是了解不同色光的折射率与频率、传播速度的关系.

3. (1) $\sin i\leqslant\sqrt{n^2-1}$; (2) $T_{\max}=\frac{Ln^2}{c}$.

解析 (1) 设光线在端面AB上C点(如答图所示)的入射角为i,折射角为r,由折射定律得$\sin i=n\sin r$ ①,设该光线射向玻璃丝内壁D点的入射角为α,为了使该光线可在此光导纤维中传播,应有$\alpha\geqslant\theta$ ②,式中θ是光线在玻璃丝内发生全反射的临界角,它满足$n\sin\theta=1$ ③,由几何关系得:$\alpha+r=90°$ ④,由①②③④式得$\sin i\leqslant\sqrt{n^2-1}$ ⑤;

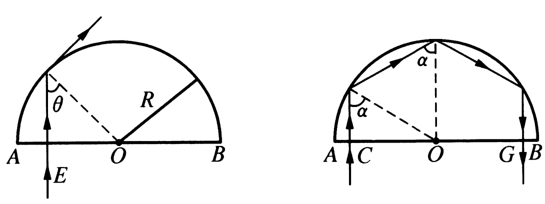


第3题答图

(2) 光在玻璃丝中传播速度的大小为$v=\frac{c}{n}$ ⑥,光速在玻璃丝轴线上的分量为$v_x=v\sin\alpha$ ⑦,光线从玻璃丝端面AB传播到其另一端面所需时间为$T=\frac{L}{v_x}$ ⑧,光线在玻璃丝中传播,在刚好发生全反射时,光线从端面AB传播到其另一端面所需的时间最长,由②③⑥⑦⑧式得$T_{\max}=\frac{Ln^2}{c}$.

4. (1)$\sqrt{2}R$;(2)见解析.

解析 (1)在0点左侧,设从E点射入的光线进入玻璃砖后在上表面的入射角恰好等于全反射的临界角θ,则OE区域的入射光线经上表面折射后都能从玻璃砖射出,如答图(a)所示,由全反射条件有:$\sin\theta=\frac{1}{n}$ ①,由几何关系得:$OE=R\sin\theta$ ②,由对称性可知,若光线都能从上表面射出,光束的宽度最大为:$l=2OE$ ③,联立①～③式,代入已知数据得:$l=\sqrt{2}R$ ④;(2)设光线在距O点$\frac{\sqrt{3}}{2}R$的c点射入后,在上表面入射角为α,由几何关系及①式和已知条件得:$\alpha=60°>\theta$ ⑤,符合发生全反射的条件,光线在玻璃砖内会发生三次全反射(全反射时的法线与AB所成的角依次为30°、90°、150°),最后由G点射出,如答图(b)所示.由反射定律和几何关系得:$OG=OC=\frac{\sqrt{3}}{2}R$ ⑥,射到G点的光线有一部分被反射,沿原路返回到达C点射出.

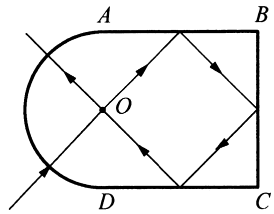


第4题答图

5. (1) $\sqrt{2}$; (2) $\frac{8R+2\sqrt{2}R}{c}$.

解析 (1) 恰好不能从AB面射出,则临界角$C=45°$,$n=\frac{1}{\sin C}=\sqrt{2}$.

(2) 玻璃砖内光路如答图所示，光束在玻璃砖内的光程为 $s=4\sqrt{2}R+2R$，此束光在玻璃砖内速度 $v=\frac{c}{n}=\frac{\sqrt{2}}{2}c$，则光在玻璃砖内的时间为：$t=\frac{s}{v}=\frac{8R+2\sqrt{2}R}{c}$.

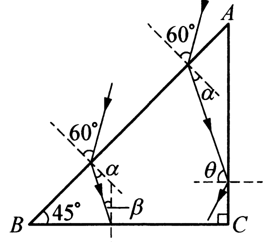


第 5 题答图

6. (1) $n\geqslant\sqrt{2}$　(2) 光线只能从 BC 面射出

解析　(1) 光线穿过 AB 面后方向不变，在 AC、BC 面上的入射角均为 $45°$，发生全反射的条件为：$\sin 45°\geqslant\frac{1}{n}$，解得：$n\geqslant\sqrt{2}$.

(2) 当 $n=\sqrt{3}$ 时，发生全反射的临界角为 C，$\sin C=\frac{\sqrt{3}}{3}$，折射光线如答图所示，$n=\frac{\sin 60°}{\sin\alpha}$. 解得：$\alpha=30°$，在 BC 面的入射角 $\beta=15°<C$，所以光线可以从 BC 面射出，在 AC 面的入射角 $\theta=75°>C$，所以光线不能从 AC 面射出.



第 6 题答图

提供各种书籍的 PDF 电子版代找服务，如果您找不到您想要的书的 PDF 电子版，我们可以帮您找到，如有需要，请联系微信、QQ。

PDF 代找说明：

本公司可以帮助您找到您想要的 *PDF* 电子书。质量都很清晰，只要您提供给我们相关信息，一般都能找到，如果您有需求，请联系我们。

现已经帮助了很多人找到了大家需要的 *PDF*，其实网上有很多 *PDF*，大家如果在网上找不到的话，可以联系我们，大部分我们都可以找到。因 *PDF* 电子书都有版权，请不要随意传播，如果您有经济购买能力，请尽量购买正版。

声明：

本公司只提供代找服务，因寻找 *PDF* 电子书有一定难度，仅收取代找费用。如因 *PDF* 产生的版权纠纷，与本公司无关，我们仅仅只是帮助您寻找到您要的 *PDF* 而已。